2

خطوط اور زاویے
(Lines and Angles)

4674CH02

اس باب میں ہم جیومیٹری کے بنیادی تصوّرات جیسے نقطے، خطوط، عمودی لکیریں (Rays)، قطع خطوط اور زاویوں کا جائزہ لیں گے۔ یہ تصوّرات 'مستوی جیومیٹری' (Plane Geometry) کے بلڈنگ بلاکوں کی تشکیل کرتے ہیں اور جیومیٹری کے مزید اعلیٰ موضوعات جیسے کہ مختلف شکلوں کی تشکیل اور تجزیے کو سمجھنے میں ہماری مدد کریں گے۔

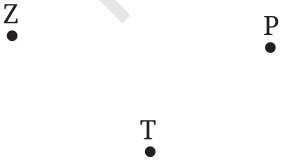
2.1 نقطہ

پنسل کی نوک سے ایک کاغذ پر ایک نقطہ (Dot) لگائیے۔ پنسل کی نوک جتنی باریک ہوگی، نقطہ اتنا ہی باریک ہوگا۔ یہ چھوٹا نقطہ آپ کو ایک نقطے کا تصور دے گا۔ کوئی نقطہ کسی متعینہ مقام کی نشان دہی کرتا ہے لیکن اس کی کوئی لمبائی، چوڑائی یا اونچائی نہیں ہوتی۔ ذیل میں نقطہ کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔

پرکار کی نوک

پنسل کی تراشی ہوئی نوک

سوئی کا نوکیلا سرا

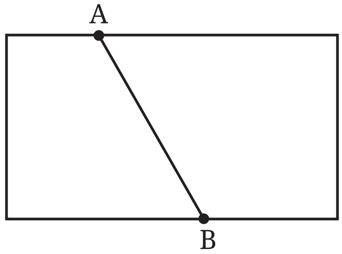


اگر آپ کسی کاغذ پر تین نقطے لگائیں تو آپ کو ان تینوں نقطوں کے درمیان فرق کرنے کی ضرورت پڑے گی۔ اس مقصد کے لیے ہم ہر نقطہ کو الگ الگ انگریزی کے بڑے حرف

© NCERT not to be republished

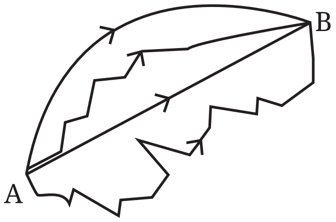
P،Z اور T سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ان نقطوں کو، 'نقطہ Z'، 'نقطہ P' اور 'نقطہ T' کے طور پر پڑھا جاتا ہے۔یقیناً، یہ نقطے مخصوص مقامات کی نمائندگی کرتے ہیں اور انھیں بہت باریک اور غیر مرئی تصور کیا جاتا ہے۔

2.2 قطع خط



ایک کاغذ کو موڑ کر پھر کھول دیجیے۔کیا آپ کو کوئی شکن نظر آتی ہے؟اس سے قطع خط کے تصوّر کا اندازہ ہوتا ہے۔اس میں دو سرے ہوتے ہیں، A اور B۔

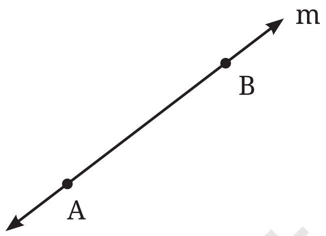
کاغذ کے کسی ٹکڑے پر دو نقطے A اور B کے نشان لگائیے۔A اور B کو مختلف راستوں سے ملانے کی کوشش کیجیے۔(شکل 2.1)



شکل 2.1

A سے B تک سب سے مختصر راستہ کون سا ہے؟یہاں دکھایا گیا سب سے چھوٹا راستہ (جس میں A اور B بھی شامل ہیں) ایک قطع خط ہے۔اس کو $\overline{AB}$ یا $\overline{BA}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔نقطے A اور B قطع خط $\overline{AB}$ کے سِرے کے نقطے (End Points) کہلاتے ہیں۔

2.3 خط



شکل 2.2

تصور کیجیے کہ A سے B تک قطع خط (یعنی $\overline{AB}$) کو ایک سمت میں A سے آگے بڑھایا جائے اور دوسری سمت میں B سے آگے بڑھایا جائے اور اس میں کوئی سِرا نہ ہو۔(شکل 2.2 دیکھیے) یہ ایک خط کا ماڈل ہے۔کیا آپ کو لگتا ہے کہ آپ ایک مکمل خط کی تصویر بنا سکتے ہیں؟نہیں، کیوں؟

دو نقطوں A اور B سے گذرنے والے خط کو $\overleftrightarrow{AB}$ لکھا جاتا ہے۔اس کو دونوں طرف سے ہمیشہ بڑھایا جاسکتا ہے۔کبھی کبھی خط کو l یا m جیسے حروف سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔

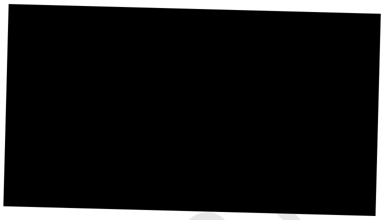
غور کیجیے کہ کسی خط کو بنانے کے لیے دو ہی نقطے کافی ہوتے ہیں اور ان دو نقطوں سے ایک منفرد خط بنتا ہے۔

© NCERT not to be republished

2.4 عمودی لکیر

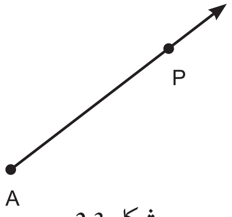
عمودی لکیر (Ray)، خط کا ایک حصہ ہوتی ہے جو ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے (جسے ہم عمودی لکیر کا شروعاتی نقطہ یا ابتدائی نقطہ کہتے ہیں) اور آگے کسی سمت میں لامحدود طور پر بڑھتی رہتی ہے۔ ذیل میں عمودی لکیر کے کچھ ماڈل دیے گئے ہیں:

شمسی شعاعیں



ٹارچ کی روشنی کی شعاع

لائٹ ہاؤس کی روشنی کے مینار



شکل 2.3

عمودی لکیر کے ڈائی گرام کو (شکل 2.3) دیکھیے۔ اس پر دو نقطے نشان زد کیے گئے ہیں۔ ایک شروعاتی نقطہ A ہے اور دوسرا نقطہ P ہے جو عمودی لکیر کے راستے پر ہے۔ ہم اس عمودی لکیر کو $\overrightarrow{AP}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔

معلوم کیجیے

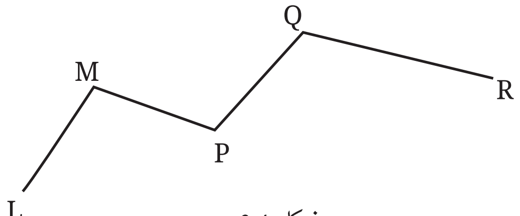
1. ریحان نے کسی کاغذ کے ایک ٹکڑے پر ایک نقطہ بنایا۔ وہ کتنے خطوط کھینچ سکتا ہے جو اس نقطے سے ہو کر گزریں؟

شیتل نے کسی کاغذ کے ایک ٹکڑے پر دو نقطے بنائے ہیں۔ ان دو نقطوں سے گزرتے ہوئے وہ کتنے مختلف خطوط کھینچ سکتی ہے؟

کیا آپ ان کے جوابات تلاش کرنے میں ریحان اور شیتل کی مدد کر سکتے ہیں؟

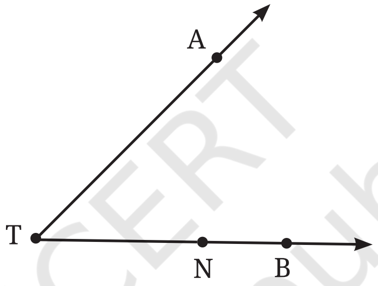
© NCERT not to be republished

2. شکل 2.4 میں دکھائے گئے قطع خطوط کو نام دیجیے۔ پانچوں نشان زد نقطوں میں سے کون سے نقطے دیے ہوئے قطع خطوط میں سے کسی ایک قطع خط پر مکمل طور سے ہیں؟ قطع خطوط کے وہ دو نقطے کون سے ہیں؟



شکل 2.4

3. شکل 2.5 میں دکھائی گئیں عمودی لکیروں کے نام بتائیے۔ کیا T ہر ایک عمودی لکیر کا شروعاتی نقطہ ہے؟



شکل 2.5

4. ایک رف (Rough) شکل بنائیے اور صحیح طریقے سے انھیں نام دیجیے تا کہ مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کی وضاحت ہو:

a. $\overleftrightarrow{OP}$ اور $\overleftrightarrow{OQ}$ نقطہ 'O' پر ملتے ہیں۔

b. $\overrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ نقطہ M پر قطع کرتے ہیں۔

c. نقطے E اور F خط l پر واقع ہیں لیکن نقطہ D نہیں ہے۔

d. نقطہ P، AB پر واقع ہے۔

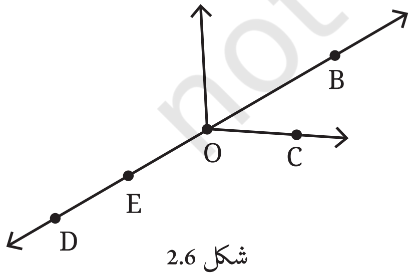
5. شکل 2.6 میں مندرجہ ذیل نام بتائیے:

a. پانچ نقطے

b. ایک خط

c. چار عمودی لکیریں

d. پانچ قطع خطوط کے



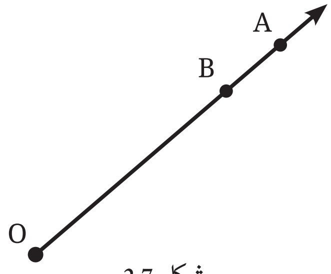
شکل 2.6

© NCERT not to be republished

6. یہاں $\overrightarrow{OA}$ ایک عمودی لکیر ہے(شکل 2.7)۔ یہ 'O' سے شروع ہوتی ہے اور نقطہ A سے گزرتی ہے۔ یہ نقطہ B سے بھی گزرتی ہے۔

a. کیا آپ اس کو $\overrightarrow{OB}$ نام بھی دے سکتے ہیں؟ کیوں؟

b. کیا ہم $\overrightarrow{OA}$ کو $\overrightarrow{AO}$ لکھ سکتے ہیں؟ کیوں اور کیوں نہیں؟

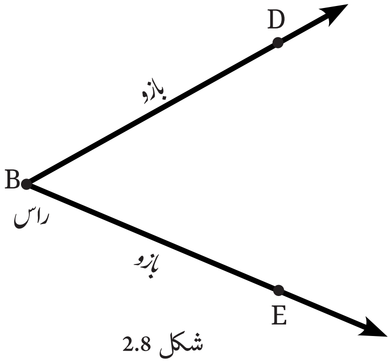


شکل 2.7

2.5 زاویہ (Angle)

ایک زاویہ دو عمودی لکیروں سے مل کر بنتا ہے جن کا شروعاتی نقطہ مشترک ہے۔

یہاں ایک زاویہ ہے جو عمودی لکیریں $\overrightarrow{BD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ سے بنا ہے جہاں B مشترک شروعاتی نقطہ ہے (شکل 2.8)۔



شکل 2.8

نقطہ B زاویہ کا راس (Vertex) کہلاتا ہے اور عمودی لکیر $\overrightarrow{BD}$ اور $\overrightarrow{BE}$ زاویہ کے بازو (Arms) کہلاتے ہیں۔ ہم اس زاویہ کو کیسے نام دے سکتے ہیں؟ ہم صرف راس کو استعمال کر سکتے ہیں اور اسے زاویہ B کہہ سکتے ہیں۔ زاویے کے نام کو بتانے کے لیے اور اس بات کو واضح کرنے کے لیے ہم راس کے ساتھ زاویے کے ہر بازو پر ایک ایک نقطہ لگائیں گے۔ اس صورت حال میں اس زاویہ کو ہم زاویہ DBE یا زاویہ EBD سے مخاطب کریں گے۔ لفظ زاویہ کو ہم علامت '∠' سے بدل سکتے ہیں، یعنی ∠DBE یا ∠EBD۔ یہ بات دھیان میں رہے کہ زاویہ کو ظاہر کرنے میں راس کو ہمیشہ درمیانی حرف کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

زاویہ کی نشان دہی کرنے کے لیے راس پر ایک چھوٹی منحنی (Curve) کا استعمال کرتے ہیں۔ (شکل 2.9)۔

وِدّیا نے ابھی اپنی کتاب کھولی ہے۔ آیئے ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ وہ کتاب کی جلد کو کتنے مختلف مناظر میں کھولتی ہے۔

حالت 1 حالت 2 حالت 3 حالت 4 حالت 5 حالت 6

© NCERT not to be republished

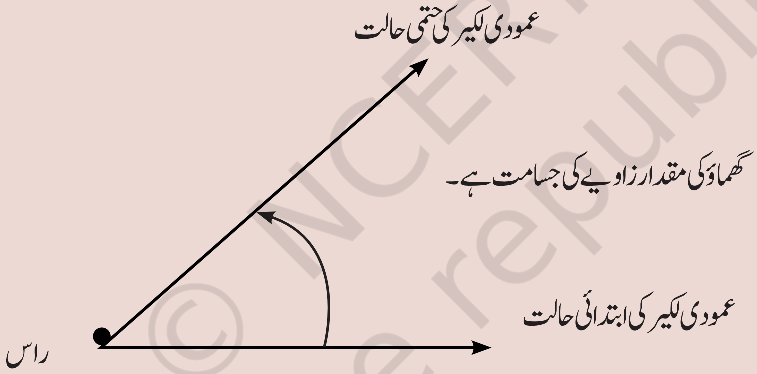
کیا آپ ان میں سے ہر صورت میں بنائے گئے زاویوں کو دیکھتے ہیں؟ کیا آپ ان زاویوں کے راس اور بازوؤں کی نشان دہی کر سکتے ہیں؟

کون سا زاویہ نسبتاً بڑا ہے—صورت حال 1 کا زاویہ یا صورت حال 2 کا زاویہ؟

جس طرح ہم خط کی لمبائی کی بنیاد پر اس کے سائز کے بارے میں بات کرتے ہیں، ویسے ہی ہم زاویوں کے سائز کی بات اس کی گردش محوری (Rotation) کی مقدار کی بنیاد پر کرتے ہیں۔

اس لیے صورت حال 2 کا زاویہ نسبتاً بڑا ہے جیسا کہ اس صورت حال میں وِڈیا کو ضرورت ہے کہ اس جلد کو زیادہ گھمائے۔ اسی طرح صورت حال 3 کا زاویہ صورت حال 2 سے بھی بڑا ہے، کیوں کہ اس میں اور زیادہ گردش عودی ہے، اور حالت 4، 5 اور 6 مسلسل اسی طرح گردش عودی بڑھنے کے ساتھ اور بڑے زاویوں کا مظاہرہ کر رہے ہیں۔

