

रेषा आणि कोन



0674CH02

या अध्यायात, आपण भूमितीच्या काही अत्यंत मूलभूत संकल्पनांचा अभ्यास करू, ज्यामध्ये बिंदू, रेषा, किरणे, रेषेचे खंड आणि कोन समाविष्ट आहेत. या संकल्पना 'समतल भूमिती' (plane geometry) च्या बांधकामासाठी मूलभूत आहेत आणि या संकल्पनांचा अभ्यास आपल्याला भूमितीच्या अधिक प्रगत विषयांना समजून घेण्यात मदत करेल, जसे की विविध आकारांची रचना आणि विश्लेषण.

2.1 बिंदू

कागदावर पेंसिलच्या धारदार टोकाने एक ठिपका मारा. जितकी धारदार टोक असतील, तितका ठिपका अधिक बारीक होईल. हा सूक्ष्म ठिपका तुम्हाला बिंदूची कल्पना देईल. बिंदू एक विशिष्ट स्थान ठरवतो, पण त्याला लांबी, रुंदी किंवा उंची नसते. खाली बिंदूचे काही नमुने दिले आहेत.



कंपासचे टोक



पेंसिलचा तीक्ष्ण टोक



सुईचा टोकदार टोक

जर आपण कागदाच्या तुकड्यावर तीन बिंदू चिन्हांकित केले तर आपल्याला हे तीन बिंदू वेगळे करण्याची आवश्यकता असू शकते. या उद्देशाने, तीनपैकी प्रत्येक बिंदू झेड, पी आणि टी सारख्या एकाच कॅपिटल अक्षराने दर्शविला जाऊ शकतो. Z, P आणि T. या बिंदूंना 'बिंदू Z', 'बिंदू P'

Z

P

T

आणि 'बिंदू T' असे वाचले जाते. नक्कीच, ठिपके हे विशिष्ट स्थान दर्शवतात आणि त्यांना अदृश्यपणे बारीक समजले पाहिजे..

2.2 रेषेचा खंड

कागदाचा एक तुकडा वाकवा आणि तो उलगाडा. तुम्हाला एक ठिपका दिसतो का? यामुळे रेषेच्या खंडाची कल्पना येते. त्याचे दोन समाप्ती बिंदू असतात, A आणि B. कागदावर कोणतेही दोन बिंदू A आणि B चिन्हित करा. A ला B शी जोडण्यासाठी विविध मार्गांचा प्रयत्न करा (चित्र 2.1).

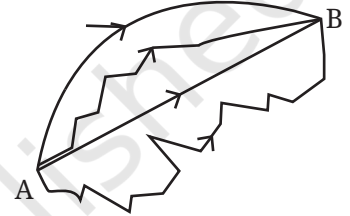
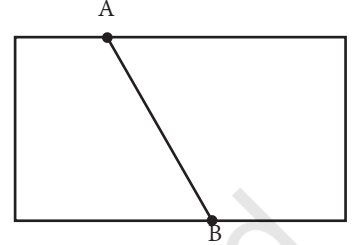


Fig. 2.1

A पासून B पर्यंतचा सर्वात छोटा मार्ग कोणता आहे? A पासून B पर्यंतचा हा छोटा मार्ग (A आणि B सह) जो इथे दर्शवला आहे, त्याला रेषेचा खंड (Line Segment) असे म्हणतात. याला $\overline{AB}$ किंवा $\overline{BA}$ या प्रकारे दर्शवले जाते. बिंदू A आणि B हे रेषेच्या खंड AB चे समाप्ती बिंदू आहेत.

2.3 रेषा

कल्पना करा की बिंदू A ते बिंदू B पर्यंतची रेषा $\overline{AB}$ पुढे A च्या दिशेने आणि B च्या दिशेने दोन्ही बाजूंना अनंतपर्यंत वाढवली आहे (चित्र 2.2 पहा). याला “रेषा” असे म्हणतात. तुम्ही रेषेचे पूर्ण चित्र काढू शकता का? नाही. का?

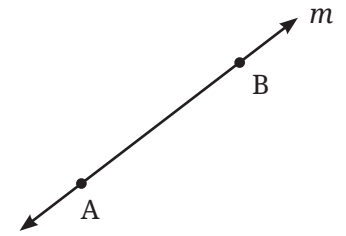


Fig. 2.2

कारण रेषा दोन्ही बाजूंना अनंत असते. बिंदू A आणि B यांच्यामधून जाणारी रेषा AB म्हणून लिहिली जाते. ती दोन्ही बाजूंना अनंतपर्यंत जाते. कधी कधी रेषेला l किंवा m असे अक्षर देऊन दर्शवले जाते.

हे लक्षात घ्या की कोणतेही दोन बिंदू एक अद्वितीय रेषा निश्चित करतात, जी त्या दोन्ही बिंदूमधून जाते. ?

2.4 किरण

किरण म्हणजे रेषेचा तो भाग जो एका बिंदूपासून (ज्याला किरणाचा सुरुवातीचा बिंदू किंवा प्रारंभ बिंदू म्हणतात) सुरू होतो आणि एका दिशेने अनंतपर्यंत जातो. किरणाची काही उदाहरणे खाली दिली आहेत::



दीपस्तंभातून प्रकाशाचा
किरण

टॉर्चमधून प्रकाशाचा किरण

सूर्य किरणे

एखाद्या किरणाची आकृती (आ.2.3) पहा. रकिरणावर दोन बिंदू दर्शवलेले असतात. त्यातील एक म्हणजे सुरुवातीचा बिंदू A, आणि दुसरा म्हणजे किरणाच्या मार्गावरील बिंदू P. आपण हा किरण $\overrightarrow{AP}$ असे लिहून दर्शवतो. त्यानंतर आपण किरणाला याद्वारे दर्शवितो

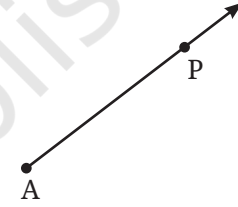


Fig. 2.3

हे शोधून काढा

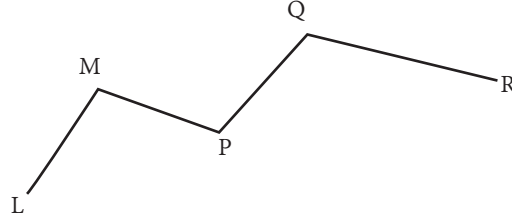
1.

रिहानने एका कागदावर एक बिंदू चिन्हांकित केला. तो बिंदूतून जाणार् या किती रेषा काढू शकतो?

शीतलने कागदाच्या तुकड्यावर दोन बिंदू चिन्हांकित केले. त्या दोन्ही बिंदूंमधून जाणारी किती रेषा ती काढू शकते?

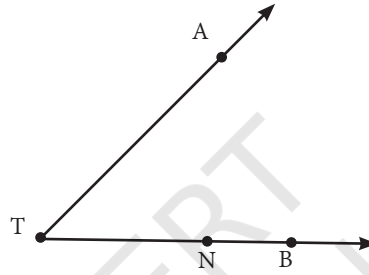
तुम्ही रिहान आणि शीतलला त्यांची उत्तरे शोधण्यात मदत कराल का ?

2. आ. 2.4 मधील रेषाखंडांची नावे सांगा. पाच चिन्हांकित बिंदूंपैकी कोणते बिंदू फक्त एका रेषाखंडावर आहेत? आणि कोणते बिंदू दोन रेषाखंडांवर आहेत?



आ. २.४

3. आ. 2.5 मध्ये दर्शवलेल्या रेषांशांची नावे सांगा. या रेषांशांपैकी प्रत्येकाचा सुरुवातीचा बिंदू T आहे का?



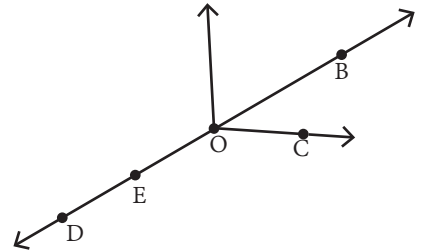
आ. २.५

4. खालीलपैकी प्रत्येकाचे वर्णन करण्यासाठी एक रुक्ष आकृती काढा आणि लेबल योग्यरित्या लिहा:

- $\overleftrightarrow{OP}$ आणि $\overleftrightarrow{OQ}$ बिंदू O वर भेटतात.
- $\overrightarrow{XY}$ आणि $\overleftrightarrow{PQ}$ बिंदू M वर एकमेकांना छेदतात.
- रेषा l मध्ये बिंदू E आणि F आहेत पण बिंदू D नाही.
- बिंदू P रेषाखंड AB वर आहे.

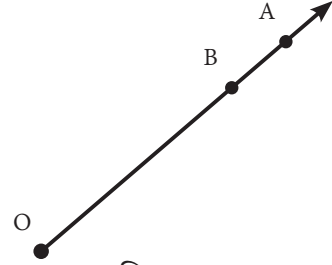
5. आ. 2.6 मध्ये नावे द्या:

- पाच बिंदूंची नावे
- एक रेषा
- चार किरणे
- पाच रेषाखंड



आ. २.६

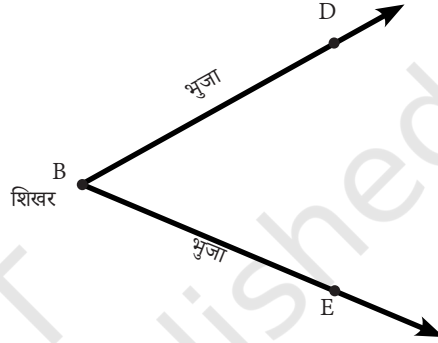
6. आ. 2.7 मध्ये किरण $\overrightarrow{OA}$ आहे. तो O कडून सुरू होतो आणि बिंदू A वरून जातो. तो बिंदू B वरून देखील जातो.
- a. तुम्ही ते $\overrightarrow{OB}$ म्हणून देखील नाव देऊ शकता का? कारण काय?
- b. आपण $\overrightarrow{OA}$ ला $\overrightarrow{AO}$ असे लिहू शकतो का? कारण काय किंवा नाही?



चित्र २.७

२.५ कोन

एक कोन दोन किरणांनी बनतो ज्यांचा समान सुरुवातीचा बिंदू असतो. येथे $\overrightarrow{BD}$ आणि $\overrightarrow{BE}$ किरणांनी बनलेला एक कोन आहे, जिथे B हा समान सुरुवातीचा बिंदू आहे (आ. 2.8). बिंदू B हा कोनाचा शिखर (vertex) म्हणून ओळखला जातो, आणि किरण $\overrightarrow{BD}$ आणि $\overrightarrow{BE}$ हे कोनाचे भुजा (arms) म्हणून ओळखले जातात. आपण या कोनाचे नाव कसे ठेवू शकतो? आपण साधारणपणे शिखर वापरून त्याला कोन B असे म्हणू शकतो. स्पष्टपणे सांगण्यासाठी, आपण भुजांवर असलेल्या प्रत्येक बिंदूला शिखरासोबत वापरून कोनाचे नाव ठेवतो. या उदाहरणात, आम्ही कोनाचे नाव कोन DBE किंवा कोन EBD असे ठेवू शकतो. “कोन” या शब्दाच्या जागी आपल्याला ‘ $\angle$ ’ या चिन्हाचा वापर करणे शक्य आहे, म्हणजे $\angle DBE$ किंवा $\angle EBD$. लक्षात ठेवा, कोन निर्दिष्ट करतांना शिखर नेहमी मध्यवर्ती अक्षर म्हणून लिहिले जाते. कोन दर्शविण्यासाठी, शिखरावर एक छोटा वक्र वापरतो (आ.2.9पहा). विद्याने तिचं पुस्तक नुकतंच उघडलं आहे. चला, पाहूया की ती पुस्तकाच्या आवरणाला वेगवेगळ्या परिस्थितींमध्ये कसा उघडते.



आ. 2.8



कृती 1

कृती 2

कृती 3

कृती 4

कृती 5

कृती

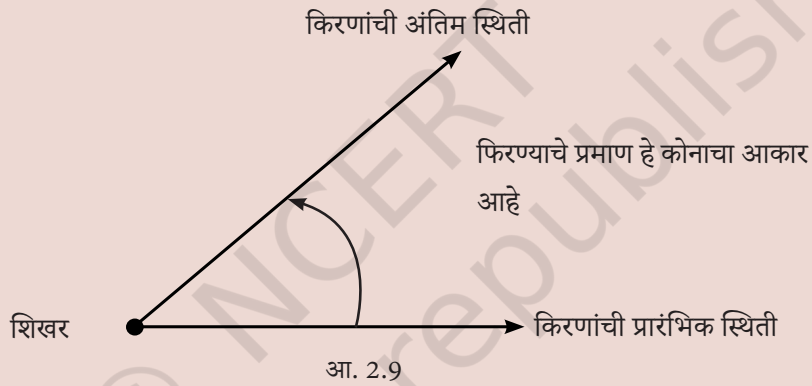
☀ तुम्हाला प्रत्येक परिस्थितीत कोन तयार होताना दिसत आहे का? तुम्ही त्याची भुजा आणि शिखर चिन्हांकित करू शकता का?

कोणता कोन मोठा आहे—कृती 1 मधील कोन की कृती 2 मधील कोन?

जसे आपण रेषेच्या आकाराबद्दल त्याच्या लांबीवर आधारित बोलतो, तसाच आपण कोनाच्या आकाराबद्दल त्याच्या फिरण्याच्या प्रमाणावर आधारित बोलतो.

म्हणून, कृती 2 मधील कोन जास्त आहे कारण यामध्ये तिला आवरण अधिक फिरवावं लागेल. त्याचप्रमाणे, कृती 3 मधील कोन कृती 2 पेक्षा आणखी मोठा आहे, कारण त्यामध्ये आणखी जास्त फिरणं आहे, आणि कृती 4, 5, आणि 6 मधील कोन अधिक आणि अधिक फिरण्यामुळे हळूहळू मोठे होत जातात.

कोनाचा आकार म्हणजे शिखराच्या आसपास आवश्यक असलेली फिरण किंवा वळण, ज्यामुळे पहिला किरण दुसऱ्या किरणांकडे हलवता येतो.