کسی زاویے کی جسامت گردش عودی کی مقدار یا گھماؤ ہے۔ جو پہلی عمودی لکیر کو دوسری عمودی لکیر کی طرف حرکت دینے کے لیے درکار ہے۔



شکل 2.9

آیئے ہم ایسی کچھ اور مثالیں دیکھتے ہیں جہاں حقیقی زندگی میں گردش محوری یا گھماؤ سے زاویوں کی تشکیل ہوتی ہے:

- پرکار یا ڈیوائیڈر میں، ہم بازوؤں کو گھما کر ایک زاویہ کی تشکیل کرتے ہیں۔ ان کا راس وہ ہوتا ہے جہاں دونوں بازو ملتے ہیں۔ زاویہ کے بازوؤں اور راس کی شناخت کیجیے۔
- ایک قینچی کے دو بلیڈ ہوتے ہیں۔ جب ہم کوئی چیز کاٹنے کے لیے انھیں کھولتے (یا گھماتے) ہیں تو اس کے دونوں بلیڈ ایک زاویہ بناتے ہیں۔ بازوؤں اور راس کی شناخت کیجیے۔

© NCERT not to be republished

- عینک، بٹوہ اور دوسری عام اشیا کی تصویروں کو دیکھیے۔ بازوؤں اور راسوں کو نشان زد کرتے ہوئے زاویوں کی شناخت کیجیے۔

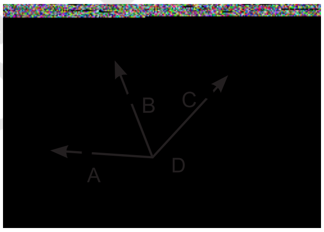
کیا آپ دیکھتے ہیں کہ کیسے ایک بازو کو دوسرے بازوؤں کی مناسبت سے موڑ کر یہ زاویے بنتے ہیں؟

استاد کے لیے نوٹ

اساتذہ کو طلبا کے ساتھ مل کر کچھ سرگرمیاں انجام دینی چاہیے۔ تاکہ وہ زاویے کے سائز کو گردش عودی کی مقدار کے طور پر پہچان سکیں۔

معلوم کیجیے

1. کیا آپ ذیل میں دی گئی تصویروں میں زاویے معلوم کر سکتے ہیں؟ ان میں سے کوئی ایک زاویہ بنانے والی عمودی لکیروں کو نشان زد کیجیے اور زاویہ کے راس کا نام بتائیے۔



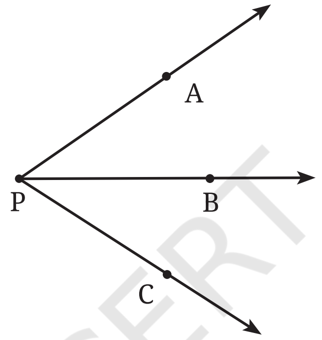
© NCERT not to be republished

[redacted] [redacted]

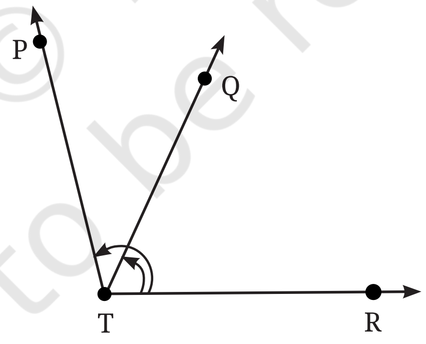
2. ST اور SR بازوؤں کا ایک زاویہ بنائیے اور اس کو لیبل کیجیے۔

3. $\angle APC$ کو $\angle P$ کیوں نہیں لکھا جا سکتا، وضاحت کیجیے۔

ریاضی بات چیت



4. درج ذیل تصویر میں نشان زد کیے گئے زاویوں کے نام لکھیے۔



5. کاغذ پر تین ایسے نقطے نشان زد کیجیے جو ایک خط پر نہ ہوں۔ ان کو A، B اور C سے لیبل کیجیے۔ ان نقطوں کے جوڑوں سے گذرتے ہوئے تمام ممکنہ خطوط کھینچیے۔ آپ کو کتنے خطوط حاصل ہوئے؟ ان کے نام لکھیے۔ آپ A، B، C کو استعمال کرتے ہوئے کتنے زاویوں کے نام بتا سکتے ہیں؟ ان کو لکھیے اور ان میں ہر ایک کو ایک منحنی سے نشان زد کیجیے جس طرح شکل 2.9 میں دکھایا گیا ہے۔

© NCERT not to be republished

6. اب آپ اپنے کاغذ پر کوئی ایسے چار نقطے نشان زد کیجیے جن میں سے تین ایک خط میں نہ ہوں۔ ان کو A، B، C اور D سے لیبل کیجیے۔ ان نقطوں کے جوڑوں سے گزرتے ہوئے تمام ممکنہ خطوط کھینچیے۔ آپ کو کتنے خطوط حاصل ہوتے ہیں؟ ان کے نام بتائیے۔ A، B، C اور D کو استعمال کرتے ہوئے آپ کتنے زاویوں کے نام بتا سکتے ہیں؟ ان تمام کو لکھیے اور ان میں سے ہر ایک کو منحنی سے نشان زد کیجیے۔ جیسا کہ شکل 2.9 میں دکھایا گیا ہے۔

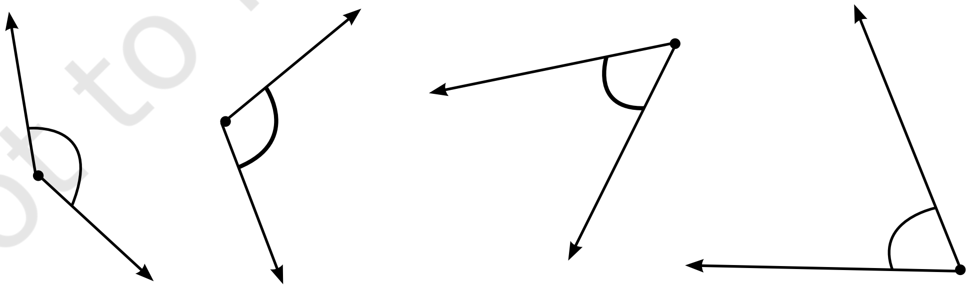
2.6 زاویوں کا موازنہ

ان جانوروں کو منھ کھولتے ہوئے دیکھیے۔ کیا آپ یہاں کوئی زاویہ دیکھتے ہیں؟ اگر ہاں، تو ہر ایک کے راس اور بازوؤں کو نشان زد کیجیے۔ کچھ منھ دوسرے کے مقابلے میں زیادہ کھلتے ہیں، جبڑے جتنے زیادہ کھلیں گے، زاویہ اتنا ہی بڑا ہوگا۔ کیا آپ ان زاویوں کو سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے کی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟

© NCERT not to be republished

ریاضی بات چیت

- کیا دو زاویوں کا موازنہ ہمیشہ آسان ہوتا ہے؟



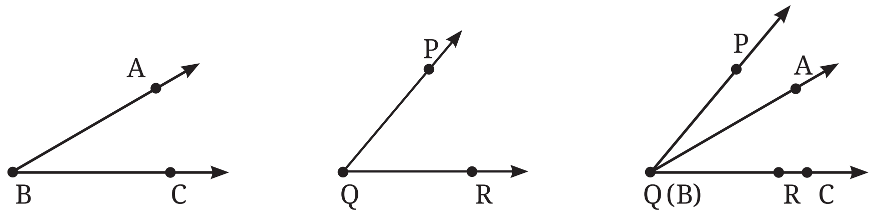
یہاں کچھ زاویے ہیں۔ ہر زاویے کو لیبل کیجیے۔ آپ ان کا موازنہ کیسے کریں گے؟

کچھ اور زاویے بنائیے اور ان کو لیبل کیجیے اور موازنہ کیجیے۔

انطباق (Superimposition) کے ذریعے زاویوں کا موازنہ

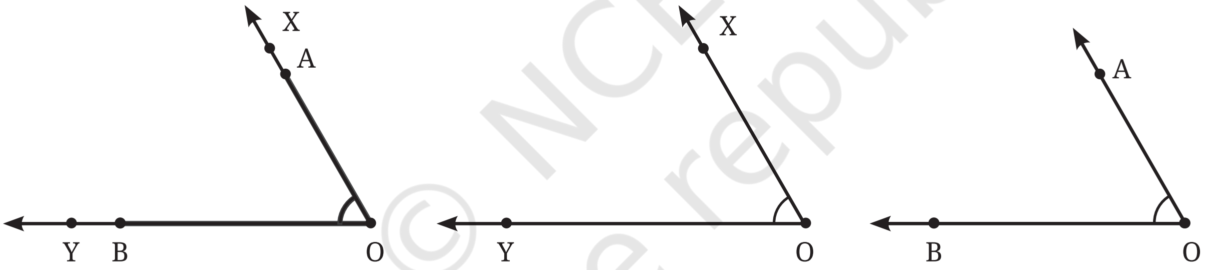
کسی بھی دو زاویوں کا ایک دوسرے کے اوپر رکھ کر موازنہ کیا جاسکتا ہے یعنی انطباق کے ذریعے۔ انطباق کرتے وقت دونوں زاویوں کے راس بالکل ایک دوسرے کے اوپر ہوں۔

انطباق کے بعد یہ صاف ہوجاتا ہے کہ کون سا زاویہ چھوٹا ہے اور کون سا بڑا ہے۔



تصویر میں دو زاویے منطبق ہیں۔ اب یہ صاف ہوگیا کہ PQR∠ سے ABC∠ بڑا ہے۔

مساوی زاویہ (Equal angle). اب آپ شکل میں AOB∠ اور XOY∠ پر غور کریں۔ ان میں کون سا بڑا ہے؟



ان دونوں زاویوں کے کونے (راس) اور دونوں بازو بالکل ایک دوسرے کو ڈھک رہے ہیں۔

یعنی OA↔OX اور OB↔OY۔ اس لیے یہ زاویے جسامت میں مساوی ہیں۔

یہ زاویے پیمائش میں برابر ہیں، کیوں کہ جب ہم گردش محوری سے بننے والے ہر ایک زاویہ کو دیکھتے ہیں، تو ہم دیکھ سکتے ہیں کہ $\overrightarrow{OB}$ سے $\overrightarrow{OA}$ تک حرکت کرنے اور $\overrightarrow{OY}$ سے $\overrightarrow{OX}$ تک حرکت کرنے میں گردش محوری کی ضروری مقدار برابر ہے۔

انطباق کے نظریہ سے جب دو زاویے ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں تو دونوں زاویوں کا مشترک راس اور دونوں بازو ٹھیک ایک دوسرے کے اوپر ہوتے ہیں۔ تب زاویوں کی پیمائش برابر ہوتی ہے۔

© NCERT not to be republished

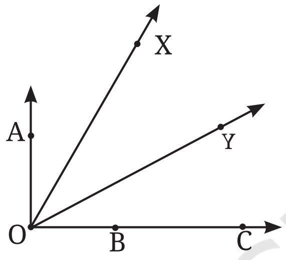
ریاضی بات چیت

- ہم کہاں کہاں موازنہ کے لیے انطباق کا استعمال کرتے ہیں؟

معلوم کیجیے

1. ایک مستطیل نما کاغذ کے ٹکڑے کو موڑیے۔ پھر بنی ہوئی کریز کے ہمراہ ایک خط کھینچیے۔ مستطیل سیٹ کے کنارے اور موڑ کے درمیان بننے والے زاویوں کو نام دیجیے اور ان کا موازنہ کیجیے۔ کسی مستطیل کاغذ کی شیٹ کو موڑ کر مختلف زاویے بنائیے اور ان کا موازنہ کیجیے۔ آپ کے ذریعے بنائے گئے زاویوں میں کون سا زاویہ سب سے بڑا ہے اور کون سا سب سے چھوٹا؟

2. ہر حالت میں کون سا زاویہ بڑا ہے اور کیوں، معلوم کیجیے۔



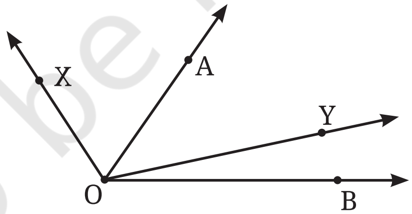
a. ∠AOB یا ∠XOY

b. ∠AOB یا ∠XOB

c. ∠XOB یا ∠XOC

ریاضی بات چیت

اس بات پر اپنے دوستوں سے بحث کیجیے کہ انھوں نے کیسے طے کیا کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟



شکل 2.10

3. کون سا زاویہ بڑا ہے۔ ∠XOY یا ∠AOB؟ وجہ بتائیے؟

انطباق کے بغیر زاویوں کا موازنہ

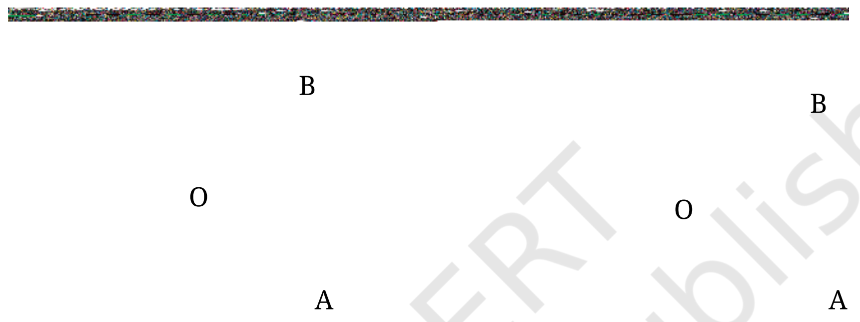
دو ہنس آپس میں بحث کر رہے ہیں کہ کون اپنا منھ زیادہ کھول سکتا ہے، یعنی دونوں میں کون بڑا زاویہ بناتا ہے۔

© NCERT not to be republished

آیئے ہم پہلے ان کے زاویے بناتے ہیں۔ہم کیسے جانیں گے کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟ جیسے پہلے دیکھا گیا، ہم ان دونوں زاویوں کو بناکر انطباق کے ذریعے جانچ کر سکتے ہیں۔لیکن کیا ہم بغیر انطباق کے موازنہ کر سکتے ہیں؟

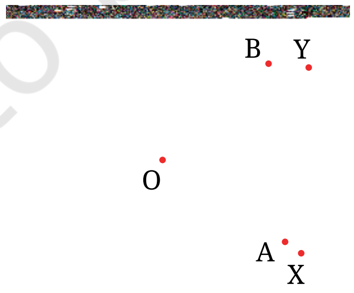
فرض کیجیے! ہمارے پاس ایک شفاف دائرہ ہے۔جس کو ہم حرکت دے سکتے ہیں اور مختلف شکلوں پر رکھ سکتے ہیں۔کیا ہم موازنہ کرنے کے لیے اس کا استعمال کر سکتے ہیں؟

آیئے ہم دائروی کاغذ کو پہلے ہنس کے ذریعے بنائے گئے زاویہ پر رکھتے ہیں۔دائرہ کو زاویہ پر اس طرح رکھتے ہیں کہ اس کا مرکز زاویہ کے راس پر ہو۔آیئے ہم زاویے کے دونوں بازو جہاں دائرہ کے کنارے سے گزر رہے ہیں وہاں نقطے A اور B نشان زد کرتے ہیں۔



کیا ہم اس کا استعمال کر کے معلوم کر سکتے ہیں کہ یہ زاویہ دوسرے ہنس کے زاویے سے بڑا ہے، مساوی ہے یا چھوٹا ہے؟

آپ اس دائرہ کو دوسرے زاویے پر اس طرح رکھیں کہ اس کا راس دائرہ کے مرکز پر منطبق ہو اور راس کا ایک بازو OA سے ہو کر گزرے۔



کیا آپ اب بتا سکتے ہیں کہ کون سا زاویہ بڑا ہے؟

© NCERT not to be republished

اگر آپ ایک شفاف دائروی کاغذ کی شیٹ بنا سکیں تو اس طریقہ سے شکل 2.10 میں دیے گئے زاویوں کا موازنہ ایک دوسرے سے کرنے کی کوشش کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

استاد کے لیے یہ ضروری ہے کہ وہ زاویہ کے تصور سے متعلق طلبا کی تفہیم کی جانچ کرے۔ طلبا کبھی کبھی سوچ سکتے ہیں کہ زاویہ کے بازوؤں کی لمبائی بڑھانے سے زاویہ بڑھ جاتا ہے۔ اس مسئلہ کے لیے طلبا کے سامنے مختلف حالات رکھے جانے چاہیے جن سے اس تصور پر ان کی تفہیم کی جانچ ہو سکے۔

2.7 گردشی بازو بنانا

آیئے، ہم مندرجہ ذیل اقدامات کو اپناتے ہوئے، دو کاغذ کی اسٹراز (Straws) اور ایک کاغذ کلپ کو لے کر گردشی بازو بنائیں:

1. کاغذ کے دو اسٹراز اور ایک کلپ لیجیے۔

2. دونوں اسٹراز کو کاغذ کے کلپ میں داخل کیجیے۔

3. آپ کا گردشی بازو تیار ہے!

بازوؤں کے درمیان مختلف زاویوں سے کچھ گردشی بازو بنایئے موازنہ کرتے ہوئے اور انطباق کے عمل کو استعمال کرتے ہوئے آپ کے ذریعے بنائے گئے زاویوں کو سب سے چھوٹے سے سب سے بڑے کی ترتیب میں لگایئے۔

درّہ سے گذرتے ہوئے: مختلف زاویوں والے گردشی بازوؤں کو اکٹھا کیجیے، اس سرگرمی کے دوران گردشی بازوؤں کو نہ گھمایئے۔

© NCERT not to be republished

ایک گتّہ لیجیے اور اس میں گردشی بازو کی شکل کو معلوم کرتے ہوئے اور کاٹتے ہوئے ایک زاویائی شکل کی درّہ بنائیے جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے۔

اب تمام گردشی بازوؤں کو ہلا کر ایک ساتھ ملا دیجیے۔ کیا آپ پہچان سکتے ہیں کہ کون سا گردشی بازو درّے سے گزرے گا؟

گردشی بازوؤں کو درّے پر رکھ کر صحیح جواب معلوم کیا جاسکتا ہے۔ آیئے، ہم اس عمل کو دوسرے گردشی بازوؤں کے ساتھ کرتے ہیں۔

درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویے کے برابر ہے۔ بازو درّہ سے گزر جائیں گے۔

درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویہ سے چھوٹا ہے۔ بازو درّہ سے نہیں گزریں گے۔

درّہ کا زاویہ بازوؤں کے زاویوں سے بڑا ہے۔ بازو درّہ سے نہیں گزریں گے۔

صرف گردشی بازوؤں کا وہ جوڑا درّہ سے گزرے گا جو زاویہ درّہ کے برابر ہوگا۔ یہ بات نوٹ کیجیے کہ درّہ سے گزرنے کا انحصار صرف گردشی بازوؤں کے زاویہ پر ممکن ہے نہ کہ ان کی لمبائیوں پر (جب تک وہ درّہ کی لمبائی سے کم ہوں)۔

© NCERT not to be republished

چیلنج: اس زاویے کو کم کیجیے۔

زاویہ کم ہو گیا۔

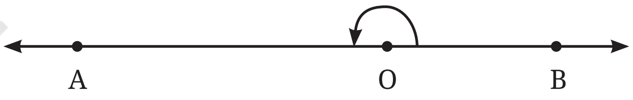
زاویہ اب بھی وہی ہے!

2.8 مخصوص قسم کے زاویے

آیئے ہم وڈیا کی کاپی کی طرف واپس چلتے ہیں۔ آیئے ہم مختلف حالتوں میں اس کے ذریعے کتاب کی جِلد کو کھولنے کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

جب کتاب کو پکڑے ہوئے اسے لکھنا ہوتا ہے تو وہ کتاب کی جِلد کو پوری طرح گھما لیتی ہے۔

جب وہ کھلی ہوئی کتاب کو میز پر رکھتی ہے تو کتاب کی جِلد کو آدھا گھماتی ہے۔ اس صورت حال میں بنے ہوئے زاویوں کے بازوؤں کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ ایک افقی خط میں ہوتے ہیں۔ ایسا زاویہ، **زاویۂ مستقیم** کہلاتا ہے۔



شکل 2.11

آیئے ہم ایک زاویۂ مستقیم $\angle AOB$ پر غور کرتے ہیں۔ دیکھیے کہ کوئی عمودی لکیر $\overrightarrow{OC}$ اس زاویے کو دو زاویوں، $\angle AOC$ اور $\angle COB$ میں تقسیم کرتی ہے۔

© NCERT not to be republished

کیا یہ ممکن ہے کہ $\overrightarrow{OC}$ کو اس طرح کھینچا جائے کہ دونوں زاویے سائز میں ایک دوسرے کے برابر ہوں؟

ریاضی بات چیت

آیئے ہم معلوم کرتے ہیں

کاغذ کے ایک ٹکڑے کا استعمال کرتے ہوئے ہم اس مسئلے کا حل معلوم کر سکتے ہیں۔ یاد کیجیے، جب کاغذ کو موڑا جاتا ہے تو ایک کریز بن جاتی ہے، جو سیدھی ہوتی ہے۔

مستطیل نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے اور اس کی ایک سطح پر زاویہ مستقیم ∠AOB نشان زد کیجیے۔ اس کاغذ کو موڑ کر ایک ایسا خط (کریز) حاصل کیجیے جو O سے گزرتے ہوئے ∠AOB کو دو برابر زاویوں میں تقسیم کر دے۔

یہ کیسے کیا جا سکتا ہے؟

اس کاغذ کو اس طرح موڑیے کہ OA، OB کو پوری طرح منطبق کر لے۔ کریز اور دو بننے والے زاویوں کا مشاہدہ کیجیے۔

© NCERT not to be republished

وضاحت کیجیے کہ دونوں زاویے برابر کیوں ہیں۔ کیا انطباق کے طریقے سے اس کی جانچ کی جا سکتی ہے۔ کیا کاغذ کو موڑ نے سے یہ انطباق ہو سکتا ہے؟

ان بننے والے برابر زاویوں میں سے ہر ایک کو زاویہ قائمہ کہا جاتا ہے۔ اس طرح ایک زاویہ مستقیم میں دو زاویہ قائمہ موجود ہوتے ہیں۔

کیوں کہ وہ ہمیشہ قائمہ زاویہ ہوتے ہیں۔

آپ کو 90° زاویے کے ساتھ بحث کیوں نہیں کرنی چاہیے؟

© NCERT not to be republished

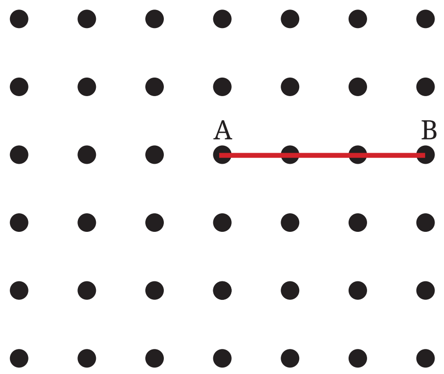
اگر ایک زاویہ مستقیم کسی چیز کو محور پر آدھا گھمانے سے بنتا ہے تو زاویہ قائمہ محور پر کتنا گھمانے سے بنے گا؟

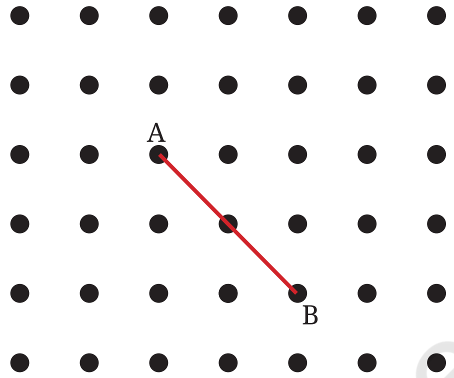
دیکھیے کہ زاویہ قائمہ 'L' سے مشابہ ہے۔ ایک زاویہ تبھی صرف زاویہ قائمہ ہوتا ہے جب وہ زاویہ مستقیم کا ٹھیک آدھا ہو۔ دو خطوط جو ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ پر ملتے ہیں، **عمودی خطوط** (Perpendicular lines) کہلاتے ہیں۔

معلوم کیجیے

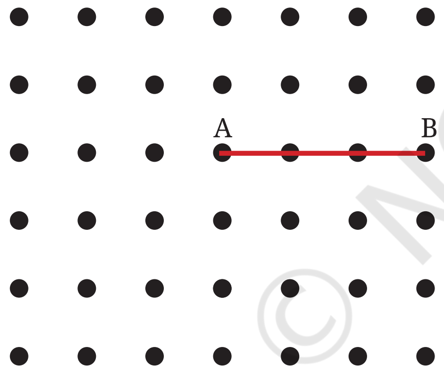
1. آپ کے کلاس روم کی کھڑکی میں کتنے زاویہ قائمہ ہیں؟ کیا آپ اپنے کلاس روم میں کہیں اور بھی زاویہ قائمہ دیکھتے ہیں؟

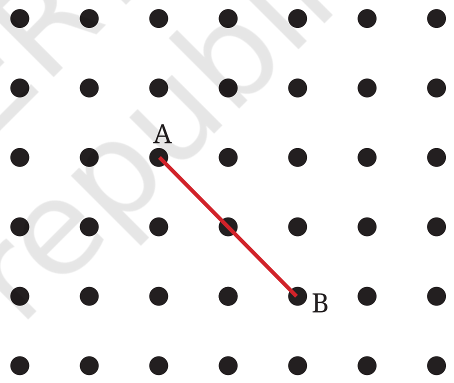
2. ایک زاویہ مستقیم حاصل کرنے کے لیے شکل میں نقطہ A کو گرڈ کے دوسرے نقطوں سے ایک سیدھے خط سے ملائیے۔ اسے کرنے کے اور مختلف طریقے کیا ہیں؟



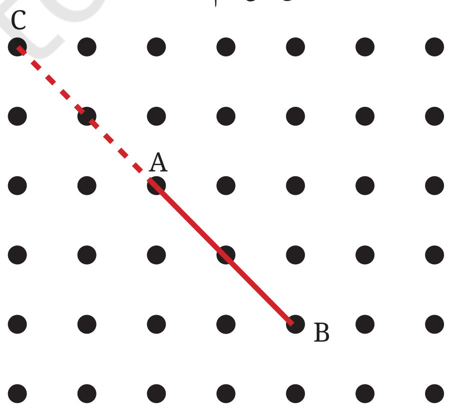


3. اب ایک زاویہ قائمہ حاصل کرنے کے لیے شکل میں نقطہ A کو گرڈ کے دوسرے نقطوں سے ایک سیدھے خط سے ملائیے، ایسا کرنے کے اور مختلف طریقے کیا ہیں؟





اشارہ: نیچے نظر آنے والی شکل کی طرح خط کو مزید آگے بڑھائیے۔ نقطہ A پر زاویہ قائمہ حاصل کرنے کے لیے ہمیں اس سے گزرتا ہوا ایک خط بنانا ہوگا جو زاویہ مستقیم CAB کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے۔



© NCERT not to be republished

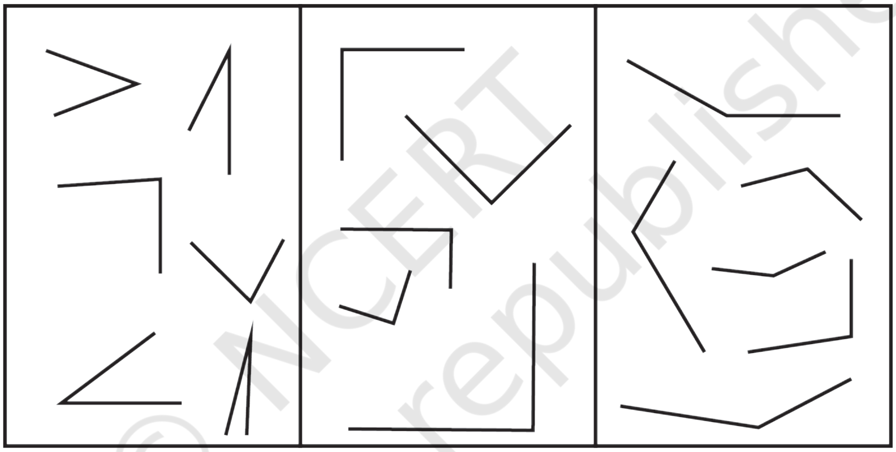
4. کاغذ پر ایک ترچھی کریز بنائیے۔ اب ایک ایسی دوسری کریز بنانے کی کوشش کیجیے جو اس ترچھی کریز پر عمودی ہو۔

a. اب آپ کے پاس کتنے زاویۂ قائمہ ہیں؟ تصدیق کیجیے کہ یہ زاویے کیوں بالکل زاویۂ قائمہ ہیں۔

b. وضاحت کیجیے کہ آپ کاغذ کو کیسے موڑیں گے کہ کوئی دوسرا شخص جو اس عمل کو نہ جانتا ہو وہ آپ کی وضاحت کو اپناتے ہوئے زاویہ قائمہ کو اس عمل سے سمجھ سکے۔

زاویوں کی درجہ بندی

جیسا کہ درج ذیل میں دکھایا گیا ہے، زاویے تین گروپ میں تقسیم کیے گئے ہیں۔ سبھی زاویہ قائمہ دوسرے گروپ میں دکھائے گئے ہیں۔ باقی دو گروپوں میں کیا خصوصیت یکساں ہو سکتی ہے؟