आपण आणखी काही उदाहरणे पाहू या जिथे प्रत्यक्ष जीवनात रोटेशन किंवा वळणाने कोन उद्भवतात:

- कम्पास किंवा विभाजक मध्ये, आपण भुजा फिरवून एक कोन तयार करतो. शिखर ते ठिकाण आहे जिथे दोन्ही भुजा जोडलेली असतात. कोनाची भुजा आणि शिखर ओळखा.
- कात्री मध्ये दोन ब्लेड असतात. जेव्हा आपण त्यांना उघडतो (किंवा “वळवतो”) आणि काही कापण्यासाठी वापरतो, तेव्हा ब्लेड एक कोन तयार करतात. कोनाची भुजा आणि शिखर ओळखा.



- चष्मा, पाकीट आणि इतर सामान्य वस्तूंची छायाचित्रे पाह्या. त्यांचे हात आणि शिरोबिंदू चिन्हांकित करून त्यांच्यातील कोन ओळखा.



तुम्ही पाहू शकता का की हे कोन एका भुजेची दुसऱ्या भुजेच्या संदर्भात वळवून तयार होतात?

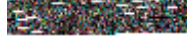
शिक्षकांसाठी सूचना

शिक्षकांना विद्यार्थ्यांसोबत विविध क्रियाकलाप आयोजित करणे आवश्यक आहे, जेणेकरून ते कोनाचा आकार वळणाच्या माप म्हणून ओळखू शकतील..

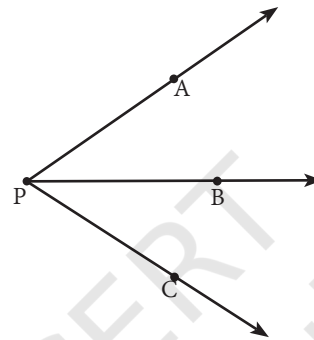
हे शोधून काढा

- तुम्ही दिलेल्या चित्रांमधील कोन ओळखू शकता का? कोणत्याही एका कोनाच्या भुजा काढा आणि कोनाच्या शिखराचे नाव ठरवा.



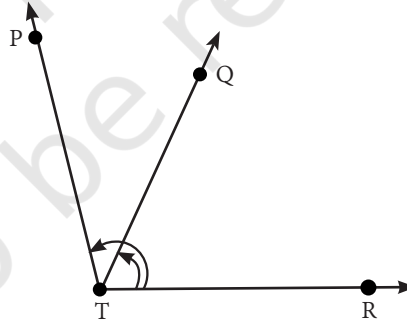


2. भुजा ST आणि SR असलेला कोन काढा आणि त्याचे लेबल करा..
3. $\angle APC$ ला $\angle P$ असे का लेबल करता येत नाही, हे स्पष्ट करा..



गणित
बोलणे

4. दिलेल्या चित्रात चिन्हांकित केलेले कोनांची नावे सांगा.



5. तुमच्या कागदावर अशी तीन बिंदू चिन्हांकित करा, जे एका रेषेवर नसावेत. त्यांना A, B, C म्हणून लेबल करा. या बिंदूंच्या जोड्यांमधून जाणाऱ्या सर्व शक्य रेषा काढा. तुम्हाला किती रेषा मिळतात? त्यांची नावे सांगा. A, B, C वापरून किती कोनांची नावे ठेवू शकता? त्यांना लिहा आणि प्रत्येक कोनावर आ. 2.9 प्रमाणे वक्र चिन्हांकित करा.

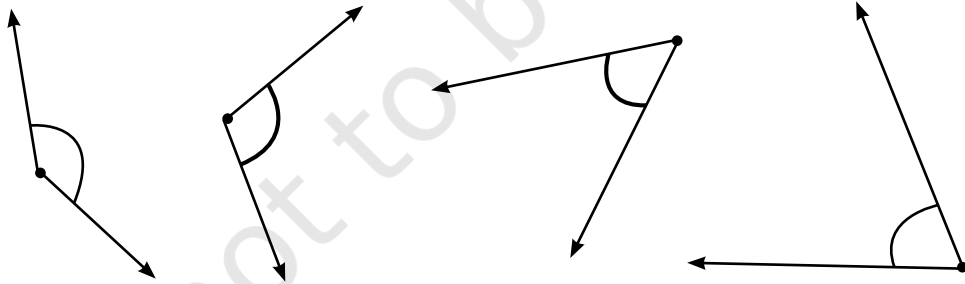
6. आता तुमच्या कागदावर अशी चार बिंदू चिन्हांकित करा, की त्यापैकी एकाच रेषेवर तीन बिंदू नसावेत. त्यांना A, B, C, D म्हणून लेबल करा. या बिंदूंच्या जोड्यांमधून जाणाऱ्या सर्व शक्य रेषा काढा. तुम्हाला किती रेषा मिळतात? त्यांची नावे सांगा. A, B, C, D वापरून किती कोनांची नावे ठेवू शकता? सर्व कोन लिहा आणि प्रत्येक कोनावर आ.2.9 प्रमाणे वक्र चिन्हांकित करा.

2.6 कोनांची तुलना

ह्या प्राण्यांची तोंडे उघडताना त्यांच्या जबड्यांमध्ये काही कोन तयार होतात का? जर होय, तर प्रत्येक कोनाच्या बाजू (arms) आणि शिरोबिंदू (vertex) चिन्हांकित करा. काही तोंडे इतरांपेक्षा जास्त उघडलेली आहेत; जबड्याचा कोन जितका मोठा, तितके तोंड अधिक उघडलेले!

तुम्ही या चित्रात दिसणाऱ्या कोनांना लहान ते मोठा या क्रमाने लावू शकता का?

☀ दोन कोनांची तुलना करणे नेहमीच सोपे असते का?



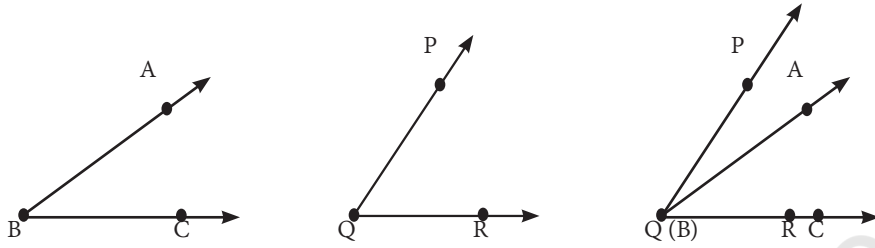
गणित
बोलणे

येथे काही कोन आहेत. प्रत्येक कोनाचे लेबल लावा. त्यांची तुलना कशी कराल?
आणखी काही कोन काढा; त्यांना लेबल करा आणि तुलना करा.

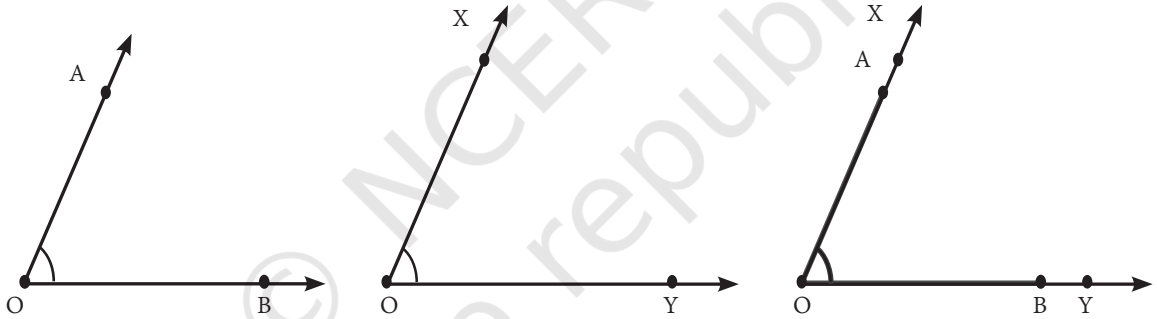
अतिरेकाद्वारे (अध्यारोपण) कोनांची तुलना करणे

कोणतेही दोन कोन एकमेकांवर ठेवून, म्हणजेच अतिरेकाद्वारे (अध्यारोपण) करता येते. अतिरेक करताना कोनांचे शिरोबिंदू कोनांचे शिरोबिंदू एकमेकांवर येणे आवश्यक आहे.

अध्यारोपण केल्यावर, कोणता कोन लहान आणि कोणता मोठा आहे हे स्पष्ट होते.



चित्रात दोन कोन एकमेकांवर ठेवलेले आहेत. आता स्पष्ट होते की $\angle PQR$ हा $\angle ABC$ पेक्षा मोठा आहे. समान कोन: आता चित्रातील $\angle AOB$ आणि $\angle XOY$ यापैकी कोणता मोठा आहे?



दोन्ही कोनांचे कोपरे जुळतात आणि त्यांच्या भुजा एकमेकांवर येतात, म्हणजेच $OA \leftrightarrow OX$ आणि $OB \leftrightarrow OY$. त्यामुळे हे कोन समान आहेत. हे कोन समान मानले जातात कारण जर आपण हे कोन फिरवून तयार झाले आहेत असे पाहिले, तर $\overrightarrow{OB}$ ला $\overrightarrow{OA}$ वर आणि $\overrightarrow{OY}$ ला $\overrightarrow{OX}$ वर नेण्यासाठी समान फिरवण्याची गरज आहे. सुपरइम्पोजिशनच्या दृष्टीने पाहिले तर, जेव्हा दोन कोने एकमेकांवर ठेवले जातात आणि त्यांचे समान बिंदू आणि दोन किरणे पूर्णपणे एकमेकांवर येतात, तेव्हा त्या कोनांचे परिमाण समान असते.

☀ तुलना करण्यासाठी आपण आणखी कुठे अध्यारोपण वापरतो?

गणित
बोलणे

☀ हे शोधून काढा

1. आयताकृती कागद दुमडा, नंतर तयार झालेल्या घडीवर एक रेषा काढा. घडी आणि कागदाच्या बाजूंमध्ये तयार झालेल्या कोनांना नावे द्या आणि त्यांची तुलना करा. आयताकृती कागद वेगवेगळ्या प्रकारे दुमडून विविध कोने तयार करा आणि त्यांची तुलना करा. तुम्ही तयार केलेल्या कोनांपैकी सर्वात मोठा आणि सर्वात लहान कोन कोणता आहे?

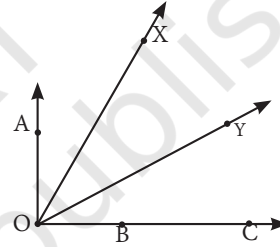
2. प्रत्येक बाबतीत कोणता कोन मोठा आहे ते ठरवा आणि त्याचे कारण द्या..

a. $\angle AOB$ किंवा $\angle XOY$

b. $\angle AOB$ किंवा $\angle XOB$

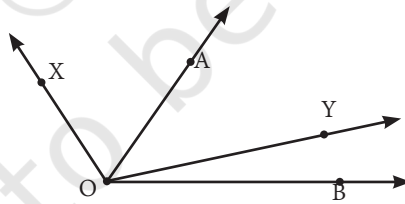
c. $\angle XOB$ किंवा $\angle XOC$

कोणता कोन मोठा आहे हे तुम्ही कसे ठरवले यावर मित्रांसोबत चर्चा करा.



गणित
बोलणे

3. कोणता कोन मोठा आहे: $\angle XOY$ किंवा $\angle AOB$? कारणे द्या.



अतिरेक न करता कोनांची तुलना करणे

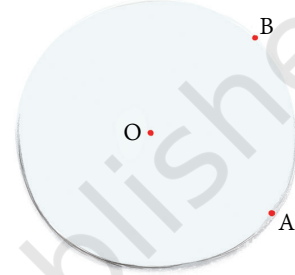
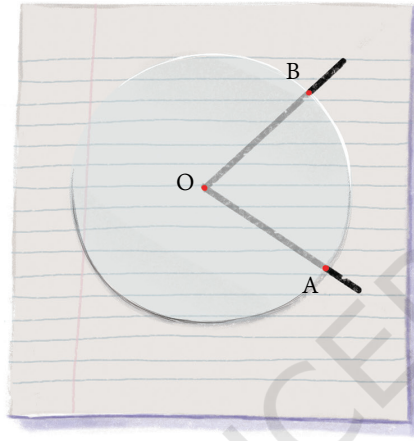
दोन बगळे वाद घालत आहेत की कोण आपले तोंड जास्त उघडू शकतो, म्हणजेच कोण मोठा कोन तयार करत आहे. प्रथम त्यांचे कोन काढूया. कोणता कोन मोठा आहे हे आपल्याला कसे कळेल?

चित्र २.१०

आधी पाहिल्याप्रमाणे, आपण हे कोन कागदावर ट्रेस करून, एकमेकांवर ठेऊन पाहू शकतो. पण आपण सुपरइम्पोजिशनशिवाय तुलना करू शकतो का?

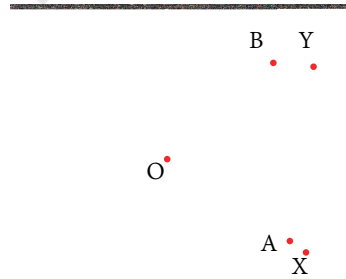
समजा, आपल्याकडे एक पारदर्शक वर्तुळ आहे जे हलवून विविध आकृत्यांवर ठेवता येते. आपण त्याचा वापर तुलना करण्यासाठी करू शकतो का?

आता हे वर्तुळ पहिल्या बगळ्याने तयार केलेल्या कोनावर ठेवूया. वर्तुळ अशा प्रकारे ठेवले आहे की त्याचे केंद्र कोनाच्या शिरोबिंदूवर आहे. आता, कोनाच्या भुजा ज्या बिंदूवर वर्तुळाच्या काठावर जातात, तेथे बिंदू A आणि B चिन्हांकित करूया.



आपण याचा उपयोग करून पहिल्या बगळ्याने तयार केलेला कोन दुसऱ्या बगळ्याच्या कोनापेक्षा मोठा, लहान किंवा समान आहे का हे शोधू शकतो का?

आता हेच वर्तुळ दुसऱ्या बगळ्याने तयार केलेल्या कोनावर ठेवूया, असे की त्याचा शिरोबिंदू वर्तुळाच्या केंद्रावर येईल आणि त्याची एक भुजा OA वर जाईल.



आता तुम्ही सांगू शकता की कोणता कोन मोठा आहे?