پہلے گروپ میں سبھی زاویے، زاویۂ قائمہ سے کم ہیں یا کہہ سکتے ہیں کہ چوتھائی دائرے سے کم ہیں۔ ایسے **زاویے زاویۂ حادہ** (Acute angles) کہلاتے ہیں۔

تیسرے گروپ میں سبھی زاویے زاویۂ قائمہ سے زیادہ ہیں مگر مستقیم زاویے سے کم ہیں۔ اس میں گھماؤ چوتھائی دائرے سے زیادہ ہے اور آدھے دائرے سے کم ہے۔ ایسے زاویے، **منفرجہ زاویے** (Obtuse angles) کہلاتے ہیں۔

معلوم کیجیے

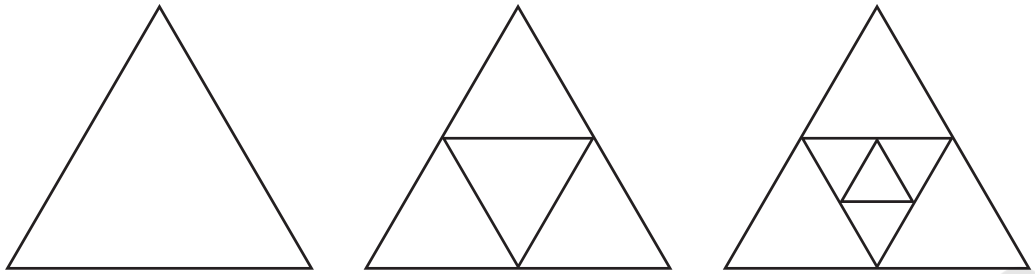
1. پچھلی شکلوں میں حادہ، قائمہ، منفرجہ اور مستقیم زاویوں کی شناخت کیجیے۔

2. کچھ حادہ اور کچھ منفرجہ زاویے بنائیے۔ ان کو بنانے کے لیے مختلف تشریق (Orientation) کا استعمال کیجیے۔

© NCERT not to be republished

3. کیا آپ جانتے ہیں کہ لفظ حادہ اور منفرجہ کے کیا معنی ہیں؟ حادہ کے معنی ہیں شدید اور منفرجہ کے معنی ہیں مانند (موٹے سرے یا نشان والا)۔ آپ کو کیا لگتا ہے یہ الفاظ کیوں چنے گئے ہیں؟

4. مندرجہ ذیل شکلوں میں حادہ زاویوں کی تعداد معلوم کیجیے۔



ان کی اگلی شکل کیا ہوگی اور اس میں موجود حادہ زاویوں کی تعداد کتنی ہوگی؟ کیا آپ نے اعداد میں کسی پیٹرن پر غور کیا ہے؟

2.9 زاویوں کی پیمائش

ہم دیکھ چکے ہیں کہ دو زاویوں کا موازنہ کیسے کیا جاتا ہے۔ لیکن کیا ہم صحیح معنوں میں کسی زاویے کا دوسرے زاویے سے موازنہ کیے بغیر صرف عدد استعمال کرتے ہوئے، اس کی مقدار کا تعین کر سکتے ہیں؟

ہم نے دیکھا کہ مختلف زاویوں کا موازنہ دائرے کے استعمال سے کیسے کیا جاسکتا ہے۔ شاید زاویوں کی پیمائش کے لیے ایک دائرے کا استعمال کیا جاسکتا ہے؟

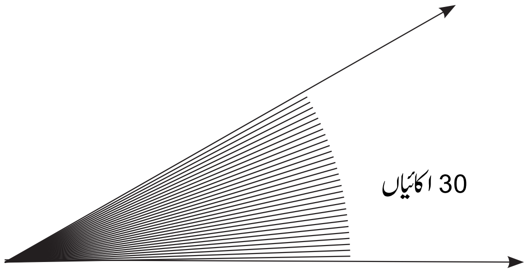
شکل 2.12

زاویوں کی پیمائش کا صحیح تعین کرنے کے لیے ریاضی دانوں نے ایک خیال پیش کیا۔ انھوں نے ایک دائرے کا استعمال کیا اور اس کے مرکز کے زاویے کو 360 برابر زاویوں یا حصوں میں تقسیم کیا۔ ہر حصے کے زاویے کے پیمائش 1 ڈگری ہے، جسے ہم 1° لکھتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

اس اکائی والے حصے کا استعمال کسی بھی زاویے کی پیمائش متعین کرنے کے لیے کیا جاتا ہے: کسی زاویے کی پیمائش اس میں موجود 1° اکائی والے حصوں کی کل تعداد پر ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر مندرجہ ذیل شکل دیکھیے:

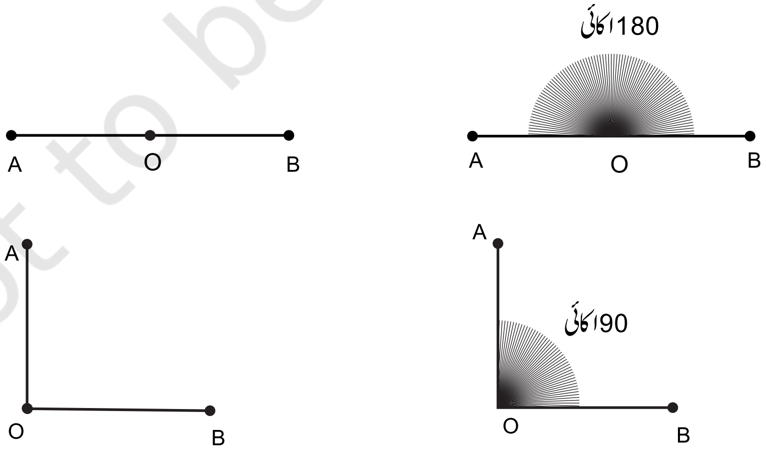


اس میں 1° والی کل 30 اکائیاں موجود ہیں اور اس لیے ہم کہتے ہیں کہ اس زاویے کی پیمائش 30° ہے۔

مختلف زاویوں کی پیمائش: ڈگریوں میں ایک پورے چکر کی پیمائش کیا ہے؟ جیسا کہ ہم نے اس میں 360 ڈگری لی ہے، اس لیے اس کی پیمائش 360° ہے۔

ڈگری میں زاویۂ مستقیم کی پیمائش کیا ہے؟ ایک زاویۂ مستقیم ایک چکر کا آدھا ہوتا ہے۔ چوں کہ پورا ایک چکر 360° ہے، تو اس کا آدھا 180° ہے۔

ڈگری میں زاویۂ قائمہ کی پیمائش کیا ہوتی ہے؟ دو زاویۂ قائمہ مل کر ایک زاویۂ مستقیم بناتے ہیں۔ جیسا کہ ایک زاویۂ مستقیم کی پیمائش 180° ہوتی ہے، تو زاویۂ قائمہ 90° ہوگا۔



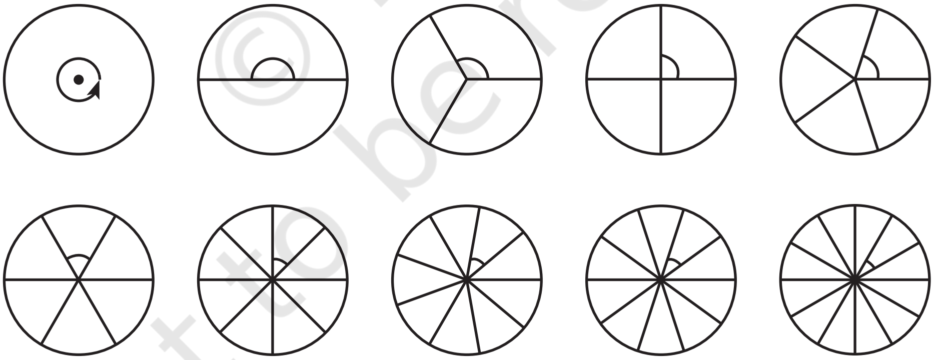
© NCERT not to be republished

تاریخ سے ایک چٹکی

ایک پورا چکر °360 میں تقسیم کیا گیا ہے۔قابل غور پہلو یہ ہے کہ 360 ہی کیوں؟ابھی تک ہمیں °360استعمال کرنے کی وجہ مکمل طور پر معلوم نہیں ہے۔قدیم زمانے میں ایک دائرے کو 360 حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ہزاروں سال قبل رگ وید،جوانسانیت کے سب سے پرانے متن میں سے ایک ہے،کے مطابق ایک پہیے میں 360 پتلیاں تھیں (مصرع 1.164.48)۔بہت سے قدیم کیلنڈر جو 3000 سال سے بھی قدیم ہیں—جیسے ہندوستان،فارس،بابل اور مصر کے کیلنڈر اس پر منحصر تھے کہ—ایک سال میں 360 دن ہوتے ہیں۔اس کے علاوہ بابل کے ریاضی دانوں نے سیکسا جیسمل (Sexagesimal) اعداد اور 60 کی گنتی کی وجہ سے 60 اور 360 کی تقسیم کا کثرت سے استعمال کیا۔

ریاضی داں برسوں سے 360 ڈگری کو پسند کرتے ہیں اور استعمال کرتے ہیں۔شاید اس کا سب سے اہم اور عملی جواب یہ ہے کہ 360 وہ سب سے چھوٹا عدد ہے جو 7 کے علاوہ 10 تک کے تمام اعداد سے برابر تقسیم ہوجاتا ہے۔اس طرح سے کوئی بھی دائرے کو 1، 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9 یا 10 مساوی حصوں میں توڑا جاسکتا ہے اور پھر بھی ہر حصے میں مکمل اعداد کی ڈگری موجود ہوگی!یہ بات بھی نوٹ کرنے کی ہے کہ 360، 12 سے بھی برابر تقسیم ہوسکتا ہے،جو سال کے مہینوں کی تعداد ہے،اور 24 سے،جو دن کے گھنٹوں کی تعداد ہے۔یہ تمام حقیقتیں عدد 360 کو کافی مفید بناتی ہیں۔

- ذیل میں دیا گیا دائرہ 1، 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10 اور 12 حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔نتیجے میں حاصل ہونے والے زاویوں کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟نشان لگے ہوئے زاویوں کے قریب ان کی ڈگری کی پیمائش لکھیے۔

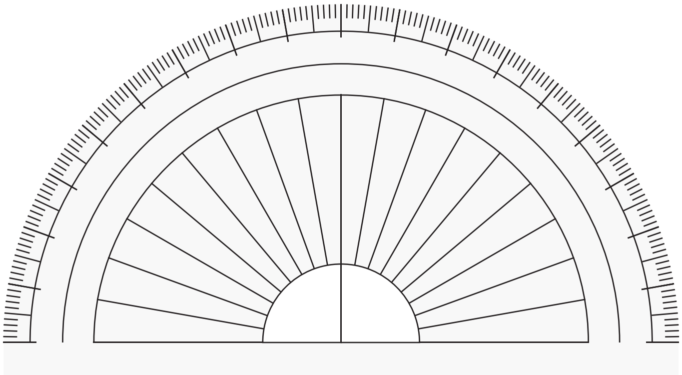


مختلف زاویوں کی ڈگری پیمائش

ہم دوسرے زاویوں کی پیمائش ڈگری میں کر سکتے ہیں؟اس مقصد کے لیے ہمارے پاس ایک آلہ ہے جسے چاندہ (Protractor) کہتے ہیں۔جو یا تو ایک دائرہ ہے جس کو 360 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے جیسا کہ (شکل 2.12، صفحہ 32) میں دکھایا گیا ہے یا نصف دائرہ ہے جس کو 180 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔

© NCERT not to be republished

بغیر نشانات والا چاندہ



یہاں ایک چاندہ ہے۔ کیا آپ مرکز پر موجود زاویۂ مستقیم کو 1 ڈگری کی 180 اکائیوں میں منقسم دیکھ رہے ہیں؟ حالاں کہ زاویہ مستقیم کو تقسیم کرتے ہوئے خطوط کا کچھ حصہ نظر آرہا ہے!

قاعدہ (Base) کے ٹھیک دائیں طرف کی نشان دہی سے شروع کرتے ہوئے، ہر 10° پر ایک لمبا نشان لگا ہوا ہے۔ اس طرح کے ہر اک لمبے نشان سے 5° کے بعد ایک نصف نشان ہے۔

معلوم کیجیے

1. مندرجہ ذیل میں دیے گئے زاویوں کی پیمائش لکھیے:

a. ∠ KAL

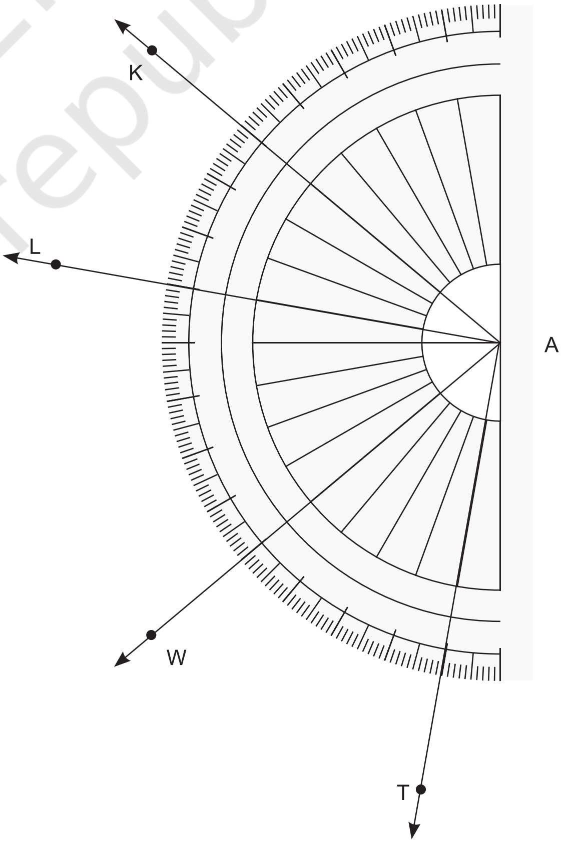
غور کیجیے کہ اس زاویے کا راس، چاندہ کے مرکز سے ملا ہوا ہے۔ اس لیے KA اور AL کے درمیان 1 ڈگری زاویہ کی اکائیوں کی تعداد ∠KAL کی پیمائش ہوگی۔ گنتی کرنے پر ہمیں یہ ملتا ہے:

∠KAL = 30°

لمبے مارک اور درمیانی سائز کے مارک کا استعمال کرتے ہوئے، کیا یہ ممکن ہے کہ ہم اکائیوں کی تعداد کو 5 یا 10 کے گروپ میں شمار کرسکیں۔

b. ∠WAL

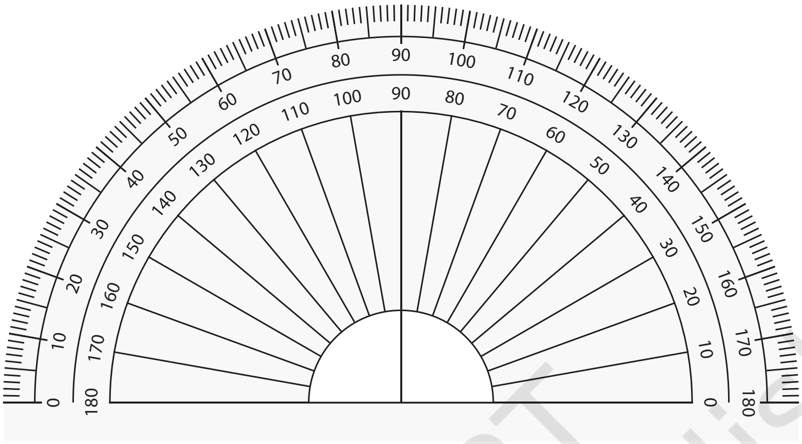
c. ∠TAK



© NCERT not to be republished

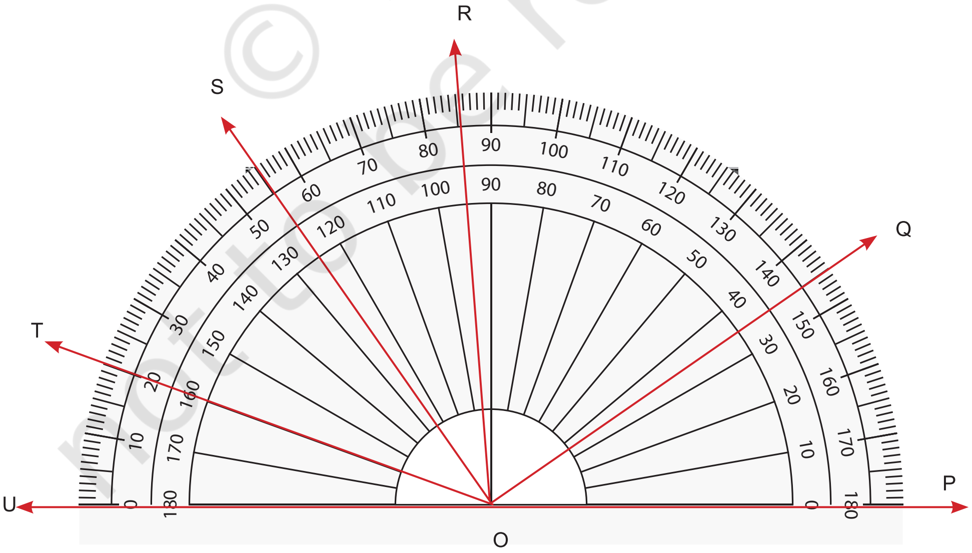
نشانات والا چاندہ

یہ ایک چاندہ ہے جو آپ کے جیومیٹری باکس میں ہوتا ہے۔ بظاہر یہ اوپر والے چاندہ جیسا ہے، سوائے اس کے کہ اس پر اعداد لکھے ہوئے ہیں۔ کیا آپ کو ان اعداد سے زاویہ پڑھنے میں آسانی ہوگی؟



اس چاندہ میں اعداد کے دو سیٹ ہیں: ایک دائیں سے بائیں بڑھ رہا ہے اور دوسرا بائیں سے دائیں بڑھ رہا ہے۔ اس چاندے میں اعداد کے دو سیٹ کیوں شامل ہیں؟

مندرجہ ذیل شکل میں موجود مختلف زاویوں کی پیمائش اور ان کے نام لکھیے۔



کیا آپ نے زاویے مثلاً TOQ∠ کو شامل کیا ہے؟

© NCERT not to be republished

آپ نے مارکنگ کا کون سا سیٹ استعمال کیا — اندر والا یا باہر والا؟

∠TOS کی پیمائش کیا ہے؟

کیا آپ نشانات کی گنتی کیے بغیر صرف نشان لگے ہوئے اعداد کا استعمال کر کے زاویہ معلوم کر سکتے ہیں؟

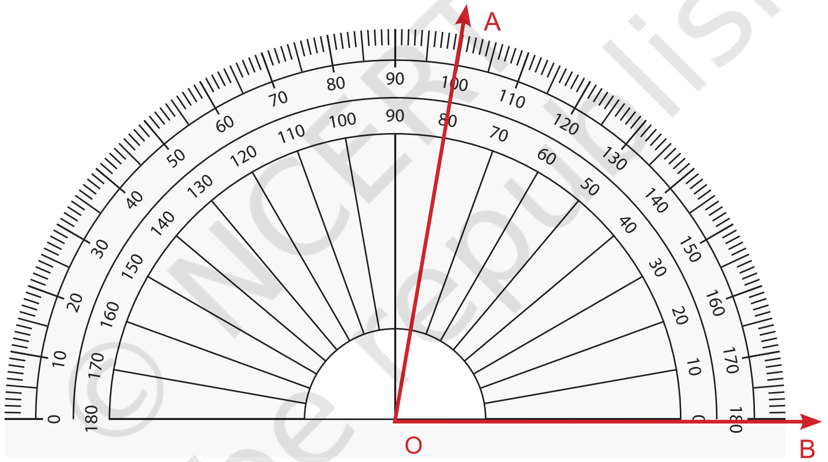
یہاں OT اور OS باہری پیمانے کے اعداد 20 اور 55 سے گزرتے ہیں۔ ان دو بازوؤں کے درمیان 1 ڈگری کی کتنی اکائیاں موجود ہیں؟

کیا یہاں گھٹاؤ کا استعمال کر سکتے ہیں؟

بغیر تفریق کیے ہم زاویوں کی پیمائش کس طرح کر سکتے ہیں؟

چاندہ کو اس طرح رکھیں کہ مرکز زاویہ کے راس پر ہو۔

چاندہ کو ایسے رکھیے کہ زاویہ کا ایک بازو چاندہ کے 0° مارک والے خط پر ہو جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



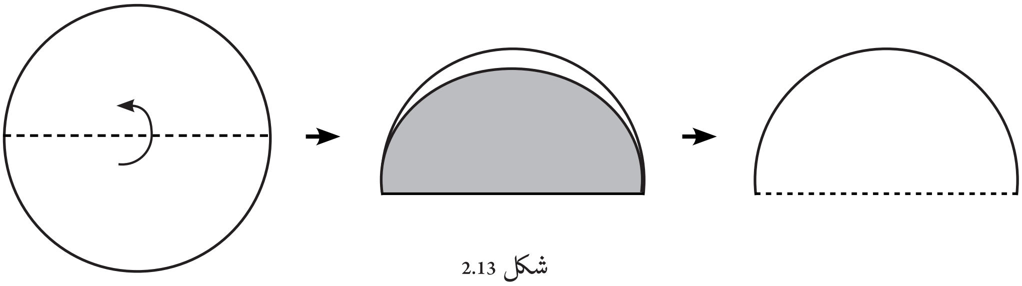
∠AOB کی ڈگری کی پیمائش کیا ہے؟

اپنا چاندہ خود بنائیے!

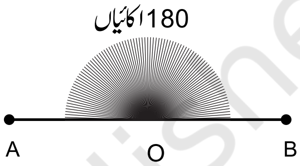
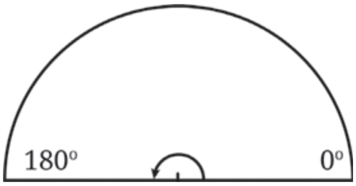
آپ نے شاید سوچا ہوگا کہ چاندے پر موجود مختلف برابر فاصلہ والے نشانات کیسے بنائے جاتے ہیں۔ اب ہم ان میں سے کچھ نشانات بنا کر دیکھیں گے!

1. کسی کاغذ کی شیٹ پر ایک مناسب نصف قطر کا دائرہ بنائیے۔ اس دائرے کو تراشیے (شکل 2.13)۔ ایک دائرہ یا پورا چکر 360° ہے۔
2. دائرے کو اس طرح موڑیے کہ آپ کو دو برابر کے حصے حاصل ہوں اور کریز سے کاٹ کر نصف دائرہ حاصل کیجیے۔ نصف دائرے کی دائیں جانب نیچے کونے پر '0°' لکھیے۔

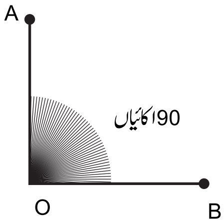
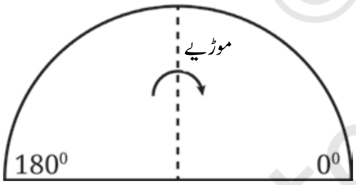
© NCERT not to be republished



شکل 2.13

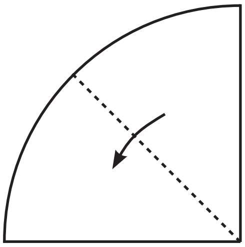
 	نصف دائرے کی پیمائش پورے چکر کا $\frac{1}{2}$ ہے۔(شکل:2.14) اس لیے نصف چکر کی پیمائش — کا $\frac{1}{2}$ = 180° اس طرح سے نصف دائرہ کی بائیں جانب کے نچلے کونے پر 180° لکھیے۔	 شکل2.14

3. نصف دائرہ شیٹ کو آدھا موڑیے جیسا کہ شکل 2.15 میں دکھایا گیا ہے۔تاکہ ایک ربع دائرہ (ایک چوتھائی) تشکیل ہو۔

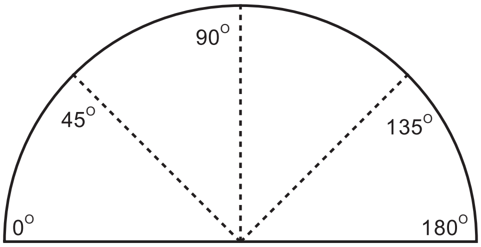
 	ایک ربع دائرے کی پیمائش پورے چکر کی $\frac{1}{4}$ ہے۔ $\frac{1}{4}$ چکر کی پیمائش =360° کا $\frac{1}{4}$ = ________ یا چکر کے $\frac{1}{4}$ کی پیمائش = نصف چکر کا $\frac{1}{2}$ = 180° کا $\frac{1}{2}$ = ________ اس طرح سے نصف دائرے کے اوپر 90° لکھیے۔	 شکل2.15

© NCERT not to be republished

4. شیٹ کو دوبارہ موڑیے جیسا کہ شکل 2.16 اور 2.17 میں دکھایا گیا ہے:



شکل 2.16

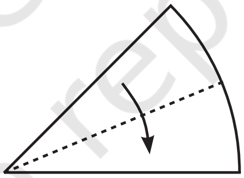


شکل 2.17

اس طرح موڑنے کے بعد دائرے کا $\frac{1}{8}$ حاصل ہوتا ہے، یا ایک پورے چکر کا $\frac{1}{8}$ یا 360 ڈگری کا $\frac{1}{8}$، یا 180 ڈگری کا $\frac{1}{4}$ یا 90 ڈگری کا $\frac{1}{2}$ = ________

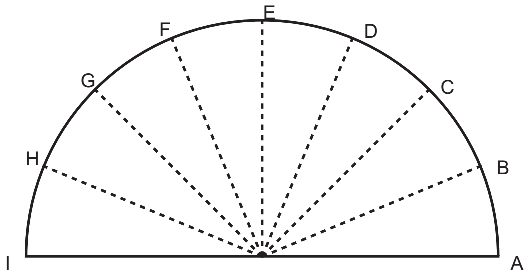
نئی کریز بنانے سے ہمیں 45° اور 180° - 45°=135° کی پیمائشیں ملتی ہیں، جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ نصف دائرے کے کنارے کے ہمراہ نئی کریزوں پر صحیح جگہ اعداد 45° اور 135° لکھیے۔

5. جیسا کہ شکل 2.18 میں دکھایا گیا ہے۔ ایک دوسرے آدھے موڑ سے عمل جاری رکھتے ہوئے ہمیں ______ پیمائش کا زاویہ حاصل ہوتا ہے۔

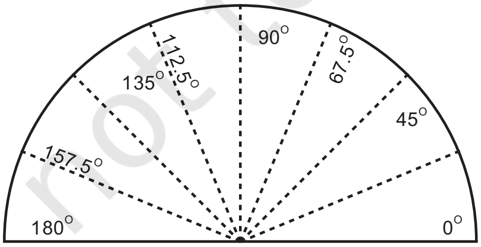


شکل 2.18

6. کاغذ کو کھولیے اور کریزوں پر OB اور OC نشان زد کیجیے، جیسا کہ شکل 2.19 اور 2.20 میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 2.19



شکل 2.20

سوچیے !

شکل 2.20 میں ہمارے پاس ∠AOB =∠BOC =∠COD =∠DOE =∠EOF

=∠FOG= ∠GOH =∠HOI ____ کیوں؟

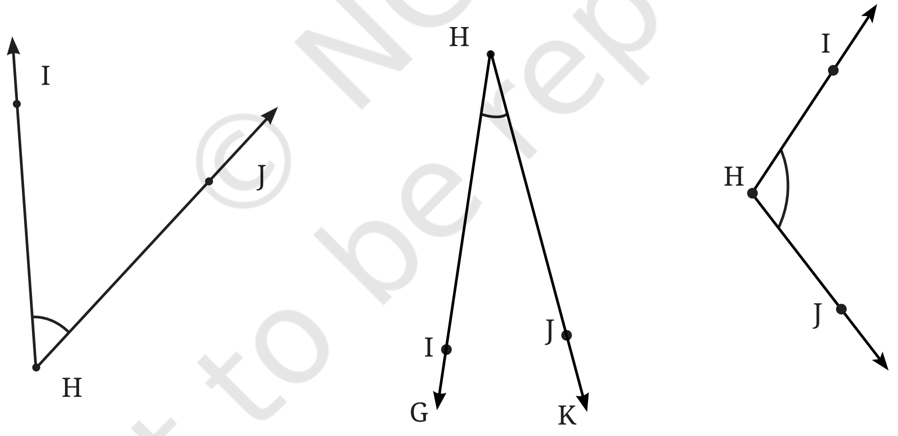
زاویہ کا نصف

ہر مرحلہ پر ہم نے نصف حصوں میں موڑا۔کسی دیے ہوئے زاویے کے آدھے کو حاصل کرنے کے اس عمل کو زاویہ کو دو برابر حصوں میں بانٹنے (Bisecting the angle) کا عمل کہتے ہیں۔وہ خط جو زاویے کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے وہ زاویہ کا نصف کہلاتا ہے۔

اپنے ہاتھ سے بنائے گئے چاندے میں زاویوں کے نصفوں کی شناخت کیجیے۔کاغذ کو موڑ کر زاویے کے نصف کے تصور کا استعمال کرتے ہوئے کچھ مختلف زاویے بنانے کی کوشش کیجیے۔

معلوم کیجیے

1. اپنے چاندے کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل زاویوں کی ڈگری پیمائش کیجیے۔



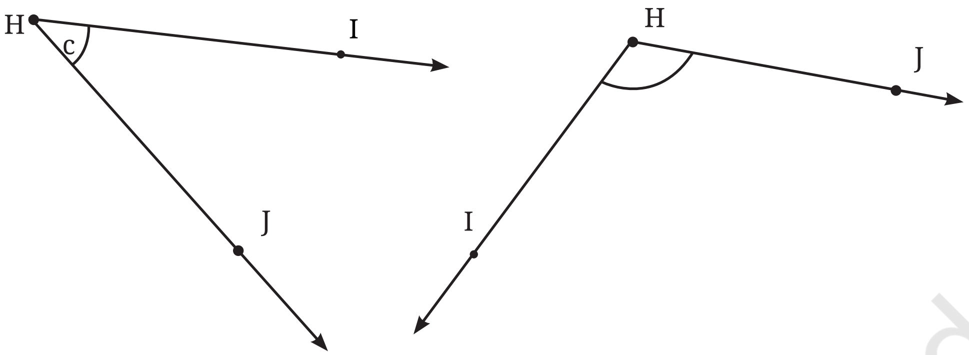
2. چاندے کا استعمال کرتے ہوئے اپنے کلاس روم میں موجود مختلف زاویوں کی ڈگری پیمائش کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

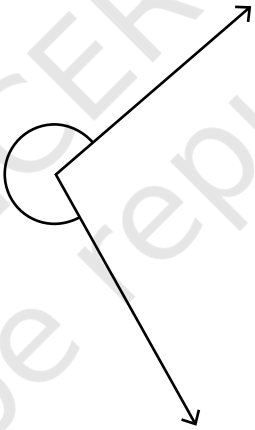
یہ ضروری ہے کہ طلبا اپنا چاندہ بنائیں اور اسے معیاری چاندہ استعمال کرنے سے پہلے مختلف زاویوں کو پیمائش کرنے کے لیے استعمال کریں تا کہ وہ معیاری چاندہ کی مارکنگ کے تصور کو آسانی سے سمجھ لیں۔

© NCERT not to be republished

3. ذیل میں دیے گئے زاویوں کی ڈگری کی پیمائش کیجیے۔ جانچ کیجیے کہ آیا آپ اپنا کاغذی چاندہ یہاں استعمال کر سکتے ہیں!