कोणता बगळा मोठा कोन तयार करत होता?

जर तुम्ही पारदर्शक कागदाचा वर्तुळाकार तुकडा तयार करू शकत असाल, तर या पद्धतीने आकृती 2.10 मधील कोन एकमेकांशी तुलना करून पहा.

शिक्षकांसाठी सूचना

शिक्षकांना विद्यार्थ्यांच्या कोनाच्या संकल्पनेवरील समज तपासायची आहे. कधी कधी विद्यार्थी असे समजतात की कोनाच्या बाहूंची लांबी वाढवली तर कोन मोठा होतो. यासाठी, विद्यार्थ्यांची समज तपासण्यासाठी वेगवेगळ्या परिस्थिती त्यांच्यासमोर मांडाव्यात.

2.7 फिरणारे बाहू तयार करणे

चला, दोन पेपर स्ट्रॉ आणि एका पेपर क्लिपच्या मदतीने 'फिरणारे बाहू' तयार करूया. खालील पायऱ्या पूर्ण कराः.

1. दोन पेपर स्ट्रॉ आणि एक पेपर क्लिप घ्या.

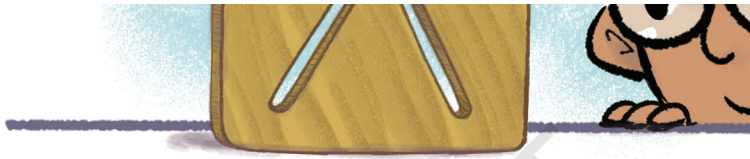
2. पेपर क्लिपच्या हातांमध्ये स्ट्रॉ घाला.

3. तुमचा फिरणारा हात तयार आहे!

वेगवेगळ्या कोनांचे अनेक 'फिरणारे हात' तयार करा. तयार केलेले कोन लहान ते मोठ्या क्रमाने लावा, तुलना करा आणि अध्यारोपण (superimposition) पद्धत वापरा.

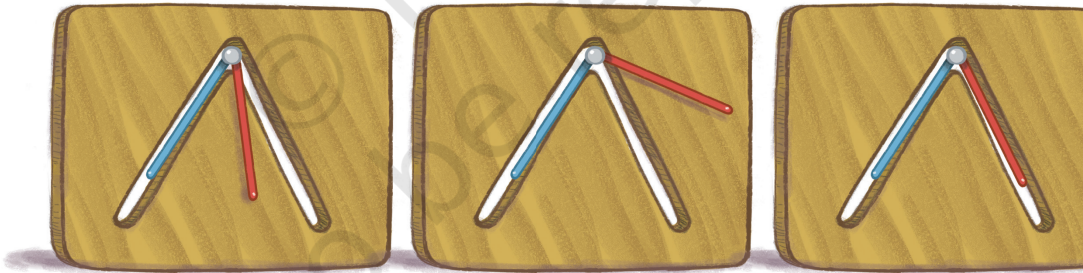
एका स्लिटमधून जाणे: निरनिराळ्या कोनांनी अनेक फिरणारे हात गोळा करा; या क्रियेदरम्यान फिरणारे कोणतेही हात फिरवू नका.

एक पुठ्या च्या आणि फिरणार् या हातांपैकी एकाचा आकार शोधून आणि कापून खाली दर्शविल्याप्रमाणे कोनाच्या आकाराची स्लिट तयार करा.



आता, फेरफार करा आणि सर्व फिरणारे हात मिसळा. फिरणारे कोणते हात स्लिटमधून जातील हे आपण ओळखू शकता का?

योग्य कोन ओळखण्यासाठी प्रत्येक फिरणारा हात स्लिटवर ठेवून पाहा. चला, काही फिरणाऱ्या बाहुंकरिता ही कृती करून पाहू:



हाताच्या कोनापेक्षा स्लिट अँगल मोठा असतो. हात स्लिटमधून जाणार नाहीत.

स्लिट अँगल हाताच्या कोनापेक्षा कमी असतो. हात स्लिटमधून जाणार नाहीत.

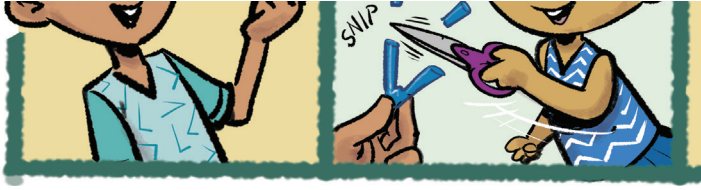
स्लिट अँगल हा हाताच्या कोनाच्या बरोबरीचा असतो. हात स्लिटमधून जातील.

फक्त फिरत्या हातांची जोडी जिथे स्लिटच्या कोनाच्या बरोबरीचा आहे ती स्लिटमधून जाते. लक्षात घ्या की स्लिटमधून जाण्याची शक्यता केवळ फिरत्या हातांमधील कोनावर अवलंबून असते आणि त्यांच्या लांबीवर नाही (जोपर्यंत ते स्लिटच्या लांबीपेक्षा लहान असतात).

आव्हान: हा कोन कमी करा.

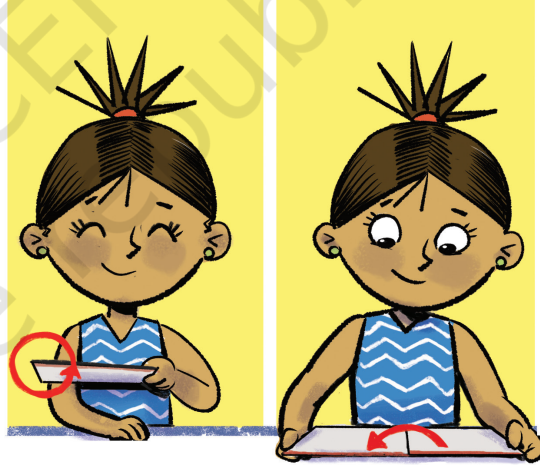
कोन कमी झाला.

कोन अजूनही तसाच आहे!



2.8 विशेष प्रकारचे कोन

चला, विद्याच्या वहीकडे परत जाऊया आणि वेगवेगळ्या परिस्थितींमध्ये ती पुस्तकाचे कव्हर उघडताना निरीक्षण करूया. ती पुस्तक हातात धरून लिहितांना कव्हर पूर्णपणे फिरवते. ती पुस्तक टेबलावर उघडताना कव्हर अर्धवट उघडते. या प्रकरणात, कोन तयार करणाऱ्या बाहूंचे निरीक्षण करा. ते सरळ रेषेत असतात. अशा कोनाला सरळ कोन म्हणतात.



चला, सरळ कोन $\angle AOB$ विचार करूया. लक्षात घ्या की कोणतीही किरण OC हा कोन दोन भागांमध्ये विभागतो: $\angle AOC$ आणि $\angle COB$.



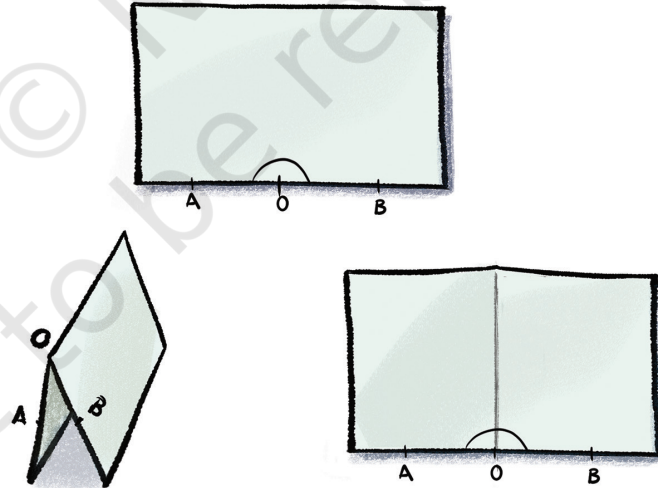
☀ $\overrightarrow{OC}$ काढणे शक्य आहे का ज्यामुळे दोन्ही कोन एकसारखे होतील ?

गणित
बोलणे

चला शोधूया !

कागदाचा एक तुकडा घेऊया. लक्षात ठेवा की जेव्हा आपण दुमडतो, तेव्हा एक सरळ घडी तयार होते. आयताकृती कागद घ्या आणि त्याच्या एका बाजूवर सरळ कोन $\angle AOB$ चिन्हांकित करा. आता कागद दुमडून पहा, अशी घडी तयार करण्याचा प्रयत्न करा जी O मधून जाईल आणि $\angle AOB$ ला दोन समकोनांमध्ये विभागेल.

हे कसे करता येईल ?



कागद असे दुमडावा की OB , OA वर येईल. तयार झालेल्या घडीची रेषा आणि निर्माण झालेल्या दोन कोनांचे निरीक्षण करा.

हे दोन कोन समान का आहेत याचे स्पष्टीकरण द्या. सुपरइंपोज करून ते तपासण्याचा काही मार्ग आहे का? ही सुपरइंपोजिशन घडी करून करता येईल का?

या तयार झालेल्या समान कोनांना समकोन म्हणतात. त्यामुळे, सरळ कोनात दोन समकोन असतात..



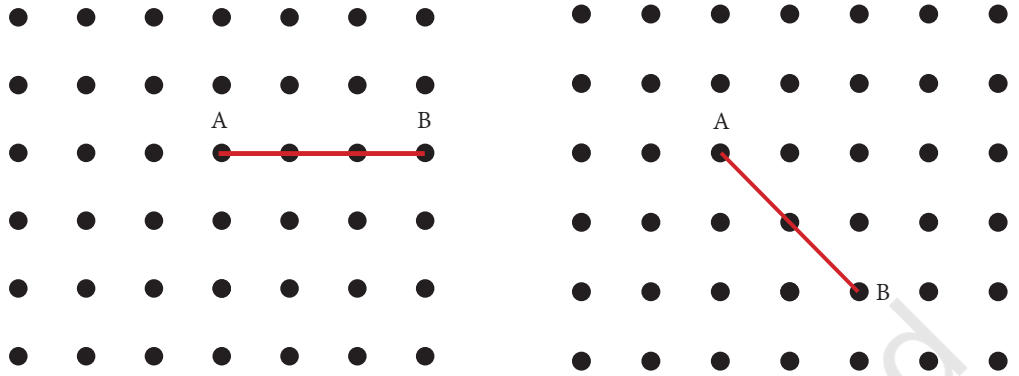
जर सरळ कोन पूर्ण वळणाच्या अर्ध्या भागाने तयार होतो, तर उजवा कोन तयार होण्यासाठी पूर्ण वळणाच्या किती भागाची आवश्यकता असेल?

लक्षात घ्या की उजवा कोन 'L' अक्षरासारखा दिसतो. एक कोन तेव्हाच उजवा कोन म्हणता येतो, जेव्हा तो सरळ कोनाच्या अर्ध्या भागाइतका असतो. जेव्हा दोन रेषा उजव्या कोनात भेटतात, त्यांना लंब रेषा म्हणतात.

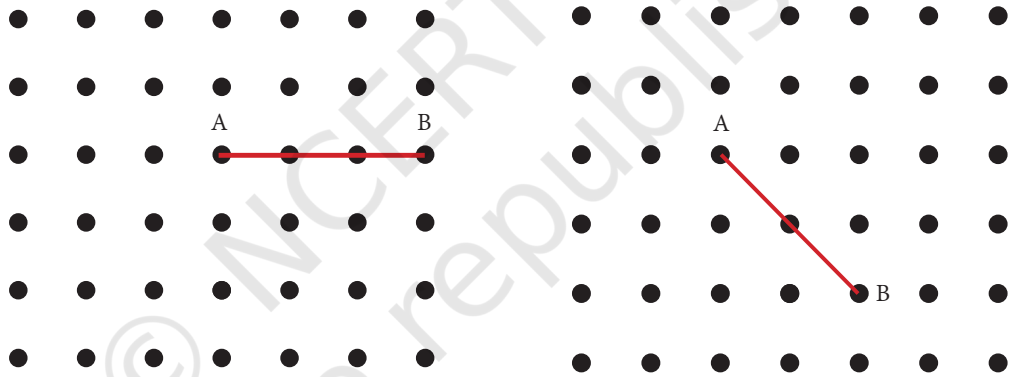
हे शोधून काढा

1. तुमच्या वर्गखोलीतील खिडक्यांमध्ये किती उजवे कोन आहेत?
तुमच्या वर्गखोलीत इतर कुठे उजवे कोन दिसतात?

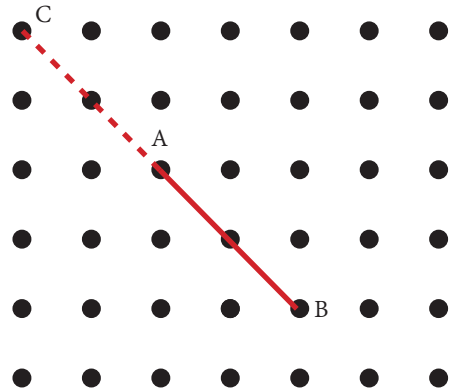
2. A ला आकृतीतील इतर जाळीबिंदूशी सरळ रेषेद्वारे जोडा आणि एक सरळ कोन मिळवा. हे करण्याच्या सर्व वेगवेगळ्या पद्धती कोणत्या आहेत?



3. A ला आकृतीतील इतर जाळीबिंदूशी सरळ रेषेद्वारे जोडा आणि एक समकोन मिळवा. हे करण्याच्या सर्व वेगवेगळ्या पद्धती कोणत्या आहेत?



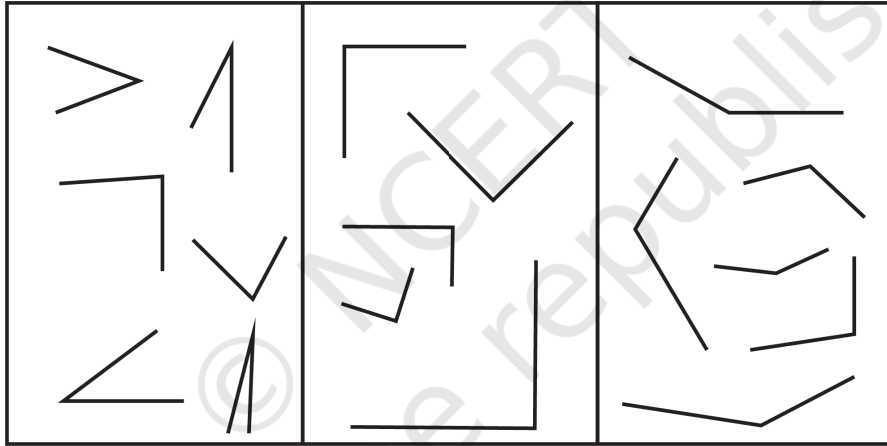
संकेत: खलील आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे रेषा पुढे वाढवा. A वर समकोन मिळवण्यासाठी, आपल्याला त्याद्वारे अशी रेषा काढावी लागेल जी सरळ कोन CAB ला दोन समान भागांत विभागेल.



4. कागदावर एक तिरपा घड करा. आता, त्या तिरप्या घडाला समकोणात असलेला दुसरा घड करण्याचा प्रयत्न करा.
 - a. आता तुमच्याकडे किती समकोन आहेत? हे कोन नेमके समकोन का आहेत, याचे स्पष्टीकरण द्या.
 - b. कागद घडून समकोन मिळवण्याची प्रक्रिया तुम्ही कशी केली ते वर्णन करा, जेणेकरून ज्याला ही पद्धत माहीत नाही तोसुद्धा तुमच्या वर्णनाचे अनुसरण करून समकोन मिळवू शकेल.

कोनांचे वर्गीकरण

कोन खालील तीन गटांमध्ये वर्गीकृत केले जातात. दुसऱ्या गटात समकोन दाखवले आहेत. इतर दोन गटांची समान वैशिष्ट्ये कोणती असू शकतात?



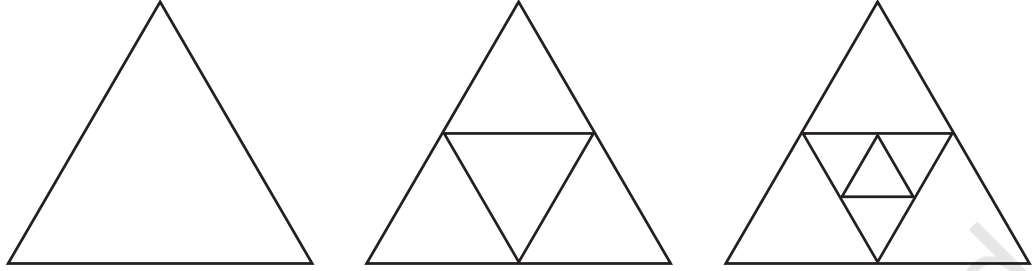
पहिल्या गटातील सर्व कोन काटकोनापेक्षा लहान असतात, म्हणजेच ते पाव वळणापेक्षा कमी असतात. अशा कोनांना लघु कोन म्हणतात.

तिसऱ्या गटातील सर्व कोन समकोनापेक्षा मोठे पण सरळ कोनापेक्षा लहान असतात. त्यांचा वळण पाव वळणापेक्षा जास्त आणि अर्ध्या वळणापेक्षा कमी असतो. अशा कोनांना दिर्घ कोन म्हणतात.

हे शोधून काढा

1. मागील आकृत्यांमधील लघु कोन, समकोन, दिर्घ कोन आणि सरळ कोन ओळखा.
2. काही तीव्र कोन आणि काही अस्पष्ट कोन तयार करा. त्यांना वेगवेगळ्या ओरिएंटेशनमध्ये काढा.

3. तुम्हाला लघु आणि दिर्घ या शब्दांचे अर्थ माहित आहेत का? लघु म्हणजे तीव्र (तीक्ष्ण) आणि दिर्घ म्हणजे बोथट. तुमच्या मते हे शब्द का निवडले गेले असावेत?
4. खालील प्रत्येक आकृतीतील लघु कोनांची संख्या शोधा.



पुढील आकृती कोणती असेल आणि त्यामध्ये किती लघु कोन असतील? तुम्हाला संख्यांमध्ये काही नमुना (पॅटर्न) आढळतो का??

2.9 कोन मोजणे

आपण दोन कोन कसे तुलना करायचे ते पाहिले आहे. पण कोणत्याही दुसऱ्या कोनाशी तुलना न करता, आपल्याला संख्येच्या मदतीने कोन किती मोठा आहे हे मोजता येईल का? आपण पाहिले की, विविध कोन एका वर्तुळाच्या मदतीने तुलना करता येतात. कदाचित वर्तुळाचा उपयोग कोन मोजण्यासाठी केला जाऊ शकतो का?

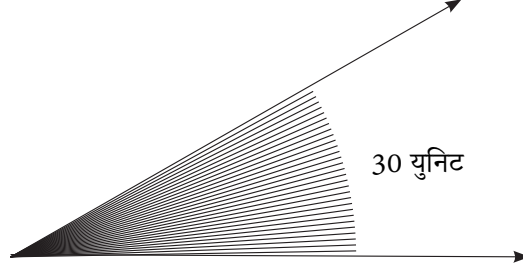


चित्र २.१२

कोनांचे अचूक मोजमाप करण्यासाठी, गणितज्ञांनी एक कल्पना मांडली. त्यांनी वर्तुळाच्या केंद्रातील कोन 360 समान भागांमध्ये विभागला. या प्रत्येक भागाचा कोनमान 1 अंश आहे, जो 1° असे लिहिला

जातो.

ही एकक घटक पद्धत कोणत्याही कोनाचे मोजमाप ठरवण्यासाठी वापरली जाते. कोणत्याही कोनाचे मोजमाप हे त्यामध्ये समाविष्ट असलेल्या 1° भागांच्या संख्येवर आधारित असते. उदाहरणार्थ, पुढील आकृती पहा:

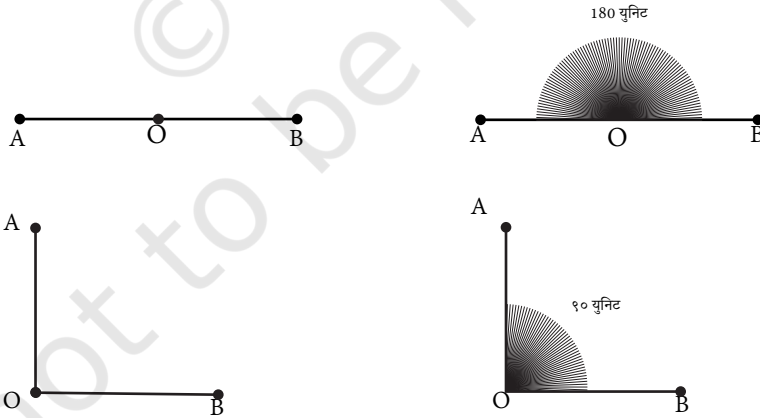


यामध्ये 1° कोनाच्या 30 घटक आहेत, म्हणून या कोनाचे मोजमाप 30° आहे.

विविध कोनांचे मोजमाप : पूर्ण वळणाचे मोजमाप अंशांमध्ये किती आहे? आपण त्यास 360° अंशांचा समजले आहे, म्हणून त्याचे मोजमाप 360° आहे.

☀ सरळ कोनाचे मोजमाप अंशांमध्ये किती आहे? सरळ कोन हा पूर्ण वळणाच्या निम्मा असतो. पूर्ण वळण 360° असल्यामुळे, अर्धा वळण 180° असतो.

समकोनाचे मोजमाप अंशांमध्ये किती आहे? दोन समकोन एकत्र मिळून सरळ कोन तयार करतात. सरळ कोन 180° असल्यामुळे, समकोन 90° असतो.



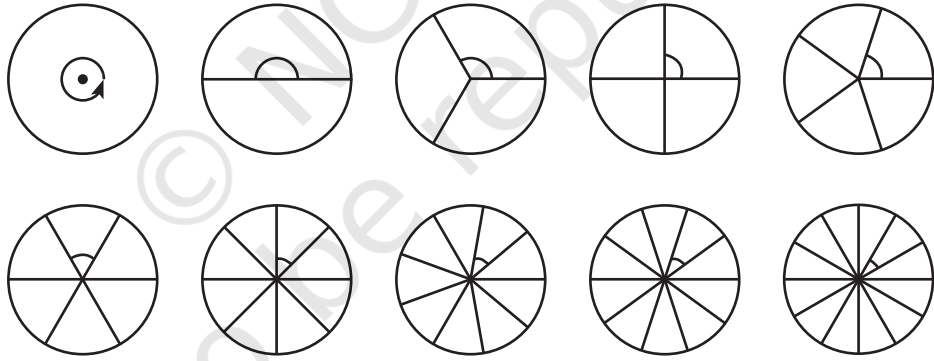
थोडासा इतिहास

पूर्ण वळण 360° मध्ये विभागले गेले आहे. पण का 360° ? आज आपण 360° चा वापर का करतो याचे नेमके कारण पूर्णपणे ज्ञात नाही. वर्तुळाला 360 भागांमध्ये विभागण्याची संकल्पना प्राचीन काळापासून

आहे. मानवतेच्या सर्वात जुन्या ग्रंथांपैकी एक असलेल्या ऋग्वेदात (सूक्त 1.164.48) 360 आय्यांचे चाक असल्याचा उल्लेख आढळतो. 3000 हून अधिक वर्षांपूर्वी अस्तित्वात असलेल्या भारत, पर्शिया, बाबिलोनिया आणि इजिप्तच्या अनेक प्राचीन कॅलेंडरमध्ये 360 दिवसांचे वर्ष होते. याशिवाय, बाबिलोनियन गणितज्ञ 60 आणि 360 च्या विभागणीचा वारंवार वापर करीत, कारण ते षष्टांश पद्धतीत (60 च्या पटीत) गणना करत होते.

गणितज्ञांनी 360 अंशांचा वापर कायम का ठेवला आणि का तो उपयुक्त मानला, यामागील सर्वात महत्त्वाचे आणि व्यावहारिक कारण म्हणजे 360 हे 10 पर्यंतच्या सर्व संख्यांनी (7 वगळता) पूर्णपणे भाग जाणारे सर्वात छोटे संख्यांक आहे. त्यामुळे वर्तुळ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 किंवा 10 समान भागांमध्ये विभागले तरी प्रत्येक भागात संपूर्ण संख्येने अंश मिळतात. याशिवाय, 360 ही संख्या 12 नेही पूर्णपणे भागते, जे एका वर्षातील महिन्यांची संख्या आहे, तसेच 24 नेही भागते, जे एका दिवसातील तासांची संख्या आहे. हे सर्व कारणे 360 हा अंक खूप उपयुक्त बनवतात.

☀ वर्तुळ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 आणि 12 भागांमध्ये विभागले आहे. परिणामी कोनांचे अंशमान काय आहे? दिलेल्या कोनांजवळ अंशमान लिहा.



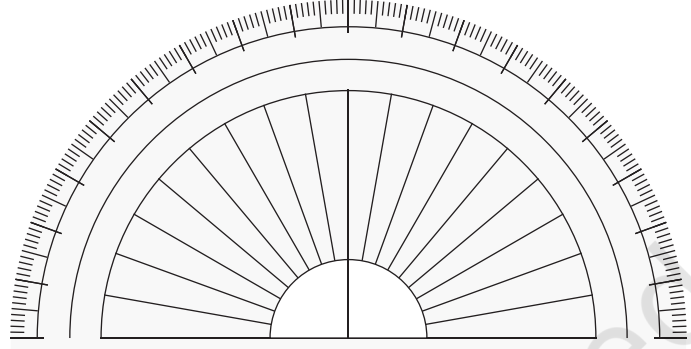
विभिन्न कोनांचे अंशमान

आपण इतर कोनांचे मापन अंशांमध्ये कसे करू शकतो? यासाठी आपल्याकडे प्रोट्रॅक्टर नावाचे साधन आहे, जे 360 समान भागांमध्ये विभागलेले वर्तुळ (आकृती 2.12, पृष्ठ 32 वर दाखवलेले) किंवा 180 समान भागांमध्ये विभागलेला अर्धवर्तुळ असते.

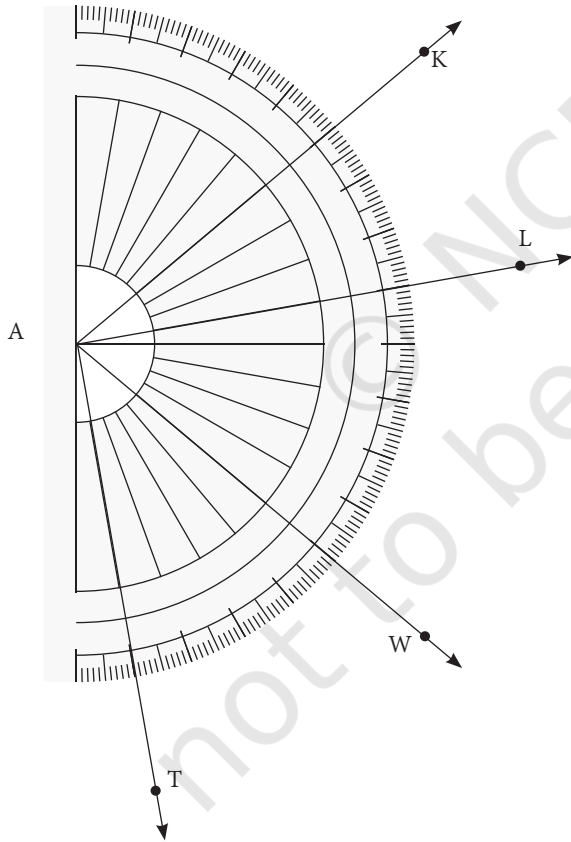
लेबल नसलेले प्रोट्रॅक्टर

हा प्रोट्रॅक्टर आहे. तुम्हाला केंद्रातील सरळ कोन 180° भागांमध्ये विभागलेला दिसतो का? जरी सर्व विभाजक रेषा दिसत नसल्या तरी!

बेसच्या उजव्या टोकाच्या चिन्हापासून सुरुवात करताना, प्रत्येक 10° साठी एक लांब खुण आहे. अशा प्रत्येक लांब खुणेपासून 5° नंतर एक मध्यम आकाराची खुण आहे.



हे शोधून काढा



1. पुढील कोनांचे माप लिहा:

a. $\angle KAL$

लक्षात घ्या की या कोनाचा शिरोबिंदू प्रोट्रॅक्टरच्या केंद्रावर आहे. त्यामुळे KA आणि AL यांच्यातील 1° च्या एककांचा संख्या $\angle KAL$ चे मोजमाप देते. मोजल्यावर आपल्याला मिळते —

$$\angle KAL = 30^\circ$$

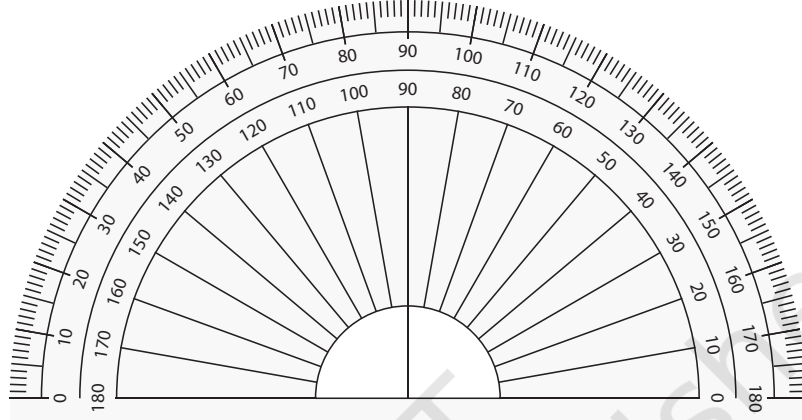
मध्यम आणि मोठ्या खुणांचा वापर करून, 5 किंवा 10 च्या पटीत मोजणे शक्य आहे का?

b. $\angle WAL$

c. $\angle TAK$

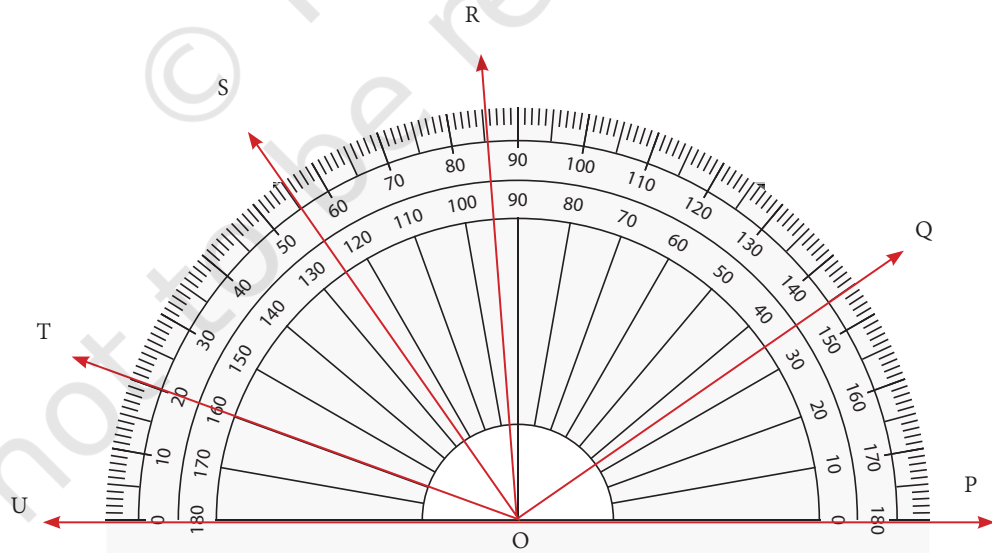
लेबल्ड प्रोट्रॅक्टर

हा तुम्हाला तुमच्या भूमितीच्या पेटीत सापडणारा प्रोट्रॅक्टर आहे. तो वरील प्रोट्रॅक्टरसारखाच दिसेल, फक्त यावर संख्या लिहिलेल्या आहेत. या संख्यांमुळे कोन वाचणे सोपे होईल का ?



प्रोट्रॅक्टरवर दोन संचांमध्ये संख्या असतात: एक उजवीकडून डावीकडे वाढणारा आणि दुसरा डावीकडून उजवीकडे वाढणारा. असे दोन संच का असतात ?

☀ आकृतीतील निरनिराळ्या कोनांची नावे सांगा आणि त्यांचे उपाय लिहा.



आपण $\angle TOQ$ सारख्या कोनांचा समावेश केला का?

आपण कोणता संच वापरला — आतला की बाहेरचा?

$\angle TOS$ चे मापन किती आहे?

संख्यांकित चिन्हांचा वापर करून कोन शोधता येईल का, मार्किंग मोजण्याची गरज न पडता?

येथे, OT आणि OS बाहेरील मापनपट्टीवरील 20 आणि 55 या संख्यांमधून जातात. या दोन

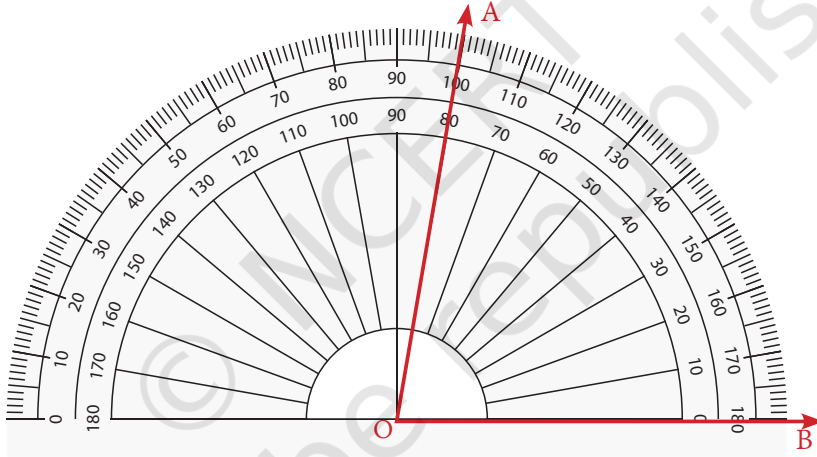
भुजांदरम्यान 1 अंशाच्या किती युनिट्स आहेत?

येथे वजाबाकीचा उपयोग करता येईल का?

कोन थेट कसा मोजता येईल, वजाबाकी करण्याची गरज न पडता?

प्रोट्रॅक्टर असे ठेवा की त्याचे केंद्र कोनाच्या शिरोबिंदूवर असेल.

प्रोट्रॅक्टरला अशा प्रकारे संरेखित करा की त्यातील एक भुजा 0° चिन्हावरून जाईल, जसे खालील चित्रात दाखवले आहे.

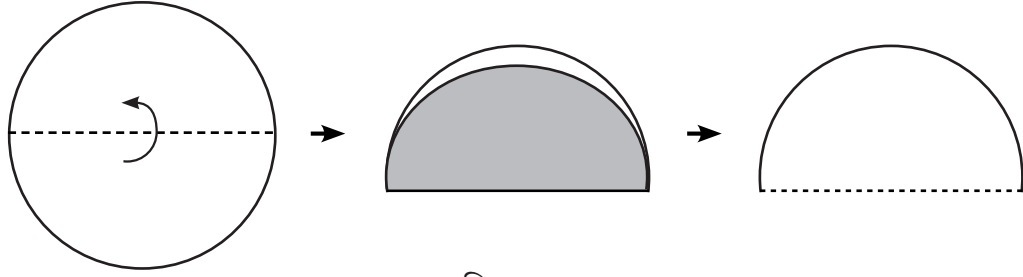


$\angle AOB$ च्या कोनाचे मापन किती अंश आहे?

आपला स्वतःचा प्रोट्रॅक्टर तयार करा !

तुम्ही कदाचित विचार केला असेल की प्रोट्रॅक्टरवरील समान अंतराच्या वेगवेगळ्या खुणा कशा तयार केल्या जातात. चला, त्यापैकी काही कशा तयार करता येतील ते पाहूया !

- 1 एका सोयीस्कर लिज्येचा वर्तुळ कागदावर काढा. त्यानंतर ते वर्तुळ कापून घ्या (आकृती 2.13). लक्षात ठेवा, वर्तुळ म्हणजेच पूर्ण फिरकी आणि त्याचे मापन 360° आहे.
- 2 वर्तुळ दुमडून दोन समान अर्धवर्तुळे करा आणि दुमडीच्या रेषेतून ते कापून एक अर्धवर्तुळ मिळवा. अर्धवर्तुळाच्या तळाच्या उजव्या कोपऱ्यात ' 0° ' लिहा.



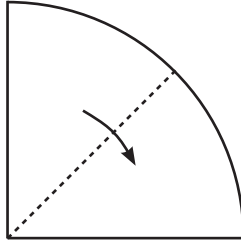
चित्र २.१३

आकृती 2.14	अर्धवर्तुळाचे मापन म्हणजे पूर्ण फिरकीच्या $\frac{1}{2}$ भागाचे मापन होय. (आ. 2.14) म्हणून, अर्धवळणाचे मापन = $\frac{1}{2}$ _____ = 180°. म्हणून, अर्धवर्तुळाच्या डाव्या तळाच्या कोपऱ्यात 180° लिहा.	
-------------------	--	--

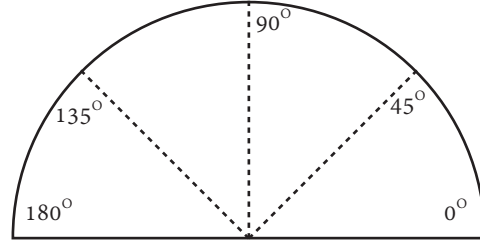
3. अर्धवर्तुळाकार कागदाचा अर्धा भाग दुमडून आकृती 2.15 प्रमाणे चतुर्थांश वर्तुळ तयार करा.

आकृती 2.15	चतुर्थांश वर्तुळाचे मापन म्हणजे $\frac{1}{4}$ भाग पूर्ण वळणाचा. किंवा, $\frac{1}{4}$ वळणाचे मापन = 360° पैकी $\frac{1}{4}$ = _____. किंवा, $\frac{1}{4}$ वळणाचे मापन = $\frac{1}{2}$ भाग अर्ध्या वळणाचा = $\frac{1}{2} \times 180^\circ$ = _____. म्हणून, अर्धवर्तुळाच्या वरच्या बाजूस 90° असे चिन्हांकित करा.	
-------------------	---	--

4. पत्रिका पुन्हा दुमडून घ्या, जसे की आकृती 2.16 आणि 2.17 मध्ये दाखवले आहे:



आकृती 2.16



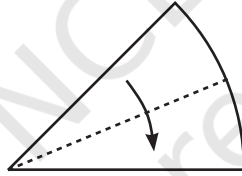
आकृती 2.17

जेव्हा हे दुमडले जाते, तेव्हा ते वर्तुळाच्या $\frac{1}{8}$ भागाइतके असते, किंवा $\frac{1}{8}$ फिरकी, किंवा $\frac{1}{8} \times 360^\circ$ किंवा $\frac{1}{4} \times 180^\circ$ किंवा $\frac{1}{2} \times 90^\circ =$ _____.

नवीन दुमडीमुळे 45° आणि $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ यांचे मोजमाप मिळते, जसे की दाखवले आहे.

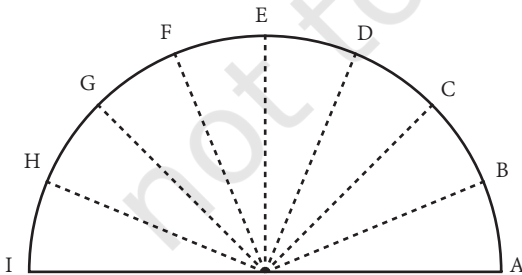
नवीन दुमडीवर, अर्धवर्तुळाच्या कडेला योग्य ठिकाणी 45° आणि 135° लिहा.

5. आणखी एक अर्धा दुमड करताच (आकृती 2.18 प्रमाणे), आपल्याला मिळणाऱ्या कोनाचे मोजमाप _____

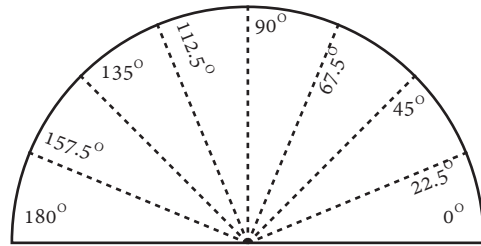


आकृती 2.18

6. उघडा आणि नव्या घड्यांना OB, OC, ... इत्यादीप्रमाणे चिन्हांकित करा, आकृती 2.19 आणि आकृती 2.20 मध्ये दाखवल्याप्रमाणे.



आकृती 2.19



आकृती 2.20

☀ विचार करा !

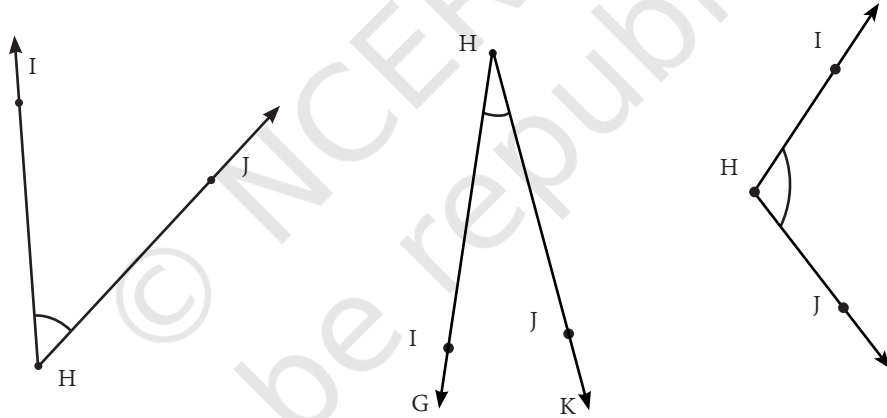
आ. 2.20 मध्ये, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOG = \angle GOH = \angle HOI = \underline{\hspace{2cm}}$. का ?

कोन द्विभाजक

प्रत्येक टप्प्यावर, आपण कोन अर्धा केला. दिलेल्या कोनाचा अर्धा भाग मिळवण्याच्या या प्रक्रियेस कोन द्विभाजन म्हणतात. जो रेषा दिलेल्या कोनाला द्विभाजित करतो त्याला त्या कोनाचा कोन द्विभाजक म्हणतात. तुमच्या हस्तनिर्मित प्रोट्रॅक्टरमध्ये कोन द्विभाजक ओळखा. कागदाच्या घडीद्वारे कोन द्विभाजनाच्या संकल्पनेचा वापर करून विविध कोन तयार करण्याचा प्रयत्न करा.

☀ हे शोधून काढा

1. तुमच्या प्रोट्रॅक्टरचा वापर करून खालील कोनांचे अंशमान शोधा.

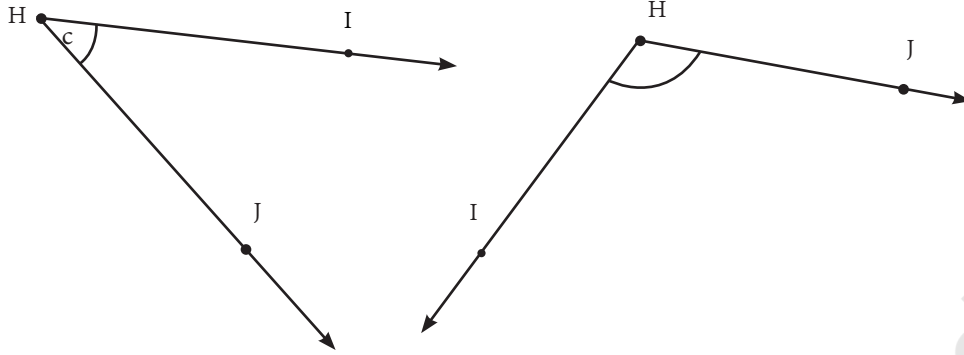


2. तुमच्या प्रोट्रॅक्टरचा वापर करून तुमच्या वर्गातील वेगवेगळ्या कोनांचे अंशमान शोधा.

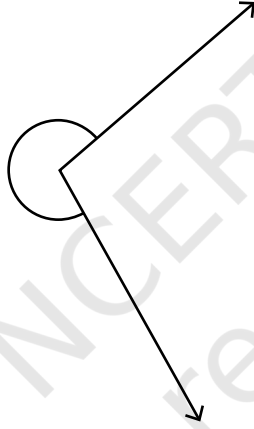
शिक्षकांसाठी सूचना

विद्यार्थ्यांनी स्वतःचा प्रोट्रॅक्टर तयार करून वेगवेगळ्या कोनांचे मापन करणे महत्त्वाचे आहे, जेणेकरून त्यांना प्रमाणित प्रोट्रॅक्टरवरील खुणांचे मूलतत्त्व समजेल.

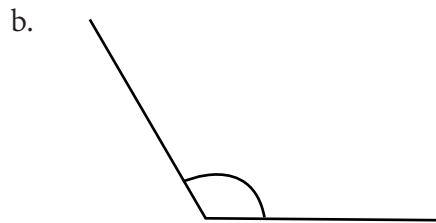
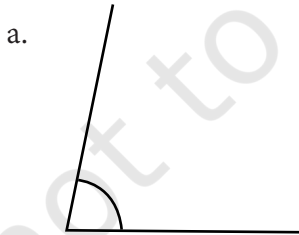
3. खाली दिलेल्या कोनांचे अंशमान शोधा. तुमचा कागदी प्रोट्रॅक्टर येथे वापरता येतो का, ते तपासा!

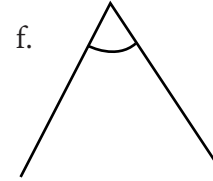
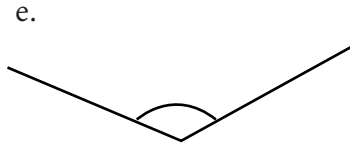
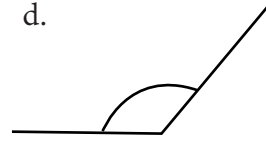
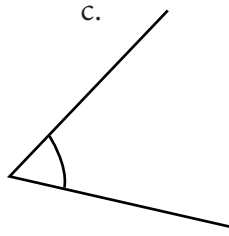


4. खाली दिलेल्या कोनाचे अंशमान प्रोट्रॅक्टर वापरून तुम्ही कसे शोधू शकता?

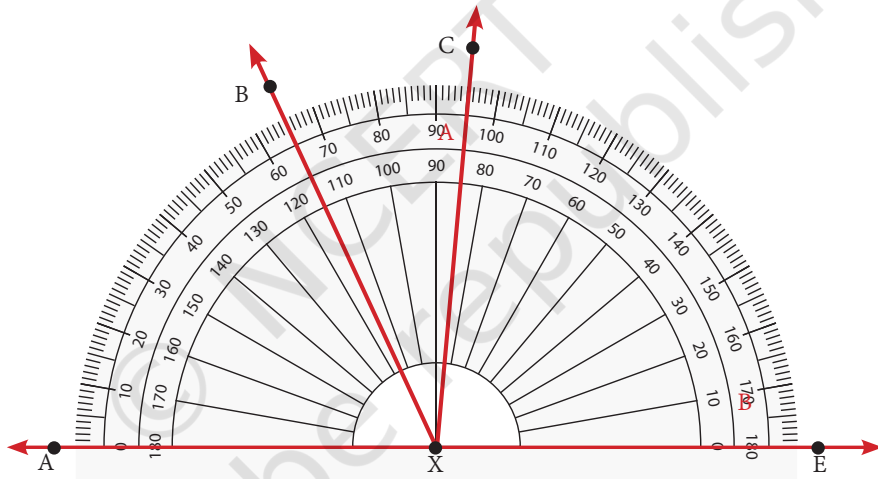


5. खालील प्रत्येक कोनाचे मापन करा आणि त्याचे अंशमान लिहा:

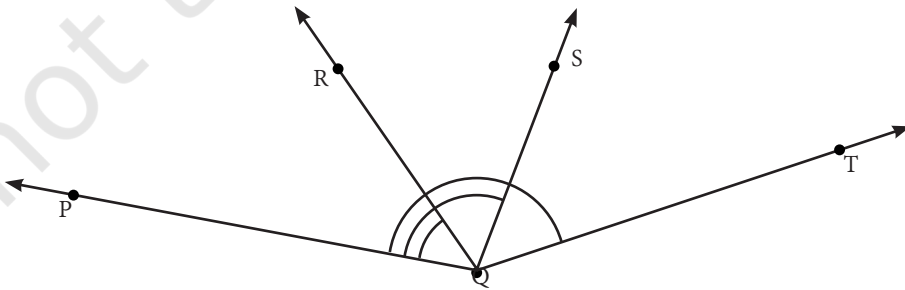




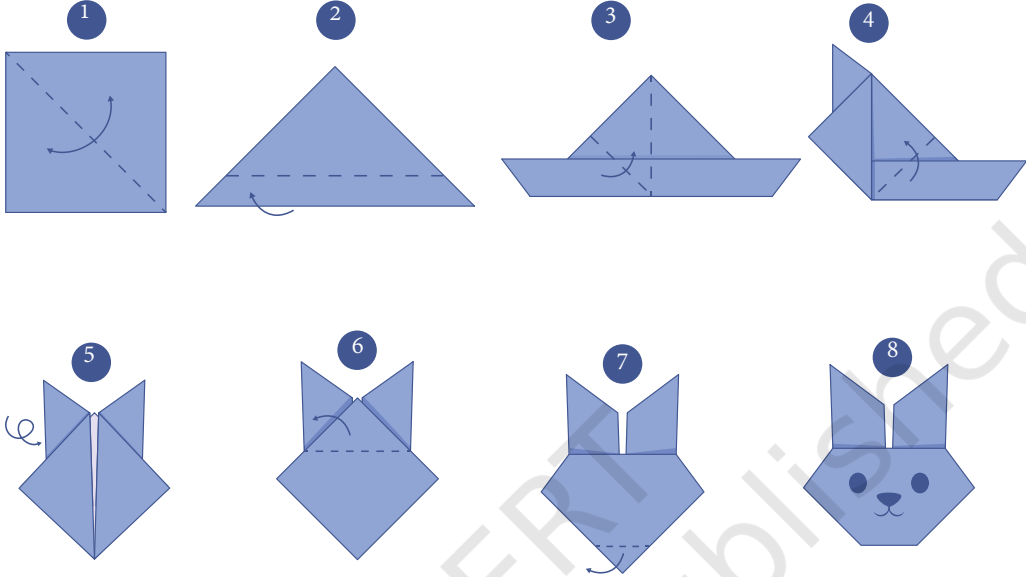
6. $\angle BXE$, $\angle CXE$, $\angle AXB$ आणि $\angle BXC$ यांचे अंशमान शोधा.



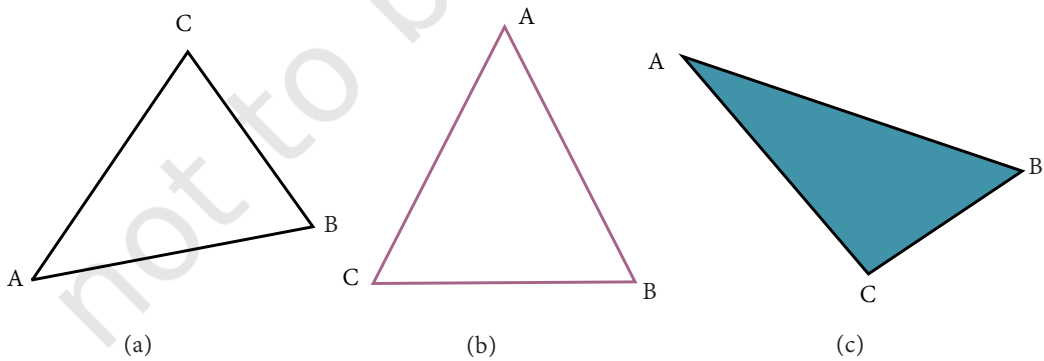
7. $\angle PQR$, $\angle PQS$ आणि $\angle PQT$ यांचे अंशमान शोधा.



8. दिलेल्या सूचना प्रमाणे कागदी हस्तकला तयार करा. नंतर, ते पूर्णपणे उघडा आणि सरळ करा. तयार झालेल्या चुऱ्यांवर रेषा काढा आणि तयार झालेल्या कोनांचे मापन करा.



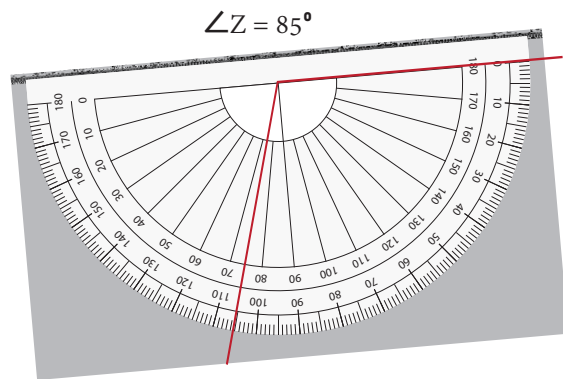
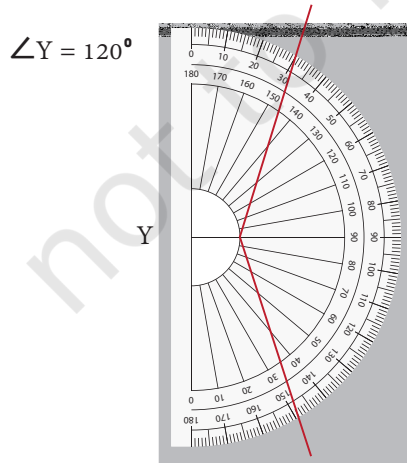
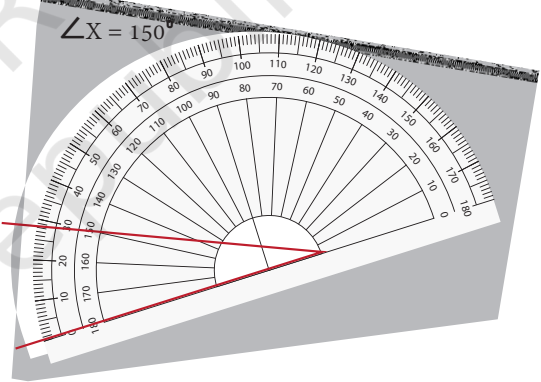
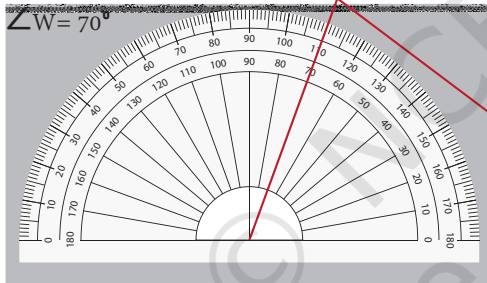
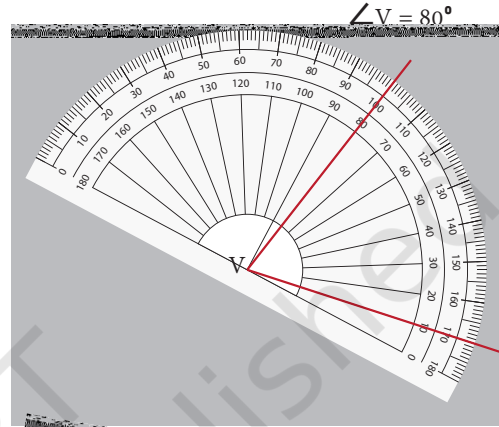
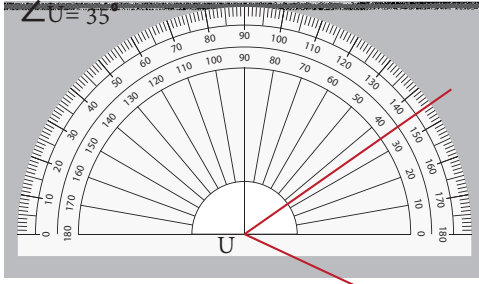
9. आ. 2.21 (a) मधील त्रिकोणाचे सर्व तीन कोन मोजा आणि त्या त्या कोनांच्या जवळ मापन लिहा. नंतर तीनही कोनांची बेरीज करा. काय मिळते ते पहा. हेच आ. 2.21 (b) आणि (c) मधील त्रिकोणांसाठी करा. इतर त्रिकोणांवरही प्रयत्न करा आणि सामान्यतः काय होते यावर एक अनुमान तयार करा! आपण यामागचे कारण पुढील वर्षी शिकू.



चित्र २.२१

चुकीकडे लक्ष द्या, चुका सुधारा!!

खाली दिलेल्या आकृतींमध्ये विद्यार्थ्याने प्रोट्रक्टरचा उपयोग करून कोन मोजले आहेत. प्रत्येक आकृतीत प्रोट्रक्टरच्या चुकीच्या वापराची ओळख करा आणि चर्चा करा की मोजणी कशी योग्य रीतीने केली असती आणि ती कशी सुधारता येईल.



हे शोधून काढा

कोन कुठे आहेत ?

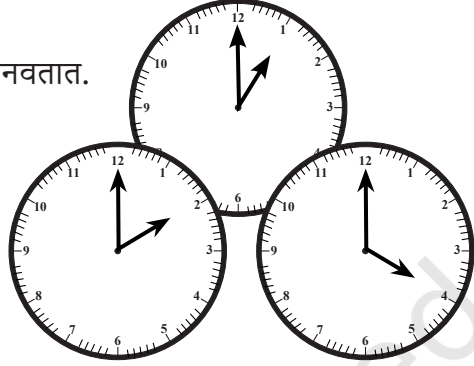
१. घड्याळातील कोन:

a. घड्याळाचे हात वेगवेगळ्या वेळी वेगवेगळे कोन बनवतात.

1 वाजता हातांमधला कोन 30° असतो. का ?

b. 2 वाजता कोणता कोन असेल ? आणि 4 वाजता ? 6 वाजता ?

c. घड्याळाच्या हाताने बनवलेले इतर कोन शोधा.



2. दरवाजाचा कोन :

कोनाचा वापर करून दरवाजा किती प्रमाणात उघडला जातो हे व्यक्त करणे शक्य आहे का ?

कोनाचा शिरोबिंदू कोणता असेल आणि कोनाचे हात कोणते असतील ?



3. विद्या झोपाळ्यावर आनंद घेत आहे. तिला लक्षात येते की जितका मोठा कोन करून ती झोके घेते, तितकी अधिक गती ती प्राप्त करते. पण हा कोन कुठे आहे ? तुम्हाला कोणता कोन दिसतोय का ?

4. इथे एका खेळण्याला तिरक्या पट्ट्या जोडलेल्या आहेत; पट्ट्यांचे कोन किंवा उतार जसे वाढतात, तसे चेंडू जलद गतीने फिरतात. या पट्ट्यांच्या उतारांचे वर्णन करण्यासाठी कोन वापरता येऊ शकतात का? प्रत्येक कोनाच्या भुजा कोणत्या आहेत? कोणती भुजा दिसते आणि कोणती नाही?
5. खालील चित्रे पाह्या, जिथे एका कीटकाचे प्रतिमा आणि त्याच्या फिरवलेल्या आवृत्त्या दिलेल्या आहेत. फिरवलेल्या प्रमाणाचे वर्णन करण्यासाठी कोनांचा उपयोग केला जाऊ शकतो का? कसा? या कोनाचा शिरोबिंदू आणि भुजा कोणत्या असतील?
संकेत: कीटकांना स्पर्श करणाऱ्या आडव्या रेषेचे निरीक्षण करा.

शिक्षकांसाठी सूचना

विद्यार्थ्यांनी त्यांच्या दैनंदिन जीवनात प्रत्येक गणितीय संकल्पनेचा उपयोग पाहणे महत्त्वाचे आहे. शिक्षक काही उपक्रम आयोजित करू शकतात, ज्या अंतर्गत विद्यार्थ्यांना वास्तविक जीवनातील कोनांच्या practically उपयोगांची जाणीव होईल, जसे की घड्याळे, दरवाजे, झोके, चढ-उतार संकल्पना, सूर्याचा स्थान, दिशा देणे इत्यादी..

2.10 कोन रेखाटणे

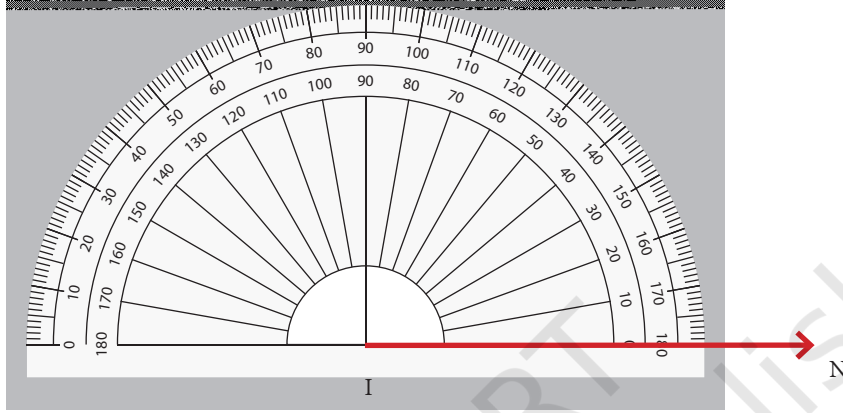
विद्या प्रोट्रॅक्टर वापरून 30° चा कोन रेखाटू इच्छिते आणि त्याला $\angle \text{TIN}$ असे नाव द्यायचे आहे.

$\angle \text{TIN}$ मध्ये, I हे शिरोबिंदू (vertex) असेल, तर IT आणि IN या कोनाच्या भुजा (arms) असतील. IN या भुजेला आधार (reference/base) म्हणून ठेवून, दुसऱ्या भुजे IT ला 30° ची वळण (turn) घ्यावे लागेल.

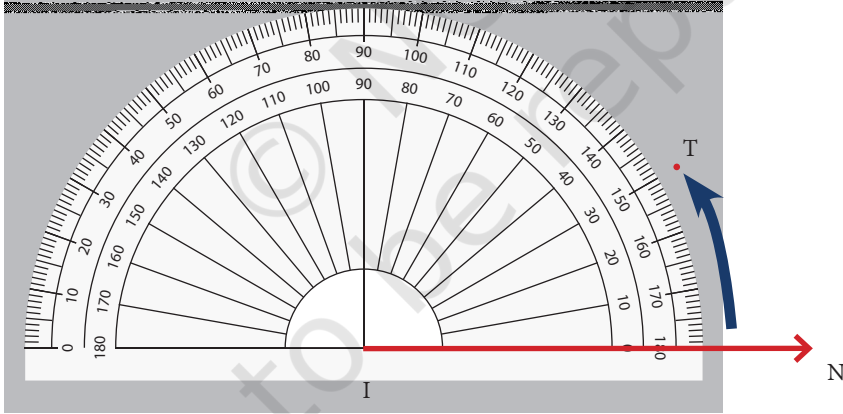
स्टेप 1: आपण आधारभूत रेषा म्हणून $\overrightarrow{IN}$ काढून सुरुवात करू.



स्टेप 2: आपण प्रोट्रॅक्टरचा मध्यबिंदू I वर ठेवू आणि IN रेषा 0° रेषेशी सरळ ठेवू..

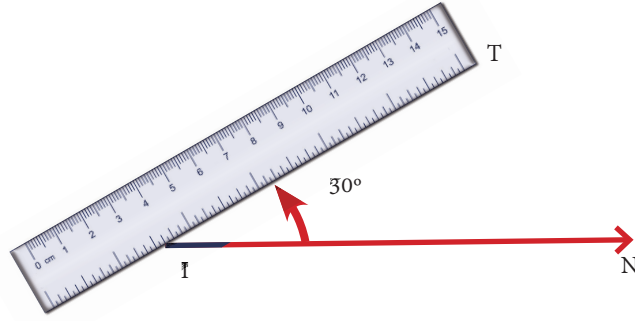


स्टेप 3: आता, 0 पासून सुरु करून प्रोट्रॅक्टरवर 0, 10, 20, 30 पर्यंत मोजा. 30° या चिन्हावर T बिंदूचिन्हांकित करा.



स्टेप 4: पट्टीचा वापर करून बिंदू I आणि T जोडावा..

$\angle TIN = 30^\circ$ हा आवश्यक कोन आहे.



☀ चला, एक खेळ खेळूया!#1

हा कोन ओळखण्याचा खेळ आहे! तुमच्या वर्गमित्रांसोबत दोन संघ तयार करून हा खेळ खेळा – संघ 1 आणि संघ 2. खेळाच्या सूचना आणि नियम:

- **संघ 1** गुप्तपणे कोणताही कोनाचा माप (उदा. 49°) निवडेल आणि प्रोट्रॅक्टरच्या मदतीने तो कोन तयार करेल, परंतु संघ 2 ला तो कोन दिसणार नाही.
- संघ 2 कोन पाहील आणि प्रोट्रॅक्टर न वापरता त्याच्या अंदाजे मोजमापाचा अंदाज घेईल.
- **संघ 1** नंतर प्रोट्रॅक्टरचा वापर करून खरे मोजमाप दाखवेल.
- **संघ 2** ला त्यांच्या अंदाज आणि खऱ्या मोजमापातील फरकाइतके गुण मिळतील. (उदा. जर संघ 2 ने 39° असा अंदाज घेतला आणि खरी किंमत 49° असेल, तर त्यांना 10 गुण मिळतील.) प्रत्येकी 5 फेऱ्या होतील.
- सर्वात कमी गुण मिळालेला संघ विजेता असेल!

☀ चला, एक खेळ खेळूया!#2

आता आपण खेळाच्या नियमांमध्ये थोडा बदल करूया. पुन्हा दोन संघ तयार करा – संघ 1 आणि संघ 2 आणि खालील नियमांनुसार खेळा. खेळाच्या सूचना आणि नियम:

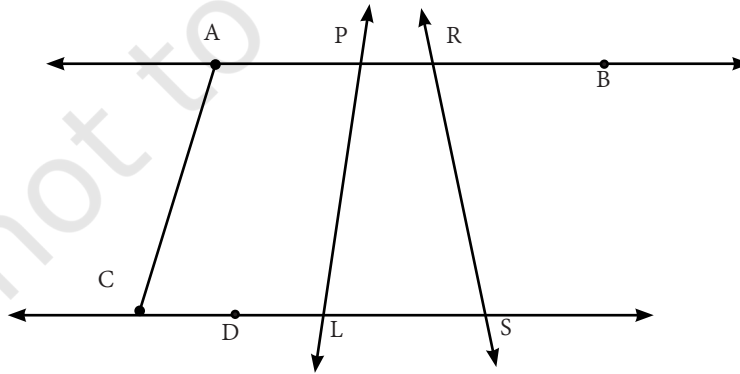
- संघ 1 कोणताही कोनाचा माप (उदा. 34°) मोठ्याने जाहीर करेल.
- संघ 2 मधील एक खेळाडू फळ्यावर तो कोन प्रोट्रॅक्टरशिवाय काढेल. संघातील इतर सदस्य 'थोडा मोठा करा!', 'थोडा लहान करा!' अशा सूचना देऊन मदत करू शकतात.
- संघ 1 मधील एक खेळाडू प्रोट्रॅक्टरचा वापर करून कोनाचे खरे मोजमाप दाखवेल.
- संघ 2 ला त्यांच्या काढलेल्या कोन आणि खऱ्या कोनाच्या फरकाइतके गुण मिळतील.
(उदा. जर संघ 2 ने 25° चा कोन काढला आणि ठरलेला कोन 34° असेल, तर त्यांना 9 गुण मिळतील.) प्रत्येक संघाला 5 फेऱ्या मिळतील.
- सर्वात कमी गुण मिळालेला संघ विजेता ठरेल!

शिक्षकांसाठी सूचना

हे खेळ विद्यार्थ्यांना कोन आणि त्यांच्या मोजमापांबद्दल अंतःप्रेरणा विकसित करण्यासाठी महत्त्वाची आहेत. कोन ताडण्याच्या कौशल्याचा सराव वाढवण्यासाठी वेगवेगळ्या दिवशी किमान एकदा किंवा दोनदा पुन्हा खेळावेत. हे खेळ जोडीने देखील खेळता येतात, जिथे दोन विद्यार्थी एकमेकांसोबत कोन मोजण्याचा सराव करू शकतात.

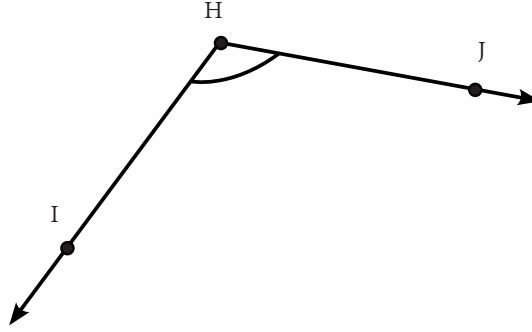
हे शोधून काढा

1. आकृती 2.23 मध्ये सर्व शक्य कोनांची यादी करा. तुम्ही सर्व कोन शोधले का? आता, सर्व कोनांचे मोजमाप अंदाजाने ठरवा. मग, कोनमापक (प्रोट्रॅक्टर) वापरून प्रत्यक्ष मोजमाप करा. सर्व मोजमाप एका तक्त्यात नोंदवा. अंदाज आणि प्रत्यक्ष मोजमाप यामधील फरक पाहा.



आ 2.23

2. कोनमापक (प्रोट्रॅक्टर) वापरून खालील मोजमाप असलेले कोन रेखाटा:
a. 110° b. 40° c. 75° d. 112° e. 134°
3. खाली दिलेल्या कोनाइतका समान मोजमाप असलेला कोन रेखाटा:



तसेच, कोन काढण्यासाठी आपण अनुसरण केलेल्या चरणांची नोंद करा.

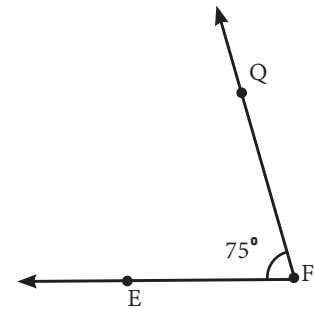
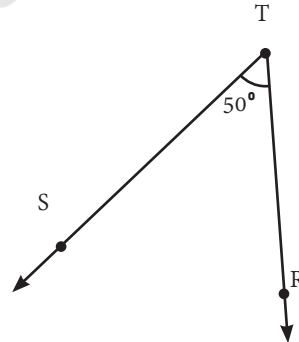
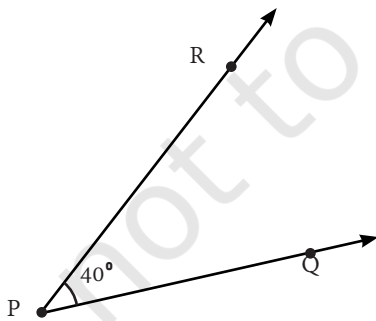
2.11 कोनांचे प्रकार व त्यांचे मोजमाप

या प्रकरणात आपण वेगवेगळ्या प्रकारच्या कोनांविषयी वाचले आहे.

आपण पाहिले की सरळ कोन 180° असतो आणि काटकोन 90° असतो.

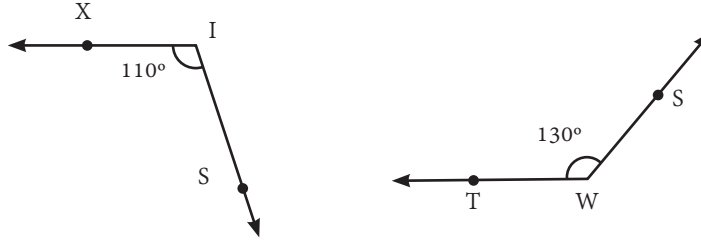
इतर प्रकारचे कोन – लघु कोन आणि दीर्घ कोन – त्यांचे मोजमाप यानुसार कसे वर्णन करता येतील?

लघु कोन (Acute Angle) – जे कोन काटकोनापेक्षा लहान, म्हणजे 0° पेक्षा मोठे आणि 90° पेक्षा छोटे असतात, त्यांना लघु कोन म्हणतात..



लघु कोनांची उदाहरणे

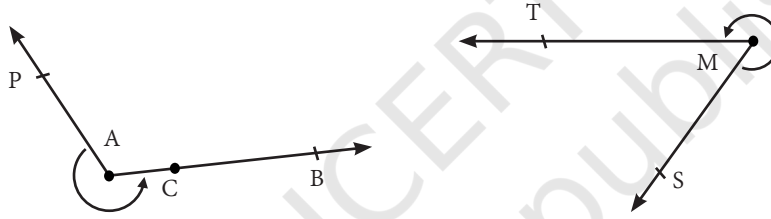
दीर्घ कोन (Obtuse Angle) – जे कोन काटकोनापेक्षा मोठे आणि सरळ कोनापेक्षा लहान, म्हणजे 90° पेक्षा मोठे आणि 180° पेक्षा छोटे असतात, त्यांना दीर्घ कोन म्हणतात.



दीर्घकोनांची उदाहरणे

आता आपण सर्व प्रकारच्या कोनांबद्दल समजून घेतले आहे का? अजून एक प्रकारचा कोन आहे.

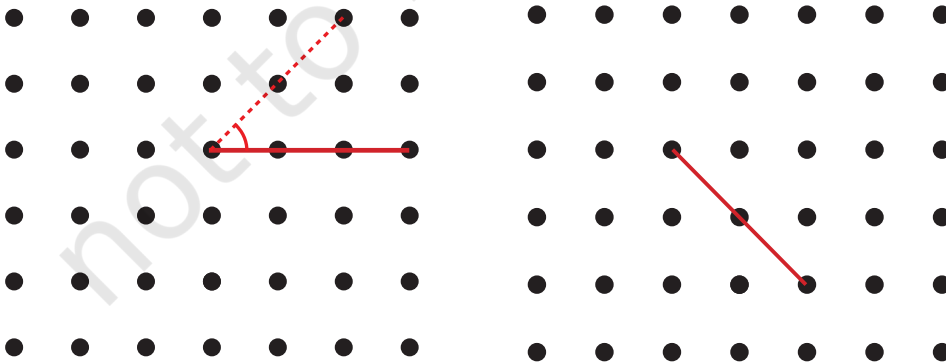
प्रतिबिंब कोन (Reflex Angle) – जे कोन सरळ कोनापेक्षा मोठे आणि पूर्ण कोनापेक्षा लहान, म्हणजे 180° पेक्षा मोठे आणि 360° पेक्षा छोटे असतात, त्यांना प्रतिबिंब कोन म्हणतात.



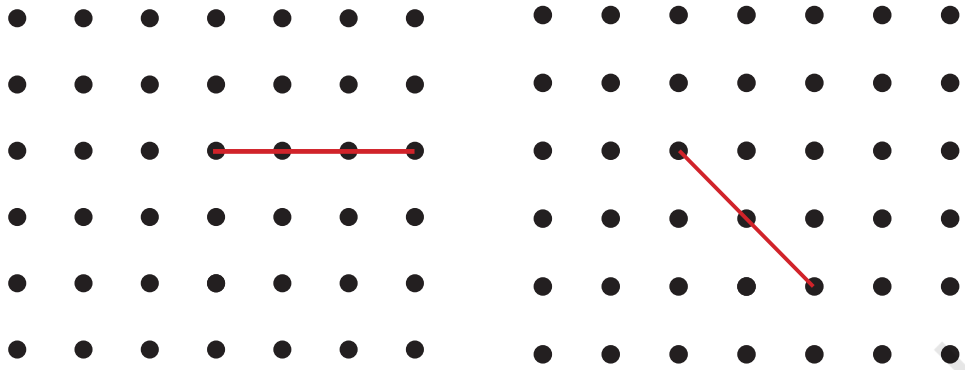
रिफ्लेक्स कोनांची उदाहरणे

हे शोधून काढा

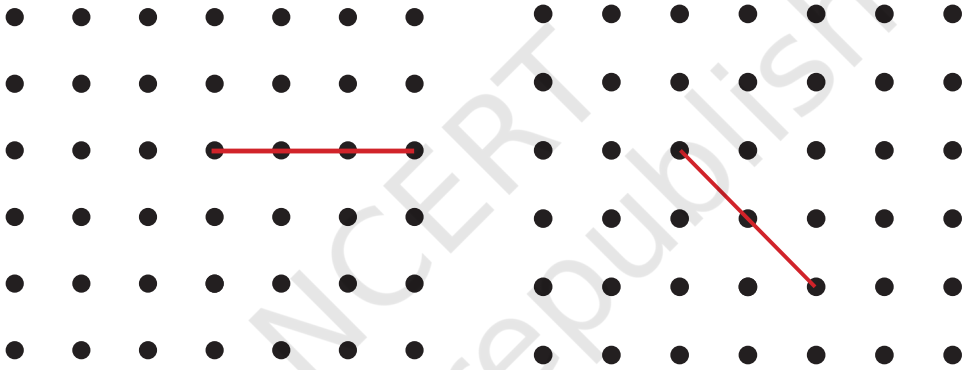
- खालील प्रत्येक जाळ्यात, A ला अन्य जाळी बिंदूंना सरळ रेषेने जोडा, ज्यामुळे:
 - लघु कोन मिळेल.



b. दीर्घकोन मिळेल.



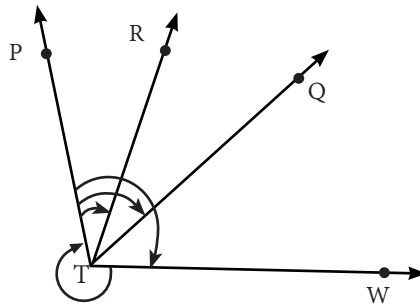
c. रिफ्लेक्स कोन मिळेल



निर्दिष्ट कोन स्पष्ट करण्यासाठी वक्र रेषांनी चिन्हांकित करा. एक उदाहरण आधीच दिले आहे.

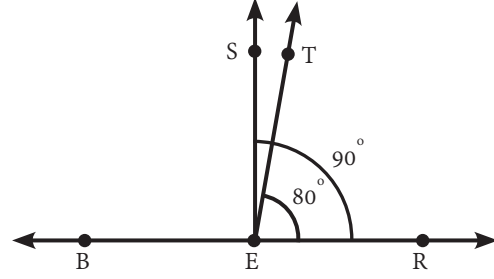
2. प्रोट्रक्टरचा वापर करून प्रत्येक कोनाचे मापन करा. नंतर त्या कोनांना लघु, दिर्घ, समकोन किंवा प्रतिक्षिप्त कोन म्हणून वर्गीकृत करा.

a. $\angle PTR$ b. $\angle PTQ$ c. $\angle PTW$ d. $\angle WTP$



चला शोधूया !

या आकृतीमध्ये, $\angle TER = 80^\circ$ आहे.
 $\angle BET$ च्या मापन किती असेल? $\angle SET$ च्या मापन किती असेल?



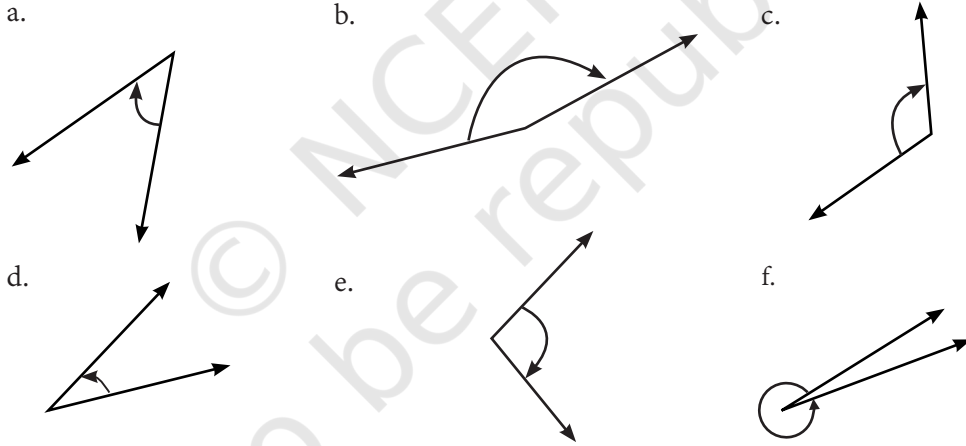
संकेत: लक्षात घ्या की $\angle REB$ हा सरळ कोन आहे. त्यामुळे $\angle REB$ चे मापन 180° आहे, त्यातील 80° हे $\angle TER$ ने व्यापले आहे. याच तत्वाचा उपयोग करून $\angle SET$ चे मापन शोधता येईल.

हे शोधून काढा

1. खालील कोनांचे रेखाटन करा:

a. 140° b. 82° c. 195° d. 70° e. 35°

2. प्रत्येक कोनाचा अंदाज घ्या आणि मग प्रोट्रक्टरच्या मदतीने त्याचे मापन करा:



खालील कोनांचे वर्गीकरण करा: लघु कोन, काटकोन, दीर्घ कोन किंवा रिफ्लेक्स कोन.

- अशा आकृतीचे रेखाटन करा ज्यामध्ये तीन लघु कोन, एक काटकोन आणि दोन दीर्घ कोन असतील.
- अक्षर 'M' असे रेखाटा की बाजूंच्या कोनांचे परिमाण 40° आणि मधला कोन 60° असेल.
- अक्षर 'Y' असे रेखाटा की तीन कोनांचे परिमाण अनुक्रमे 150° , 60° आणि 150° असेल.

6. अशोक चक्रामध्ये 24 आरे आहेत. दोन शेजारील आरंमधील कोनाचे माप किती आहे? दोन आरंमध्ये तयार होणारा सर्वात मोठा लघु कोन कोणता आहे?
7. कोडे: मी एक लघु कोन आहे. जर माझे परिमाण दुप्पट केले तरही तो तीव्र कोन राहतो. जर माझे परिमाण तिप्पट केले तरी तो तीव्र कोन राहतो. जर माझे परिमाण चौपट (चारपट) केले तरी तो तीव्र कोनच राहतो! पण जर माझे परिमाण पाचपट केले, तर तो दीर्घ कोन बनेल. माझ्या परिमाणासाठी कोणकोणत्या शक्यता आहेत?

सारांश

- एक बिंदू एखाद्या स्थानीचे प्रतिनिधित्व करतो. तो मोठ्या अक्षराने दर्शविला जातो.
- रेषाखंड दोन बिंदूंमधील सर्वात कमी अंतर दर्शवतो. बिंदू S आणि T यांना जोडणारा रेषाखंड $\overline{ST}$ ने दर्शविला जातो.
- जेव्हा $\overline{ST}$ सारखा रेषाखंड दोन्ही बाजूंनी अनंत पर्यंत वाढवला जातो, तेव्हा त्याला रेषा म्हणतात. ती $\overleftrightarrow{ST}$ किंवा कधीकधी एका लहान अक्षराने, जसे की m, दर्शविली जाते.
- जर रेषेचा एक भाग एका ठराविक बिंदूपासून सुरू होत असेल आणि दुसऱ्या दिशेने अनंत वाढत असेल, तर त्याला किरण म्हणतात. तो DP ने दर्शविला जातो, जिथे D हा सुरुवातीचा बिंदू आहे आणि P हा किरणावरील दुसरा बिंदू आहे.
- एका कोनाची कल्पना एका समान बिंदूपासून सुरू होणाऱ्या दोन किरणांप्रमाणे करता येते. $\overrightarrow{OP}$ आणि $\overrightarrow{OM}$ हे दोन किरण $\angle POM$ (किंवा $\angle MOP$) कोन तयार करतात, जिथे O हा कोनाचा शिरोबिंदू आहे आणि $\overrightarrow{OP}$ आणि $\overrightarrow{OM}$ हे कोनाचे भुज आहेत.
- कोनाचा आकार म्हणजे एक भुज दुसऱ्या भुजेवर फिरवण्यासाठी आवश्यक असलेली फिरवण्याची (rotation) मात्रा.
- कोनांचे माप अंशात (degrees) व्यक्त करता येते. संपूर्ण फेरी (full rotation) 360° अंशां मध्ये मोजली जाते आणि 360° ने दर्शविली जाते.
- कोनांचे अंश मोजण्यासाठी कोनमापक (प्रोट्रक्टर) वापरला जातो.
- कोन सरळकोन (180°), काटकोन (90°), लघु कोन (0° पेक्षा जास्त आणि 90° पेक्षा कमी), दीर्घ कोन (90° पेक्षा जास्त आणि 180° पेक्षा कमी), आणि प्रतिक्षेप किंवा रिफ्लेक्स कोन (180° पेक्षा जास्त आणि 360° पेक्षा कमी) या प्रकारचे असतात.