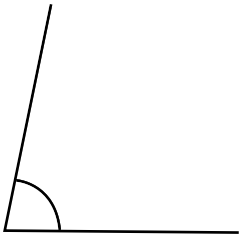


4. چاندہ استعمال کر کے نیچے دیے گئے زاویے کی ڈگری پیمائش آپ کیسے تلاش کر سکتے ہیں؟

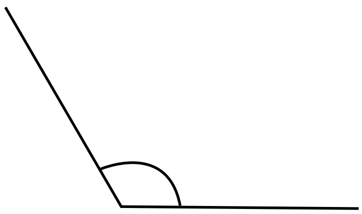


5. ذیل میں دیے گئے ہر زاویے کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے اور لکھیے۔

a.

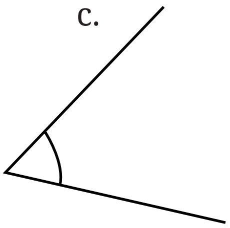


b.

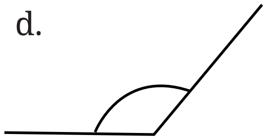


© NCERT not to be republished

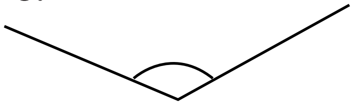
c.



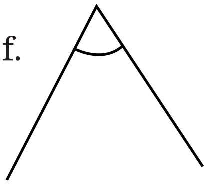
d.



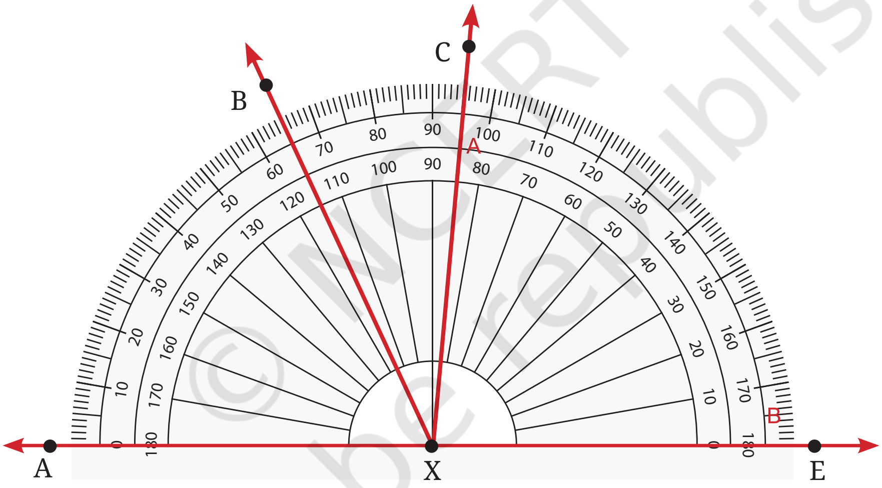
e.



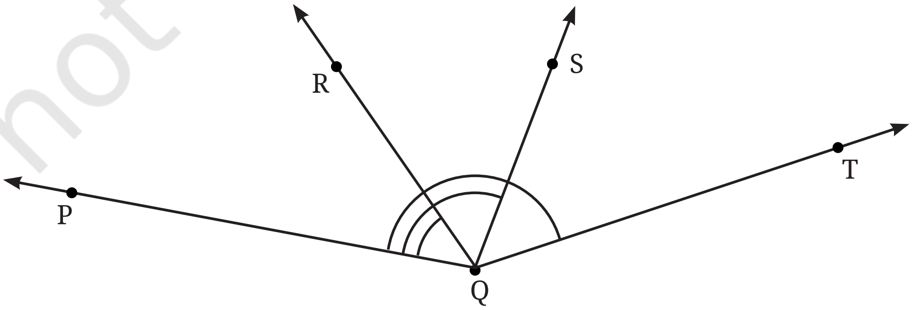
f.



.6 ∠BXE, ∠CXE، ∠AXB اور ∠BXC کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے۔

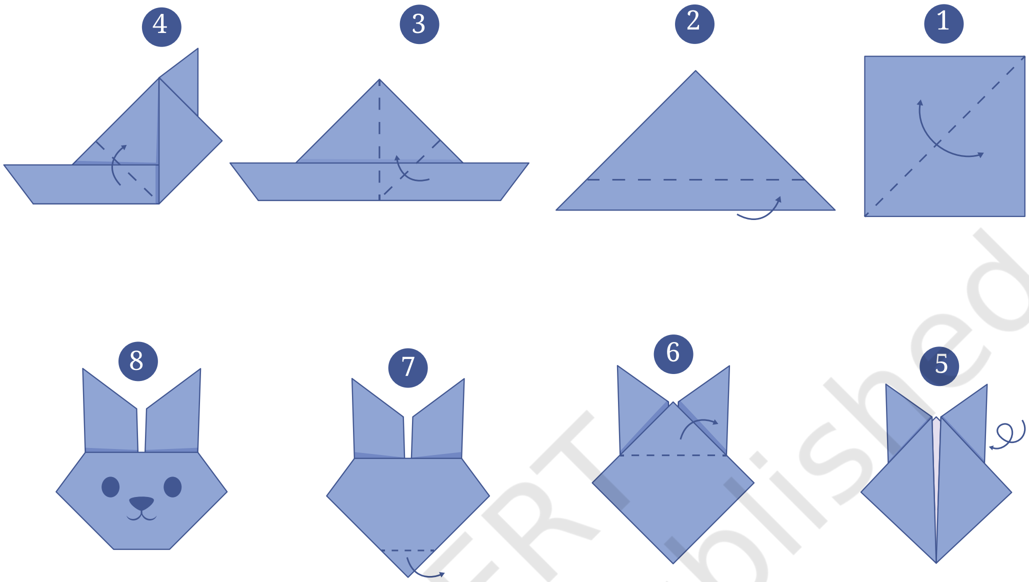


.7 ∠PQR, ∠PQS اور ∠PQT کی ڈگری پیمائش معلوم کیجیے۔



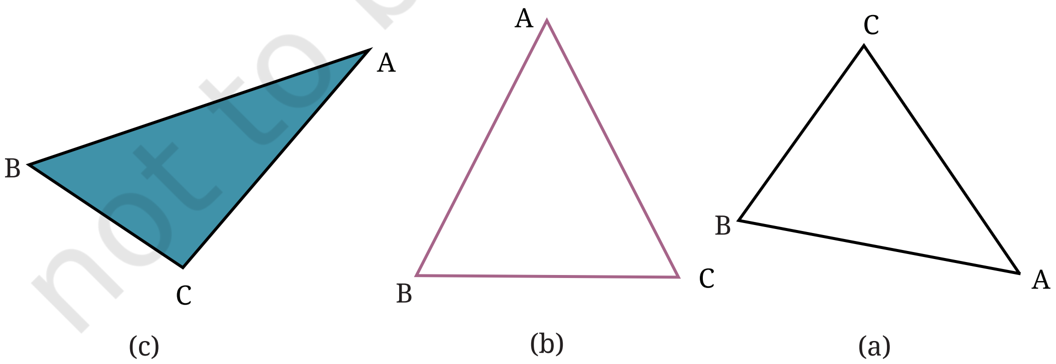
© NCERT not to be republished

8. درج ذیل ہدایات کے مطابق ایک پیپر کرافٹ بنائیے۔ پھر پیپر کو پورا کھولیے اور سیدھا کیجیے۔ بنائی گئی کریز پر خطوط بنائیے اور اس سے بننے والے زاویوں کی پیمائش کیجیے۔



© NCERT not to be republished

9. شکل 2.21(a) میں دکھائے گئے مثلث کے تینوں زاویوں کی پیمائش کیجیے اور ان کے متعلقہ زاویوں کے نزدیک ان کی پیمائش لکھیے۔ اب ان تینوں پیمائشوں کو جمع کیجیے۔ آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ ایسا ہی عمل کل 2.21 (b) اور (c) میں دیے گئے مثلثوں کے لیے کیجیے۔ دوسرے مختلف مثلثوں کے ساتھ بھی اسے آزمایئے اور پھر اپنے نتائج کی بنا پر کہ عام طور پر کیا ہوتا ہے، اس کے لیے ایک قیاس کیجیے، اسی عمل کو ہم آگے آنے والے برسوں میں پڑھیں گے کہ ایسا کیوں ہوتا ہے۔

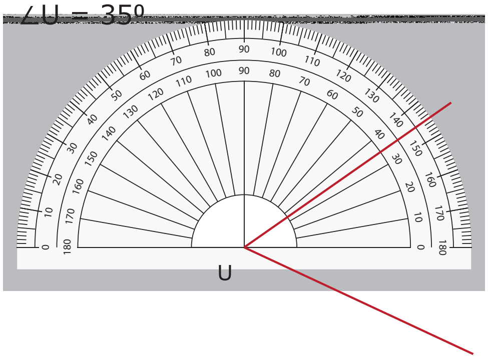


شکل 2.21

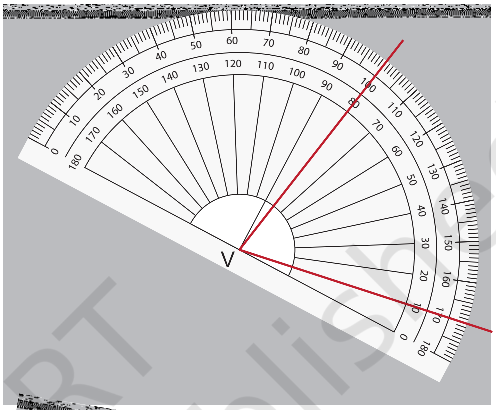
غلطی دیکھیے اور اس کو درست کیجیے!

ایک طالب علم نے چاندہ استعمال کر کے ذیل میں دیے گئے زاویوں کی پیمائش کی۔ ہر شکل میں چاندے کے غلط استعمال کی شناخت کیجیے اور گفتگو کیجیے کہ ریڈنگ کس طرح لی جاسکتی تھی اور سوچیے کہ اسے کیسے صحیح کیا جاسکتا ہے؟

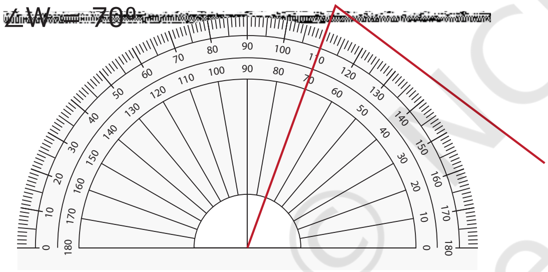
$\angle U = 35^0$



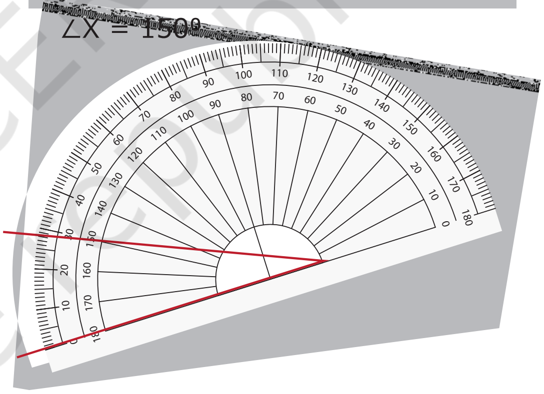
$\angle V = 80^0$



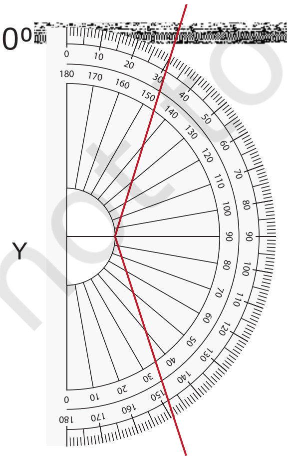
$\angle W = 70^0$



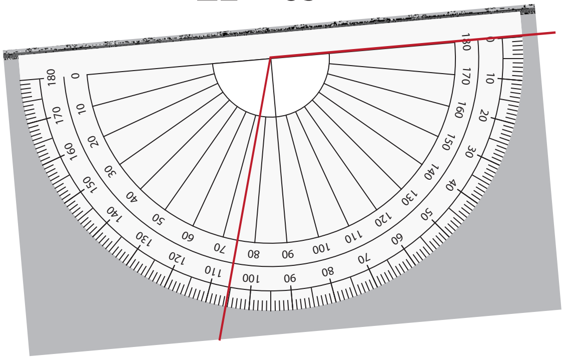
$\angle X = 150^0$



$\angle Y = 120^0$



$\angle Z = 85^0$

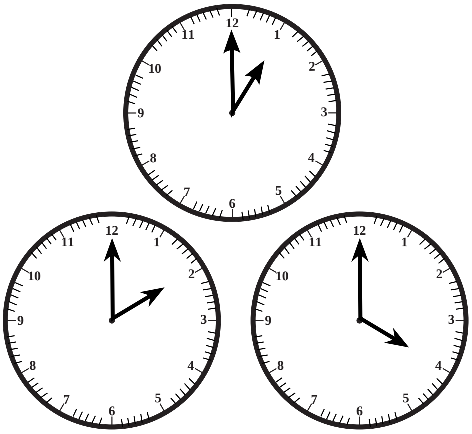


© NCERT not to be republished

معلوم کیجیے

زاویے کہاں ہیں؟

1. گھڑی میں زاویے:



a. گھڑی کی سوئیاں مختلف وقتوں میں مختلف زاویے بناتی ہیں۔ 1 بجے سوئیوں کے درمیان زاویہ °30 ہوتا ہے۔ کیوں؟

b. گھڑی میں 2 بجے، 4 بجے اور 6 بجے کیا زاویے ہوں گے؟

c. گھڑی کی سوئیوں سے بننے والے دوسرے زاویوں کو تلاش کیجیے۔

2. ایک دروازے کا زاویہ:

کیا یہ ممکن ہے کہ آپ زاویوں کو استعمال کرتے ہوئے بتادیں کہ دروازہ کتنا کھلا ہوا ہے؟ زاویہ کا راس کیا ہوگا اور زاویے کے بازو کیا ہوں گے؟

3. وِدّیا جھولے میں مزے سے جھول رہی ہے۔ وہ غور کرتی ہے کہ جس قدر بڑے زاویے سے وہ جھولنا شروع کرتی ہے، اسی قدر جھولے کی رفتار بڑھ جاتی ہے۔ لیکن زاویہ کہاں ہے؟ کیا آپ کو کوئی زاویہ نظر آتا ہے؟

© NCERT not to be republished

4. یہاں ایک ایسا کھلونا ہے جس کے اطراف سے ڈھلوان سلیب (Slanting slabs) منسلک ہے سلیب کے زاویے یا نشیبیں جس قدر بڑے ہوں گے، اسی قدر تیز گیندیں اس پر گھومیں گی۔ کیا سلیب کے نشیب کو بیان کرنے کے لیے زاویوں کا استعمال ہو سکتا ہے؟ ہر زاویے کے بازو کیا ہیں؟ کون سا بازو نظر آتا ہے اور کون سا نہیں؟

5. مندرجہ ذیل تصاویر کا مشاہدہ کیجیے جس میں ایک کیڑا اور اس کی گھومی ہوئی تصویریں دی گئی ہیں۔ کیا زاویوں کا استعمال گردش محوری کی مقدار کو واضح کرنے کے لیے ہو سکتا ہے؟ کیسے؟ زاویے کا راس اور راس کے بازو کیا ہوں گے؟

اشارہ: کیڑوں کو چھونے والے افقی خط کا مشاہدہ کیجیے۔

استاد کے لیے نوٹ

یہ ضروری ہے کہ طلبا اپنی روزمرہ زندگی میں ریاضی کے تصورات کے اطلاق کو دیکھیں۔ استاد کچھ ایسی سرگرمیاں منظم کر سکتے ہیں جہاں طلبا اپنی حقیقی زندگی میں زاویوں کے عملی اطلاق کو سمجھ سکیں، جیسے گھڑیاں، دروازے، جھولے، چڑھان اور ڈھلان کے تصورات، سورج کا مقام، سمتوں کا تعین وغیرہ۔

2.10 زاویے بنانا

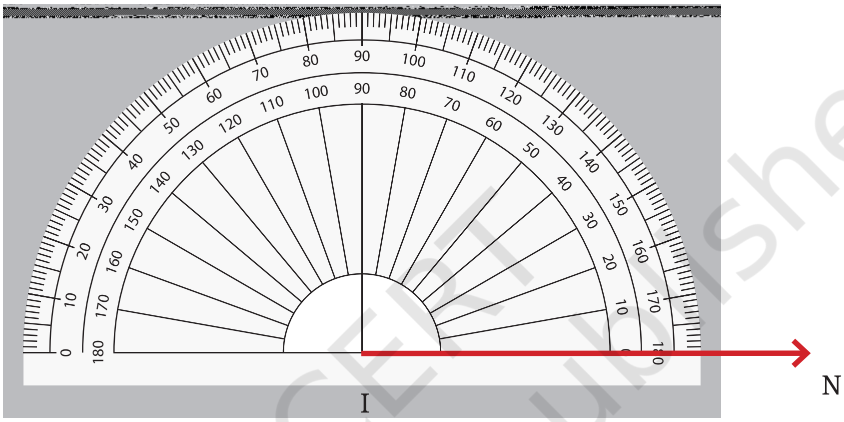
وِدیا چاندہ استعمال کرتے ہوئے 30° کا ایک زاویہ بنانا چاہتی ہے اور اسے ∠TIN نام دینا چاہتی ہے۔

∠TIN میں، I زاویہ ہوگا، IT اور IN زاویے کے بازو بن جائیں گے۔ ایک بازو، جیسے IN کو بنیاد (Base) کے طور پر مانتے ہوئے، دوسرے بازو IT کو 30° گھومنا چاہیے۔

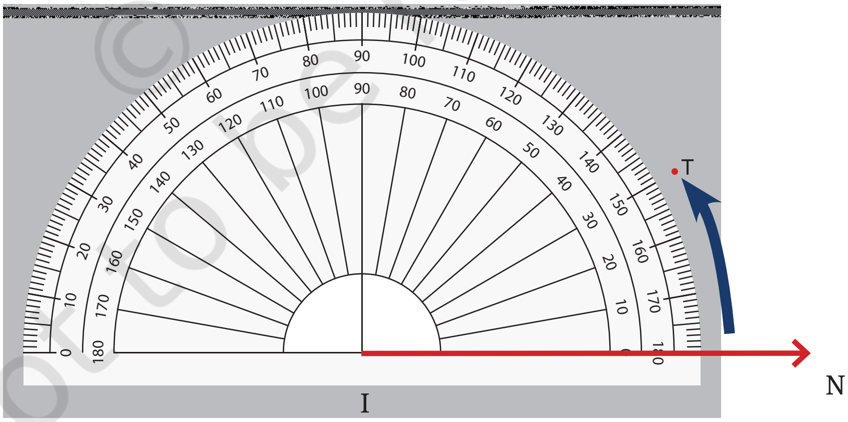
© NCERT not to be republished

قدم 1: ہم بنیاد سے شروع کرتے ہیں اور $\overrightarrow{IN}$ کھینچتے ہیں:

قدم 2: ہم چاندہ کے مرکزی نقطہ کو I پر رکھیں گے اور IN کو 0 خط کے ہمراہ کریں گے۔



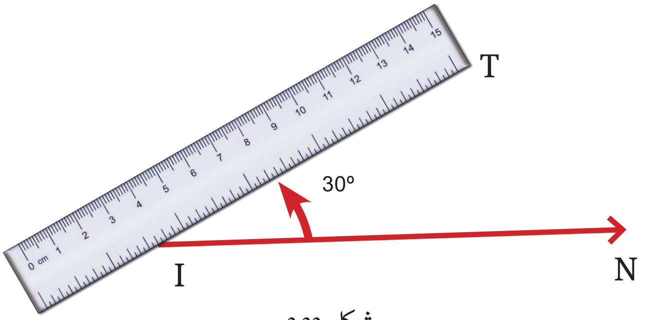
قدم 3 : اب چاندے پر 0 سے شروع کرتے ہوئے آپ ڈگری (0، 10، 30) کو 30 تک شمار کیجیے۔ 30° پر نقطہ T نشان زد کیجیے۔



قدم 4 : پیمانہ استعمال کرتے ہوئے I اور T نقطے کو ملائیے۔

مطلوبہ زاویہ $\angle TIN = 30°$ ہے۔

© NCERT not to be republished



شکل 2.22

آ یئے ہم ایک کھیل کھیلتے ہیں 1#

یہ زاویہ کا اندازہ لگانے والا کھیل ہے! اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ دو ٹیمیں، ٹیم 1 اور ٹیم 2، بناکر یہ کھیل کھیلیے۔ یہاں کھیل کے اصول اور ہدایات درج ہیں:

- ٹیم 1 خفیہ طور پر کسی زاویہ کی پیمائش کا انتخاب کرے گی مثلاً 49° جو، ٹیم 2 کو دکھائے بغیر، کسی چاندہ کا استعمال کرتے ہوئے اس کی پیمائش کا زاویہ بناتی ہے۔
- ٹیم 2 اب اس زاویہ کو دیکھتی ہے۔ پھر ٹیم 2 کو جلدی سے زاویے میں درج ڈگریوں کی تعداد پر تبادلۂ خیال کرنا اور اندازہ لگانا ہے۔ (چاندہ استعمال کیے بغیر !)۔
- ٹیم 1 اب چاندہ سے زاویے کی صحیح پیمائش کا مظاہرہ کرتی ہے۔
- ٹیم 2 اتنے پوائنٹس کی تعداد حاصل کرتی ہے جتنے ان کے اندازے اور صحیح پیمائش کا مطلق فرق ڈگریوں میں ہے۔ مثال کے طور پر، اگر ٹیم 2 39° قیاس کرتی ہے تب وہ لوگ 10 پوائنٹس اسکور کرتے ہیں (49°-39°)۔
- ہر ٹیم کو پانچ مواقع ملتے ہیں۔ جس ٹیم کا اسکور سب سے کم ہے، وہ فاتح ہے!

آ یئے ہم کھیل کھیلتے ہیں # 2

اب ہم کھیل کے کچھ اصول بدلتے ہیں۔ اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ دوبارہ دو ٹیمیں، ٹیم 1 اور ٹیم 2 بناکر اس کھیل کو کھیلیے۔ اس سلسلے میں یہاں کچھ ہدایات اور اصول دیے گئے ہیں:

© NCERT not to be republished

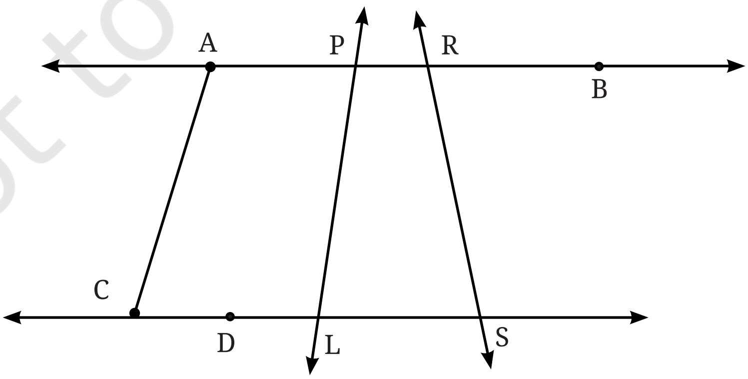
- ٹیم 1 سب کے لیے زاویے کی ایک پیمائش کا اعلان کرتی ہے، مثال کے طور پر 34°۔
- ٹیم 2 کا ایک کھلاڑی چاندہ کا استعمال کیے بغیر اس زاویہ کو بورڈ پر ضرور بنائے۔ ٹیم 2 کے باقی ممبران اس کھلاڑی کی مدد کر سکتے ہیں جیسے 'اس کو تھوڑا بڑا بناؤ!' یا 'اس کو تھوڑا چھوٹا بناؤ!' کہہ کر۔
- ٹیم 1 کا کوئی کھلاڑی سبھی کے دیکھنے کے لیے چاندہ استعمال کرتے ہوئے اس زاویے کی پیمائش کرتا ہے۔
- ٹیم 2 کے پوائنٹ کا اسکور ٹیم 2 کے متوقع زاویے کی ڈگری اور اصل زاویہ یعنی (34°) کا مطلق فرق ہے۔ مثال کے طور پر اگر ٹیم 2 کے کھلاڑی کے ذریعہ بنائے گئے زاویہ کی پیمائش 25° ہے تو ٹیم 2، 9 پوائنٹس اسکور کرتی ہے (34°-25°)۔
- ہر ٹیم کو پانچ مواقع ملتے ہیں جس ٹیم کا اسکور سب سے کم ہے، وہ فاتح ہے۔

استاد کے لیے نوٹ

یہ کھیل زاویوں اور ان کی پیمائش کی تفہیم کے لیے بہت اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ زاویوں کے تخمینہ کی مشق کرنے کے لیے اس کھیل کو مختلف دنوں میں کم از کم ایک یا دو مرتبہ دہرائیے۔ یہ بات نوٹ کیجیے کہ یہ کھیل طلبا کے جوڑوں میں بھی کھیلے جاسکتے ہیں۔

معلوم کیجیے

1. شکل 2.23 کے تمام ممکنہ زاویوں کی فہرست بنائیے۔ کیا آپ نے ان سب کو تلاش کر لیا؟ اب تمام زاویوں کی پیمائش کا اندازہ لگائیے۔ پھر کسی چاندہ سے ان زاویوں کی پیمائش کیجیے۔ تمام اعداد کو ایک جدول میں لکھیے۔ دیکھیے کہ آپ کے اندازے اصل پیمائشوں کے کتنے نزدیک ہیں؟



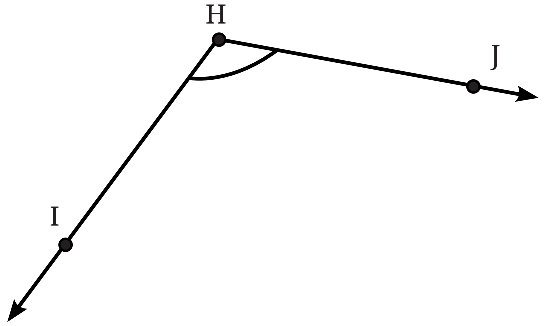
شکل 2.23

© NCERT not to be republished

2. مندرجہ ذیل ڈگری پیمائش والے زاویے بنانے کے لیے کسی چاندہ کا استعمال کیجیے:

a. 110°   b. 40°   c. 75°   d. 112°   e. 134°

3. دیے گئے زاویے کی ڈگری پیمائش کے برابر ایک زاویہ بنائیے:

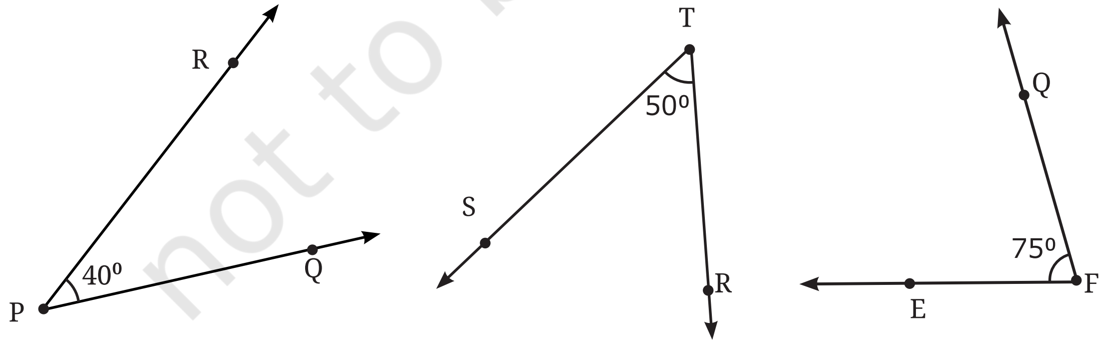


اس کے علاوہ، آپ نے اس زاویے کو بنانے میں جو طریقے اپنائے ہیں، ان کو بھی لکھیے۔

2.11 زاویوں کی قسمیں اور ان کی پیمائشیں

اس باب میں ہم لوگ مختلف قسم کے زاویوں کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ہم لوگ دیکھ چکے ہیں کہ زاویۂ مستقیم 180° اور زاویہ قائمہ 90° ہوتا ہے۔ دیگر قسم کے زاویوں — حادہ اور منفرجہ — کو ان کی ڈگری پیمائشوں میں کیسے واضح کریں گے؟

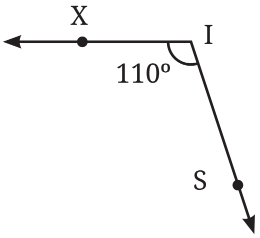
زاویۂ حادہ: زاویے جو زاویۂ قائمہ سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی 90° سے کم اور 0° سے زیادہ ہوتے ہیں، زاویہ حادہ کہلاتے ہیں۔

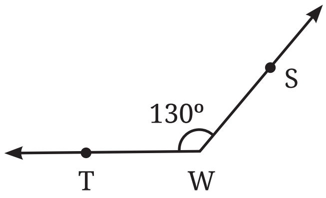


زاویہ حادہ کی مثالیں

© NCERT not to be republished

زاویہ منفرجہ: زاویے جو زاویہ قائمہ سے بڑے اور زاویہ مستقیم سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی °90 سے بڑے اور °180 سے چھوٹے، زاویہ منفرجہ کہلاتے ہیں۔

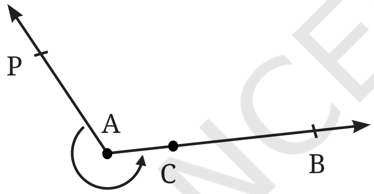


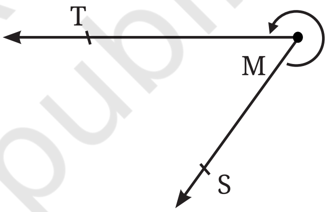


زاویہ منفرجہ کی مثالیں

کیا ہم زاویوں کی تمام ممکنہ پیمائشوں کو عمل میں لا چکے ہیں؟ یہاں دوسری طرح کا ایک زاویہ ہے۔

معکوس زاویہ: زاویے جو زاویہ مستقیم سے بڑے اور مکمل زاویہ سے چھوٹے ہوتے ہیں، یعنی °180 سے بڑے اور °360 سے چھوٹے، زاویہ معکوس کہلاتے ہیں۔



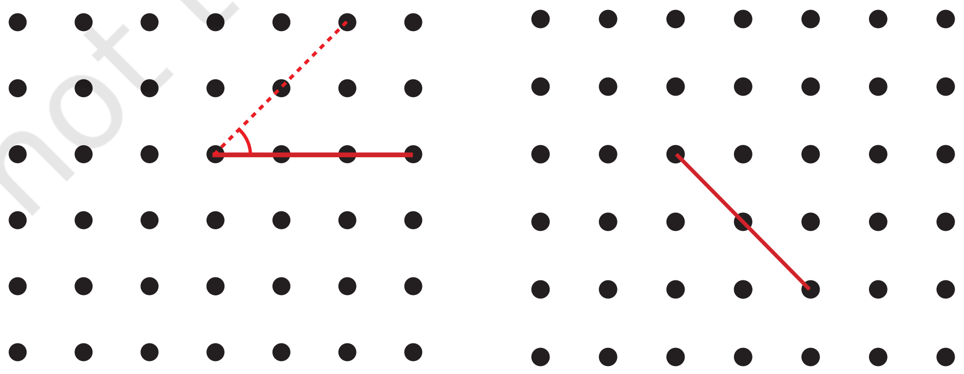


زاویہ معکوس کی مثالیں

معلوم کیجیے

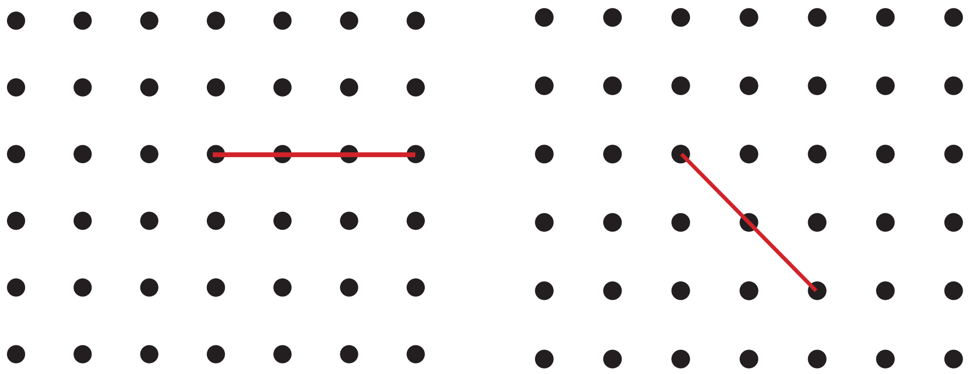
1. مندرجہ ذیل ہر گرڈ میں، نقطہ A کو گرڈ کے باقی نقطوں سے ایک خطِ مستقیم کے ذریعے اس طرح ملائیے کہ ہمیں حاصل ہو:

a. ایک زاویہ حادّہ

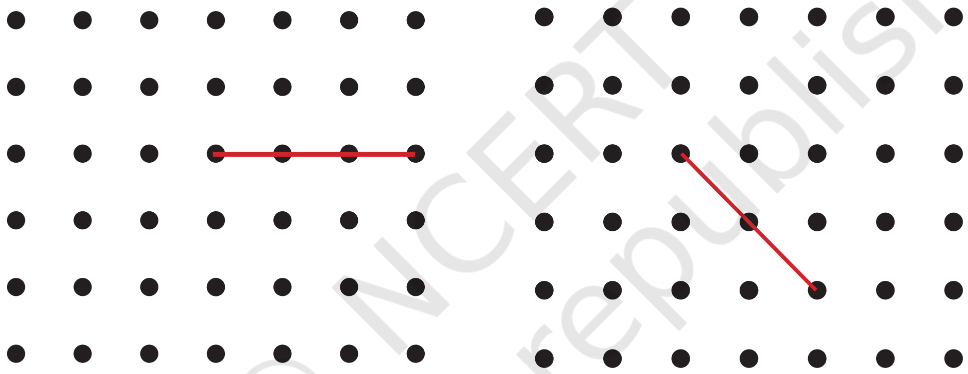


© NCERT not to be republished

b. ایک زاویہ منفرجہ



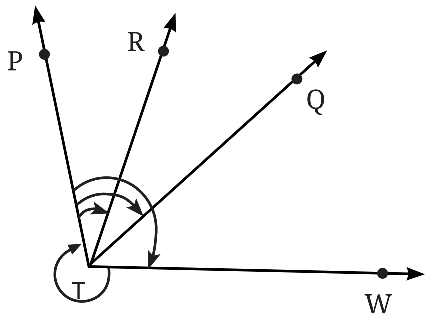
c. ایک زاویہ معکوس



زاویوں کو ظاہر کرنے کے لیے اوپر ملے زاویوں کو ایک خط منحنی سے نشان زد کیجیے۔ آپ کے لیے ایک کیا جا چکا ہے۔

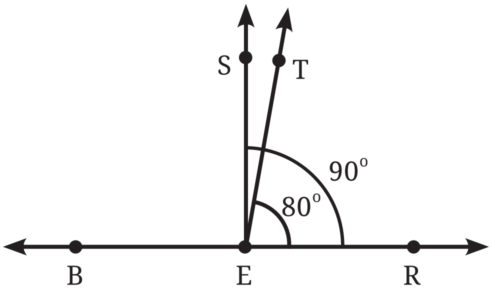
2. چاندہ استعمال کرکے ہر زاویے کی پیمائش کیجیے۔ پھر ہر زاویے کو حادّہ، منفرجہ، قائمہ اور معکوس کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

a. $\angle PTR$ b. $\angle PTQ$ c. $\angle PTW$ d. $\angle WTP$



© NCERT not to be republished

دریافت کیجیے



اس شکل میں $\angle TER=80°$ ہے۔ $\angle BET$ کی پیمائش کیا ہے؟

$\angle SET$ کی پیمائش کیا ہے؟

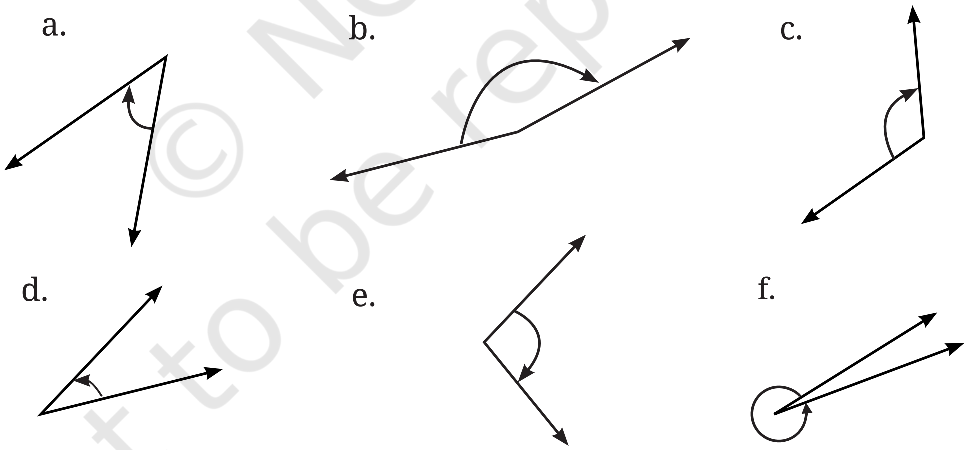
اشارہ: مشاہدہ کیجیے کہ $\angle REB$ ایک زاویہ مستقیم ہے۔ اس لیے اس کی ڈگری پیمائش $\angle REB=180°$ ہے جس میں $\angle TER$ 80° ہے۔ اسی طرح کی دلیل $\angle SET$ کی پیمائش معلوم کرنے کے لیے استعمال کی جا سکتی ہے۔

معلوم کیجیے

1. مندرجہ ذیل ڈگری پیمائش کے زاویے بنائیے:

a. 140° b. 82° c. 195° d.70° e. 35°

2. ہر زاویہ کے سائز کا اندازہ لگائیے اور پھر چاندہ کی مدد سے اس کی پیمائش کیجیے:



ان زاویوں کو، حادّہ، قائمہ، منفرجہ یا معکوس زاویوں کے طور پر درجہ بندی کیجیے۔

3. ایک ایسی شکل بنائیے جس میں تین زاویۂ حادّہ ایک قائمہ زاویہ اور دو منفرجہ زاویے ہوں۔

4. حرف 'M' کو اس طرح بنائیے کہ اطراف کے ہر ایک زاویے 40° کے ہوں اور بیچ کا زاویہ 60° ہو۔

5. حرف 'Y' کو اس طرح بنائیے کہ اس میں بننے والے تین زاویے بالترتیب 150°، 60° اور 150° ہوں۔

© NCERT not to be republished

6. اشوک چکر میں 24 تیلیاں ہیں۔ دو لگاتار تیلیوں کے درمیان کے زاویے کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟ دو تیلیوں کے درمیان بننے والے سب سے بڑے زاویہ حادّہ کی ڈگری پیمائش کیا ہے؟

7. **معمہ:** میں ایک زاویہ حادّہ ہوں۔ اگر آپ میری پیمائش کو دوگنا کر دیتے ہیں تو آپ کو ایک زاویہ حادّہ ملتا ہے۔ اگر آپ میری پیمائش کو تین گنا کر دیں تو آپ کو پھر سے زاویہ حادہ ملے گا۔ اگر آپ میری پیمائش کو چار گنا کر دیں تو آپ کو پھر ایک زاویۂ حادّہ ملے گا! لیکن اگر آپ میری پیمائش کو 5 سے ضرب کر دیں تو آپ کو زاویۂ منفرجہ ملے گا۔ میری پیمائش کے ممکنہ امکانات کیا ہیں؟

خلاصہ

- ایک **نقطہ**: مقام کا تعین کرتا ہے۔ اس کو بڑے (Capital) حرف سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ایک **قطع خط**: دو نقطوں کے درمیان سب سے چھوٹا فاصلہ ہے۔ S اور T سے مل کر بننے والے قطع خط کو $\overline{ST}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- ایک **خط**: حاصل ہوتا ہے جب ہم کسی قطع خط جیسے $\overline{ST}$ کو دونوں طرف لامحدود طور پر بڑھاتے ہیں؛ یہ $\overleftrightarrow{ST}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے یا کبھی کبھی اسے چھوٹے (Small) حرف جیسے m سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔
- **عمودی لکیر** : خط کا وہ حصہ ہے جو ایک نقطہ D سے شروع ہو کر ایک سمت میں لامحدود طور پر بڑھتی رہتی ہے۔ اس کو ہم $\overrightarrow{DP}$ سے ظاہر کرتے ہیں جہاں P اس عمودی لکیر پر ایک دوسرا نقطہ ہے۔
- کسی مشترک ابتدائی نقطہ سے بننے والی دو عمودی لکیروں سے ہم زاویہ کے تصور کو سمجھ سکتے ہیں۔ دو عمودی لکیریں $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ زاویہ کی تشکیل کرتی ہیں $\angle POM$ (اس کو $\angle MOP$ بھی کہا جاتا ہے)؛ یہاں O زاویہ کا **راس** کہلاتا ہے اور $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ کی عمودی لکیریں زاویہ کے **بازو** کہلاتی ہیں۔
- زاویہ کا سائز، راس کے گرد، زاویہ کی ایک عمودی لکیر سے دوسری عمودی لکیر تک گردش محوری یا گھماؤ کی مقدار ہے۔
- زاویوں کے سائز کی پیمائش ڈگری میں کی جاسکتی ہے۔ ایک پوری محوری گردش یا چکر **360 ڈگری** کا ہوتا ہے اور اس کو ہم 360° سے ظاہر کرتے ہیں۔
- زاویوں کی ڈگری پیمائش **چاندہ** (پروٹریکٹر) سے کی جاسکتی ہے۔
- **زاویہ مستقیم**: (180°) **زاویۂ قائمہ** (90°)، **زاویۂ حادّہ** (0° سے زیادہ اور 90° سے کم) **زاویۂ منفرجہ** (90° سے زیادہ اور 180° سے کم)، **زاویۂ معکوس** (180° سے زیادہ اور 360° سے کم) ہو سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished