# 5 प्राइम टाइम

0674CH05

## 5.1 समान गुणक आणि समान विभाजक

**इडली-वडा खेळ**

मुले एका वर्तुळात बसून आकड्यांचा खेळ खेळतात.

मुलं एका वर्तुळात बसून आकड्यांचा खेळ खेळतात. एका मुलाने '1' म्हणत खेळ सुरू करायचा. दुसऱ्या खेळाडूने '2' म्हणायचे, आणि असेच पुढे सुरू राहते. पण जेव्हा 3, 6, 9, ... (3 चे गुणाकार) यांची वेळ येते, तेव्हा त्या खेळाडूने संख्येऐवजी 'इडली' म्हणायचे. जेव्हा 5, 10, 15, ... (5 चे गुणाकार) यांची वेळ येते, तेव्हा त्या खेळाडूने संख्येऐवजी 'वडा' म्हणायचे. आणि जर एखादी संख्या 3 आणि 5 दोन्हीची गुणाकार असेल, तर त्या खेळाडूने 'इडली-वडा' म्हणायचे! जर एखाद्या खेळाडूने चूक केली, तर तो खेळाबाहेर पडतो. होतो.

खेळ अशाच फेऱ्यांमध्ये चालू राहतो, जोपर्यंत शेवटी फक्त एकच खेळाडू उरत नाही.

कोणत्या संख्यांसाठी खेळाडूंनी 'इडली' म्हणायचे आहे? यामध्ये 3, 6, 9, 12, 18, ... आणि अशाच पुढच्या संख्यांचा समावेश होतो.

कोणत्या नंबरसाठी खेळाडूंनी 'वडा' म्हणावा? हे 5, 10, 20,... वगैरे वगैरे.

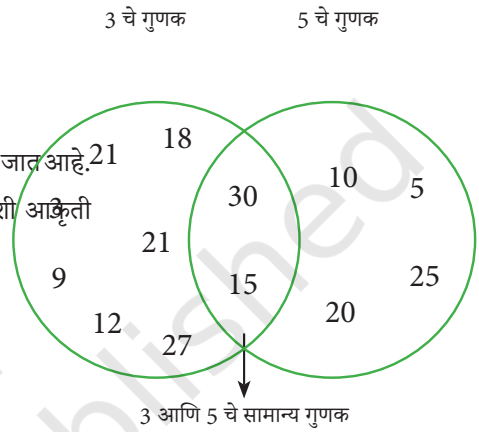
'इडली-वडा' असा पहिला क्रमांक कोणता आहे, ज्यासाठी खेळाडूंनी म्हणावे? तो 15 आहे, जो 3 चा गुणाकार आहे आणि 5 चा गुणक देखील आहे. असे इतर आकडे शोधा जे 3 आणि 5 या दोन्हीचे गुणक आहेत. या संख्यांना _____ म्हणतात.

© NCERT not to be republished

### हे शोधून काढा

1. दहाव्यांदा 'इडली-वडा' कोणत्या क्रमांकावर सांगितला जातो?
2. जर हा गेम 1 ते 90 नंबरसाठी खेळला जात असेल तर जाणून घ्या:
   a. मुलं किती वेळा 'इडली' म्हणतील (इडली-वडा म्हणण्याच्या वेळेसह)?
   b. मुलं किती वेळा 'वडा' म्हणतील (इडली-वडा म्हणण्याच्या वेळेसह)?
   c. मुलं किती वेळा 'इडली-वडा' म्हणतील?
3. हा खेळ 900 पर्यंत खेळला गेला तर? तुमची उत्तरे कशी बदलतील?
4. ही आकृती 'इडली-वडा' खेळाशी काही प्रकारे संबंधित आहे का?

   *संकेत:* कल्पना करा की हा खेळ 30 पर्यंत खेळला जात आहे. जर हा खेळ 60 पर्यंत खेळला, तर अशी आकृती काढा.

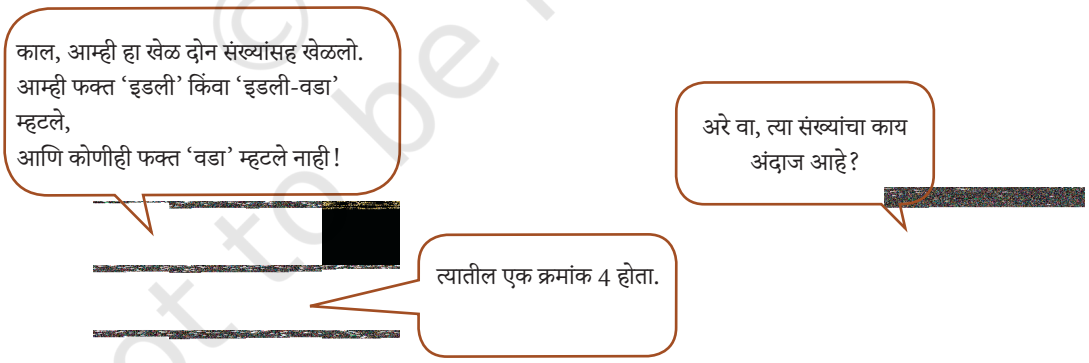



*आ.5.1*

### चला तर मग आपण 'इडली-वडा' हा खेळ वेगवेगळ्या जोड्या संख्येने खेळूया:

a. 2 आणि 5,
b. 3 आणि 7,
c. 4 आणि 6.

लहान संख्येच्या गुणकांसाठी 'इडली', मोठ्या संख्येच्या गुणाकारासाठी 'वडा' आणि सामान्य संख्येच्या गुणकांसाठी 'इडली-वडा' असे आपण म्हणू. जर खेळ 60 पर्यंत खेळला गेला तर आ. 5.1 सारखा आकृती काढा.




© NCERT not to be republished

खालीलपैकी दुसरी संख्या कोणती असू शकते:

2, 3, 5, 8, 10?

**जम्प जॅकपॉट**

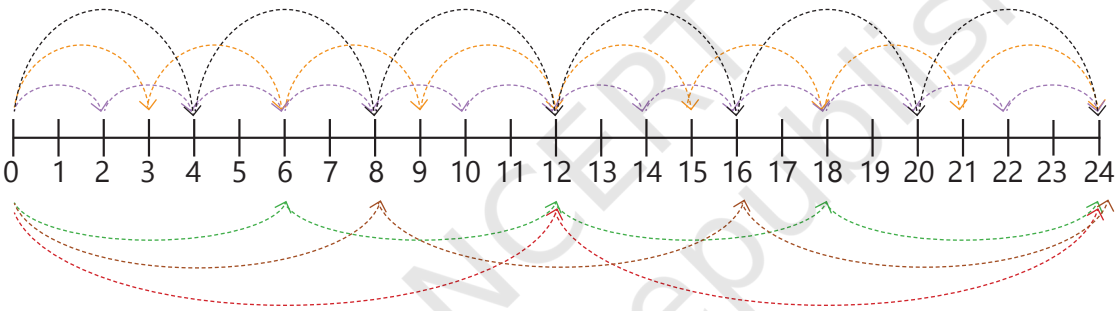
जंपी आणि ग्रम्पी एक गेम खेळतात.

- ग्रंपी एखाद्या संख्येवर खजिना लपवतो. उदाहरणार्थ, तो 24 वर खजिना ठेवतो.
- जंपी एक उडीचा आकार निवडतो. जर त्याने 4 निवडले, तर त्याला 0 पासून सुरुवात करून 4 चे गुणाकार वरच उड्या माराव्या लागतात.
- जर जंपी त्या संख्येवर पोहोचला जिथे ग्रंपी ने खजिना ठेवला आहे, तर त्याला खजिना मिळतो.

कोणत्या उडीच्या आकारामुळे जंपी 24 ला पोहोचेल?

जर त्याने 4 निवडले तर उडी 4 →8 →12 →16 →20 →24 →28 →.. अशी असेल

इतर यशस्वी उडी आकार 2, 3, 6, 8 आणि 12 आहेत.




आकार 1 आणि 24 च्या उडीबद्दल काय? होय, तेही 24 वर पोहोचतील.

संख्या 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 आणि 24 या सगळ्या संख्यांनी 24 ला बरोबर भाग जातो. अशा संख्यांना 24 चे गुणाकार (factors) किंवा भाजक (divisors) म्हणतात.

ग्रंपी ने खेळ आणखी अवघड केला आहे. आता तो दोन खजिने दोन वेगळ्या संख्यांवर ठेवतो. जंपी ने एकच उडीचा आकार निवडायचा आणि तोच वापरायचा आहे. जंपी ला दोन्ही खजिनांवर पोहोचल्यावरच खजिने मिळतील. आधीप्रमाणेच, तो 0 पासून सुरुवात करतो.

ग्रंपीने खजिने 14 आणि 36 वर ठेवले आहेत. आणि जंपीने 7 ची उडी निवडली आहे.

जंपी दोन्ही खजिनांवर पोहोचेल का?

0 →7 →14 →21 →28 →35 →42 →..... आपण पाहतो की तो 14 वर पोहोचला,

© NCERT not to be republished

पण 36 वर नाही, त्यामुळे त्याला खजिना मिळणार नाही.

त्याने कोणता उडीचा आकार निवडायला हवा होता?

14 चे घटक असे आहेत: 1, 2, 7, 14. त्यामुळे या उड्या 14 ला उतरतील.

36 चे घटक असे आहेत: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 आणि 36. हे उडीचे आकार 36 ला उतरतील.

तर, 1 किंवा 2 च्या उड्या आकार 14 आणि 36 या दोन्ही ठिकाणी उतरतील. लक्षात घ्या की 1 आणि 2 हे 14 आणि 36 चे सामान्य घटक आहेत.

उडीचे आकार ज्याचा वापर करून दोन्ही खजिन्यापर्यंत पोहोचता येते ते म्हणजे **सामान्य घटक** ज्या दोन नंबरमध्ये खजिना ठेवला आहे.

**15 आणि 30 वर पोहोचण्यासाठी कोणते उडीचे आकार योग्य आहेत? अनेक उडीचे आकार शक्य आहेत. त्यापैकी सगळे शोधून काढा.**

खालील तक्ता पहा. तुम्हाला काय जाणवते?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |

तक्त्यात,

1. छायांकित संख्यांमध्ये काही साम्य आहे का?
2. वर्तुळाकार संख्यांमध्ये काही साम्य आहे का?
3. कोणती संख्या छायांकित आणि वर्तुळाकार आहे? या आकड्यांना काय म्हणतात?

गणित[संपादन] बोलणे

**हे शोधून काढा**

1. 310 ते 410 दरम्यान असलेले 40 चे सर्व गुणक शोधा.
2. मी कोण आहे?
   a. माझी संख्या 40 पेक्षा कमी आहे. माझा एक घटक म्हणजे 7.
      माझ्या अंकांची बेरीज 8 आहे.
   b. माझी संख्या 100 पेक्षा कमी आहे. माझे दोन घटक 3 आणि 5 आहेत. माझा एक अंक दुसर् यापेक्षा 1 ने

© NCERT not to be republished

जास्त आहे.

3. ज्या संख्येच्या सर्व घटकांची बेरीज त्या संख्येच्या दुप्पट असते, त्याला परिपूर्ण संख्या म्हणतात. 28 ही एक परिपूर्ण संख्या आहे. तिचे घटक 1, 2, 4, 7, 14 आणि 28 आहेत. या सर्वांची बेरीज 56 होते, जी 28 च्या दुप्पट आहे.

4. याचे सामान्य घटक शोधा:

अ. 20 आणि 28 ब. 35 आणि 50

क. 4, 8 आणि 12 ड. 5,15 आणि 25

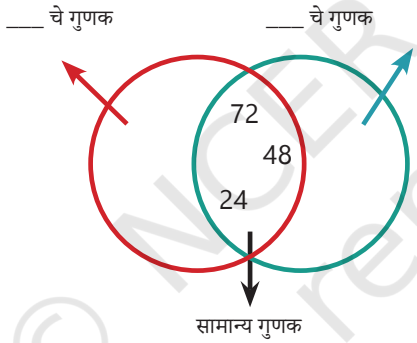
5. असे कोणतेही तीन आकडे शोधा जे 25 चे गुणक आहेत परंतु 50 चे गुणक नाहीत.

6. अंशू आणि त्याचे मित्र दोन संख्यांसोबत 'इडली-वडा' खेळ खेळतात, ज्या दोन्ही 10 पेक्षा लहान आहेत. 50 नंतर पहिल्यांदा कोणी तरी 'इडली-वडा' म्हणते. त्या 'इडली' आणि 'वडा' साठी कोणत्या दोन संख्या असू शकतात?

7. **खजिना शोधण्याच्या खेळात, ग्रंपीने 28 आणि 70 या संख्यांवर खजिना ठेवला आहे. कोणत्या जंप साईजमुळे दोन्ही संख्यांवर पोहोचता येईल?**

8. खालील आकृतीत गुणाने सामान्य गुणक वगळता सर्व संख्या पुसून टाकल्या आहेत. ते नंबर काय असू शकतात ते शोधा आणि रिकाम्या जागा भरा.

गणित[संपादन] बोलणे




9. 1 ते 10 मधील सर्व संख्यांचा गुणाकार आहे, परंतु 7 चा नाही, अशी सर्वात लहान संख्या शोधा.

10. 1 ते 10 मधील सर्व संख्यांचा गुणाकार असलेली सर्वात लहान संख्या शोधा.

प्रयत्न करून पहा हा

© NCERT not to be republished

## 5.2अविभाज्य संख्या

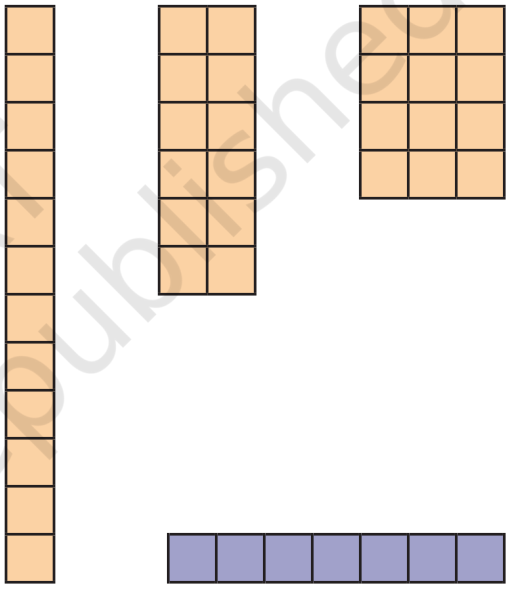
गुना आणि अंशू त्यांच्या शेतात उगमणाऱ्या अंजीरांची पॅकिंग करायचे ठरवतात. गुना प्रत्येक बॉक्समध्ये 12 अंजीर ठेवू इच्छितो आणि अंशू प्रत्येक बॉक्समध्ये 7 अंजीर ठेवू इच्छितो.

या गोष्टी किती प्रकारे करता येतील? विचार करा आणि शोधा की —

1. गुना 12 अंजीर आयताकृती पद्धतीने किती प्रकारे मांडू शकतो.
2. अंशू 7 अंजीर आयताकृती पद्धतीने किती प्रकारे मांडू शकतो.

गुनाने या शक्यता नोंदवल्या आहेत.

प्रत्येक मांडणीत असलेल्या रांगा आणि स्तंभांचे निरीक्षण करा. त्या 12 शी कशा संबंधित आहेत?



उदाहरणार्थ, दुसऱ्या मांडणीत 12 अंजीर दोन स्तंभांमध्ये 6-6 अशा प्रकारे मांडले आहेत, म्हणजेच $12 = 2 \times 6$.

अंशूला मात्र फक्त एकच मांडणी करता आली: $7 \times 1$ किंवा $1 \times 7$. त्याशिवाय इतर कोणत्याही आयताकृती मांडण्या शक्य नाहीत.

गुनाच्या प्रत्येक मांडणीत, रांगा आणि स्तंभ यांचा गुणाकार 12 होतो. त्यामुळे रांगा किंवा स्तंभ हे 12 चे घटक आहेत.

आपण पाहिले की, 12 ही संख्या एकाहून अधिक प्रकारे आयताकृती पद्धतीने मांडता येते कारण 12 मध्ये दोनपेक्षा जास्त घटक आहेत. 7 हा आकडा केवळ एकाच प्रकारे मांडला जाऊ शकतो, कारण त्यात फक्त दोन घटक आहेत - 1 आणि 7.

ज्या संख्यांमध्ये दोनच घटक असतात त्यांना म्हणतात **अविभाज्य संख्या" किंवा प्राईम नंबर्स** ;.हे काही अविभाज्य संख्या आहेत — 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. लक्षात घ्या की अविभाज्य संख्यांचे घटक फक्त 1 आणि ती संख्या स्वतः असते.

दोनपेक्षा जास्त घटक असलेल्या आकड्यांचे काय? त्यांना म्हणतात **संमिश्र संख्या**. पहिल्या काही संमिश्र संख्या आहेत - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

© NCERT not to be republished

1 चे काय, ज्यात एकच घटक आहे? 1ही संख्या ना अविभाज्य संख्या आहे ना संयुक्त संख्या.

21 ते 30 पर्यंत किती अविभाज्य संख्या आहेत? आणि किती संयुक्त संख्या आहेत?

**आपण 1 ते 100 पर्यंतच्या सर्व अविभाज्य संख्यांची यादी करू शकतो का?**

अविभाज्य संख्या शोधण्याचा एक मनोरंजक मार्ग येथे आहे. फक्त खाली दिलेल्या चरणांचे अनुसरण करा आणि काय होते ते पहा.

**स्टेप 1:** ला वजा करा कारण ती ना अविभाज्य संख्या आहे ना संयुक्त संख्या.

**स्टेप 2:** 2 ला वर्तुळ करा आणि त्यानंतरच्या सर्व 2च्या पटीत येणाऱ्या संख्यांना वजा करा, म्हणजे4, 6, 8 वगैरे.

**स्टेप 3: आपल्याला आढळेल की पुढील वजा न केलेली संख्या 3 आहे.**

**3 ला वर्तुळ करा आणि त्यानंतरच्या सर्व 3च्या पटीत येणाऱ्या संख्यांना वजा करा, म्हणजे 6, 9, 12 वगैरे.**

**स्टेप 4:** पुढील वजा न केलेली संख्या 5 आहे.

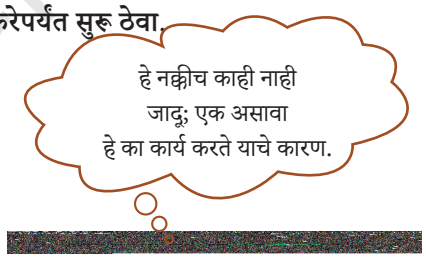
5 ला वर्तुळ करा आणि त्यानंतरच्या सर्व 5 च्या पटीत येणाऱ्या संख्यांना वजा करा, म्हणजे 10, 15, 20 वगैरे.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**स्टेप 5:ही प्रक्रिया त्या सूचीतील सर्व संख्या वर्तुळात घेईपर्यंत किंवा वजा करेपर्यंत सुरू ठेवा.**

वर्तुळ केलेल्या सर्व संख्या अविभाज्य संख्या आहेत.वजा केलेल्या सर्व संख्या (1 वगळता) संयुक्त संख्या आहेत.. या पद्धतीला इराटोस्थनीजचा चाळणी म्हणतात.

100 पेक्षा जास्त संख्येसाठीही ही प्रक्रिया राबवता येते. एरॅटोस्थनीज हा सुमारे २२०० वर्षांपूर्वीचा ग्रीक गणितज्ञ होता, ज्याने ही पद्धत विकसित केली.




© NCERT not to be republished

गुना आणि अंशूला आश्चर्य वाटत होते की हा साधा पद्धत अविभाज्य संख्या शोधण्यासाठी कसा कार्य करतो! या पद्धतीबद्दल विचार करा. वरील दिलेले पायऱ्या पुन्हा वाचा आणि प्रत्येक पायरी केल्यानंतर काय होते ते पाहा.

### हे शोधून काढा

1. आपल्याला दिसते की 2 ही एक अविभाज्य संख्या असून ती सम संख्याही आहे. अशी आणखी कोणती सम अविभाज्य संख्या आहे का?
2. 100 पर्यंतच्या अविभाज्य संख्यांच्या यादीकडे पहा. दोन सलग अविभाज्य संख्यांमधील सर्वात लहान फरक किती आहे? सर्वात मोठा फरक किती आहे?
3. मागील पानावरील तक्त्यात प्रत्येक ओळीत समान संख्या असलेल्या अविभाज्य संख्या आहेत का? कोणत्या दशकांमध्ये सर्वात कमी अविभाज्य संख्या आहेत? कोणत्या दशकांमध्ये सर्वात जास्त अविभाज्य संख्या आहेत?

**युगानुयुगे अविभाज्य संख्या**

अविभाज्य संख्या या सर्व पूर्ण संख्यांचे मूलभूत घटक आहेत. ग्रीक संस्कृतीच्या काळापासून (2000 वर्षांहून अधिक आधी) आजपर्यंत गणितज्ञ अजूनही त्यांच्या रहस्यांचा शोध घेत आहेत! विचारासाठी एक प्रश्न: सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या आहे का? की अविभाज्य संख्यांची यादी कधीही संपत नाही? याचे उत्तर गणितज्ञ युक्लिड यांनी शोधले होते, आणि तुम्हीही पुढील वर्गात ते शोधाल! मजेदार माहिती:
आतापर्यंत लिहिलेली सर्वात मोठी अविभाज्य संख्या इतकी मोठी आहे की ती लिहायला सुमारे 6500 पानं लागतील! त्यामुळे ती फक्त संगणकावरच लिहिता आली!!

4. खालीलपैकी कोणत्या संख्या अविभाज्य आहेत: 23, 51, 37, 26?
5. 20 पेक्षा कमी मुख्य संख्यांच्या तीन जोड्या लिहा ज्यांची बेरीज 5 चा गुणाकार आहे.
6. संख्या 13 आणि 31 या अविभाज्य आहेत. या दोन्ही संख्यांमध्ये समान अंक (1 आणि 3) आहेत. 100 पर्यंत अशा इतर अविभाज्य संख्यांच्या जोड्या शोधा.
7. 1 ते 100 दरम्यान सलग सात संयुक्त संख्या शोधा.
8. **जुळी अविभाज्य संख्या त्या अविभाज्य संख्यांच्या जोड्यांना म्हणतात, ज्यांच्यातील फरक २ असतो. उदा., 3 आणि 5 तसेच 17 आणि 19. 1 ते 100 दरम्यानच्या इतर जुळ्या अविभाज्य संख्यांचा शोध घ्या.**

© NCERT not to be republished

9. प्रत्येक विधान खरे आहे की खोटे हे ओळखाआणि स्पष्टीकरण द्या:

a. अशी कोणतीही अविभाज्य संख्या नाही ज्याच्या एकक स्थानावर 4 आहे.

b. अविभाज्य संख्यांची गुणाकार हीसुद्धा अविभाज्य संख्या असते.

c. अविभाज्य संख्यांना कोणतेही गुणकारक नसतात.

d. सर्व सम संख्या मिश्र संख्या असतात.

e. 2 ही अविभाज्य संख्या आहे आणि तिच्या पुढची संख्या 3 देखील अविभाज्य आहे. इतर प्रत्येक अविभाज्य संख्येसाठी पुढची संख्या मिश्र असते.

10. खालीलपैकी कोणती संख्या नेमक्या तीन भिन्न अविभाज्य संख्यांचा गुणाकार आहे: 45, 60, 91, 105, 330?

11. 2, 4 आणि 5 हे प्रत्येक अंक एकदाच वापरून तुम्ही किती तीन-अंकी अविभाज्य संख्या तयार करू शकता?

12. लक्षात घ्या की 3 ही अविभाज्य संख्या आहे, आणि $2 \times 3 + 1 = 7$ ही देखील अविभाज्य आहे. अशा इतर अविभाज्य संख्या आहेत का ज्यासाठी ही पद्धत लागू होते?

## 5.3 खजिना सुरक्षित ठेवण्यासाठी सह-अविभाज्य संख्या

**कोणत्या जोड्या सुरक्षित आहेत?**

आणखी एकदा खजिना शोधण्याच्या खेळाकडे वळूया. यावेळी, दोन संख्यांवर खजिने ठेवले आहेत. जंप्याला दोन्ही खजिने मिळतात, जर त्याला एकाच उडीच्या आकाराने दोन्ही संख्यांवर पोहोचता आले. याशिवाय एक नवीन नियम आहे—उडीचा आकार 1 असणे परवान्याचे नाही.

जंपी दोन्ही खजिन्यापर्यंत पोहोचू नये म्हणून ग्रम्पीने खजिना कुठे ठेवावा?

12 आणि 26 ला खजिना ठेवल्याने चालेल का? नाही! जर उडीचा आकार 2 निवडला तर जंपी 12 आणि 26 या दोन्हीपर्यंत पोहोचेल.

4 आणि 9 चे काय? 1 वगळता इतर कोणत्याही उडी आकाराचा वापर करून जंपी दोघांपर्यंत पोहोचू शकत नाही. तर, ग्रम्पीला माहित आहे की 4 आणि 9 ही जोडी सुरक्षित आहे.

या जोड्या सुरक्षित आहेत की नाही ते तपासा:

अ. 15 आणि 39 आ. 4 आणि 15

इ. 18 आणि 29 ड. 20 आणि 55

© NCERT not to be republished

सुरक्षित जोडांमध्ये काय विशेष आहे? या जोडांमध्ये 1 व्यतिरिक्त कोणताही सामान्य गुणक नसतो. दोन संख्या एकमेकींशी सह-अविभाज्य (co-prime) असतात, जर त्यांच्यात 1 व्यतिरिक्त कोणताही सामान्य गुणक नसेल.

**उदाहरण: 15 आणि 39 यांचा सामान्य गुणक 3 आहे, त्यामुळे त्या सह-अविभाज्य नाहीत. पण 4 आणि 9 यांचा कोणताही सामान्य गुणक नाही, त्यामुळे त्या सह-अविभाज्य आहेत.**

**खालील कोणते संख्याजोड सह-अविभाज्य आहेत?**

अ. 18 आणि 35 आ. 15आणि 37 क. 30 आणि 415

ड. 17 आणि 69 ई. 81 आणि 18

'इडली-वडा' खेळ खेळताना अंशूने एक मनोरंजक गोष्ट लक्षात आणली!

1. कधी कधी पहिला सामान्य गुणाकार हा दोन्ही संख्यांच्या गुणाकाराइतका असतो.

2. काही वेळा पहिला सामान्य गुणाकार हा संख्यांच्या गुणाकारापेक्षा लहान असतो.

वर दिलेल्या दोन्ही परिस्थितींसाठी उदाहरणे शोधा.

हे सह-अविभाज्य जोडांशी कसे संबंधित आहे?

गणित[संपादन] बोलणे

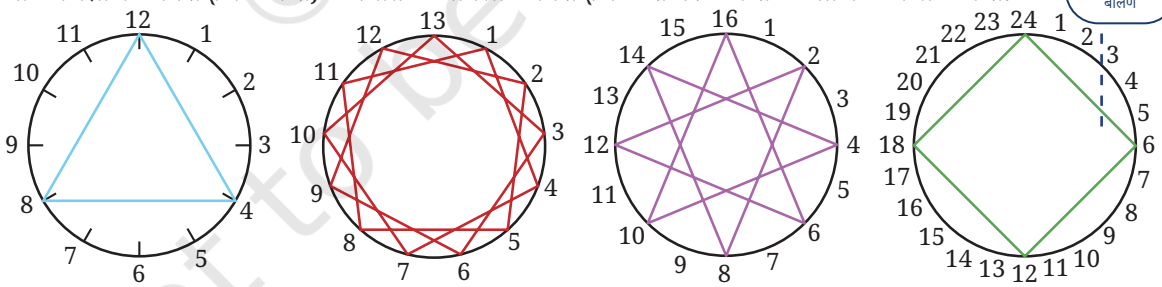
**सह-अविभाज्य कला**

**खालील दोरीच्या कलेचे निरीक्षण करा:**

**पहिल्या आकृतीत 12 खूंट्या आहेत आणि दोरी प्रत्येक चौथ्या खूंटीला बांधली आहे (याला थ्रेड-गॅप 4 म्हणतात). दुसऱ्या आकृतीत 13 खूंट्या आहेत आणि दोरी प्रत्येक तिसऱ्या खूंटीला बांधली आहे (थ्रेड-गॅप 3). इतर आकृतींमध्ये काय दिसते?**

**या चित्रांचे निरीक्षण करा, वर्गात आपली निरीक्षणे शेअर करा आणि चर्चा करा.**

गणित[संपादन] बोलणे




जर **खूंटीची** संख्या आणि थ्रेड-गॅप हे सह-अविभाज्य असतील, तर दोरी प्रत्येक **खूंटी**ला बांधली जाते. जर सह-अविभाज्य नसतील, तर काही खूंटीवर दोरी बांधली जात नाही.खालील गोष्टींसाठी अशी चित्रे तयार करा:

खालीलसाठी अशा आकृत्या तयार करा:

© NCERT not to be republished

a. 15 खूंट्या, 10 चा दोरखंड-अंतर b. 10 खूंट्या, 7 चा दोरखंड-अंतर

c. 14 खूंट्या, 6 चा दोरखंड-अंतर d. 8 खूंट्या, 3 चा दोरखंड-अंतर

## 5.4 अविभाज्य घटकांकन

दोन संख्या सह-अविभाज्य आहेत का ते तपासणे

शिक्षक: 56 आणि 63 सह-अविभाज्य आहेत का?

अंशु आणि गुण: जर त्यांच्याकडे 1व्यतिरिक्त आणखी काही समान घटक असतील, तर त्या सह-अविभाज्य नसतात. चला तपासूया..

अंशु: मी $56 = 14 \times 4$ आणि $63 = 21 \times 3$ असे लिहू शकतो. त्यामुळे 14 आणि 4 हे 56 चे घटक आहेत. तसेच, 21 आणि 3 हे 63 चे घटक आहेत. म्हणून, कोणतेही समान घटक नाहीत. या दोन्ही संख्या सह-अविभाज्य आहेत.

गुण: थांब. मी $56 = 7 \times 8$ आणि $63 = 9 \times 7$ असेही लिहू शकतो. येथे 7 हा दोन्ही संख्यांचा समान घटक आहे, त्यामुळे त्या सह-अविभाज्य नाहीत

स्पष्ट आहे की, गुणा बरोबर आहे कारण 7 हा दोन्ही संख्यांचा समान घटक आहे..

पण अंशुची चूक कुठे झाली?

$56 = 14 \times 4$ असे लिहिल्याने आपल्याला 56 चे 14 आणि 4 हे घटक समजतात, पण त्याचे सर्व घटक समजत नाहीत. हेच 63 च्या बाबतीतही लागू होते.

आणखी एक उदाहरण वापरुन पहा: 80 आणि 63. या दोन्ही संख्यांचे विभाजन अनेक प्रकारे करता येते –

$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$

$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$

इथे '???' याचा अर्थ अजूनही या संख्यांचे वेगळ्या प्रकारे विभाजन करता येऊ शकते. जर आपण दिलेले कोणतेही विभाजन घेतले, जसे की ८० = १६ × ५ आणि ६३ = ९ × ७, तर कोणतेही समान घटक दिसत नाहीत. म्हणून, ८० आणि ६३ सह-अविभाज्य आहेत असा निष्कर्ष काढता येईल का? अंशूने केलेल्या चुकांवरून स्पष्ट होते की, आपण असा निष्कर्ष काढू शकत नाही, कारण या संख्यांचे इतरही विभाजन असू शकते. म्हणजेच, दोन संख्या सह-अविभाज्य आहेत का हे तपासण्यासाठी आपल्याला अधिक पद्धतशीर दृष्टिकोनाची आवश्यकता आहे.

© NCERT not to be republished

### प्राइम फॅक्टरायझेशन

56 ही संख्या घ्या. ही एक संयुक्त संख्या आहे, कारण ती $56 = 4 \times 14$ असे लिहिता येते. त्यामुळे 4 आणि 14 हे 56 चे घटक आहेत. आता या पैकी एक संख्या घ्या – जसे की 14. हीही संयुक्त संख्या आहे आणि ती $14 = 2 \times 7$ असे लिहिता येते. त्यामुळे, $56=4\times2\times7$. पुढे, 4 ही देखील संयुक्त संख्या आहे आणि ती $4 = 2 \times 2$ असे लिहिता येते. त्यामुळे, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$. येथे आलेले सर्व घटक (2 आणि 7) हे अविभाज्य (prime) आहेत, त्यामुळे त्यांचे पुढे विभाजन करता येत नाही. शेवटी, आपण 56 या संख्येला अविभाज्य संख्यांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात लिहिले आहे. यालाच 56 चे अविभाज्य घटकांकन (Prime Factorisation) म्हणतात. वैयक्तिक घटकांना म्हणतात *अविभाज्य घटक*. उदाहरणार्थ, 56 चे मु अविभाज्य घट क 2 आणि 7 आहेत.

प्रत्येक 1 पेक्षा मोठ्या संख्येला एक अविभाज्य घटकांकन असते. संयुक्त संख्यांना सतत त्यांचे घटक शोधत राहायचे, जोपर्यंत फक्त अविभाज्य संख्या मिळत नाहीत.

1 चा कोणताही अविभाज्य घटकांकन होत नाही, कारण तो कोणत्याही अविभाज्य संख्येने विभाजित केला जात नाही.

अविभाज्य संख्या जसे की 7 यांचे घटकांकन फक्त तीच संख्या असते 7. (कारण तिला पुढे भागता येत नाही.)

आणखी काही उदाहरणे पाहूया:

वेगवेगळ्या पद्धतींनी संख्येचे विभाजन करून आपण 63 या संख्येला $3 \times 3 \times 7$ आणि $3 \times 7 \times 3$ असे लिहिले. ही दोन्ही वेगवेगळी आहेत का? नाही! दोन्ही ठिकाणी समान अविभाज्य संख्या (prime numbers) – 3 आणि 7 आहेत. यामध्ये 3 दोन वेळा आणि 7 एकदाच येतो. त्यामुळे, या दोन पद्धती भिन्न दिसल्या तरी त्यांचे अविभाज्य घटकांकन एकसारखेच आहे..

36 चे अविभाज्य घटकांकन करण्याच्या चार वेगवेगळ्या पद्धती येथे दिल्या आहेत.

या सर्व पद्धतींमध्ये 2 दोन वेळा आणि 3 दोन वेळा येतो.

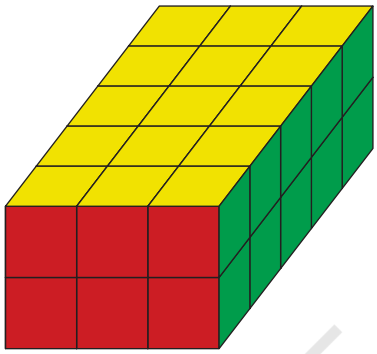
आपल्याला 36 गुण मिळतील हे पाहण्यासाठी परत गुणाकार करा.

म्हणूनच कुठल्याही संख्येचे अविभाज्य घटकांकन एकमेव असते. फक्त घटकांचा क्रम बदलतो, पण अविभाज्य संख्या आणि त्यांची पुनरावृत्ती (frequency) कायम राहते..

© NCERT not to be republished

खालील भागात आपण समजावून घेऊ की क्रम महत्त्वाचा नाही. मात्र, या उदाहरणांमध्ये आपण पाहिले की मूलभूत संख्या शोधण्यासाठी अनेक मार्ग असतात!!

**क्रम महत्त्वाचा आहे का?**



या आकृतीचा वापर करून, तुम्ही समजावू शकता का की $30 = 2 \times 3 \times 5$ आहे, मग तुम्ही 2, 3 आणि 5 कोणत्याही क्रमाने गुणिले तरीही?

संख्या गुणित करताना आपण त्या कोणत्याही क्रमाने करू शकतो. अंतिम उत्तर तेच राहते. म्हणूनच, दोन 2 आणि दोन 3 कोणत्याही क्रमाने गुणिले तरीही उत्तर 36 येते. पुढील इयत्तेत, आपण याचा अभ्यास गुणाकाराची अदला-बदली आणि संघटनशीलता या संज्ञांखाली करू.

म्हणून, क्रम महत्त्वाचा नाही. साधारणपणे आपण मूलभूत संख्या वाढत्या क्रमाने लिहितो. उदाहरणार्थ, $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ किंवा $30 = 2 \times 3 \times 5$.

## दोन संख्यांच्या गुणाकाराचे मूलभूत गुणाकारांमध्ये विभाजन

जेव्हा आपण एखाद्या संख्येचे मूलभूत गुणाकारांमध्ये विभाजन करतो, तेव्हा आपण प्रथम ती संख्या दोन गुणकांच्या स्वरूपात लिहितो. उदाहरणार्थ, $72 = 12 \times 6$. त्यानंतर, आपण प्रत्येक गुणकाचे मूलभूत गुणाकार शोधतो. वरील उदाहरणात, $12 = 2 \times 2 \times 3$ आणि $6 = 2 \times 3$ आता, तुम्ही 72 चे मूलभूत गुणाकार काय आहेत हे सांगू शकता का? मूळ संख्येचे मूलभूत गुणाकार त्यांना एकत्र करून मिळतात. म्हणून,

$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$

© NCERT not to be republished

आपण हे $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ असेही लिहू शकतो. गुणाकार करून तपासा आणि 72 मिळते का हे पाहा!

72 च्या फॅक्टरायझेशनमध्ये प्रत्येक मुख्य घटक किती वेळा येतो हे पहा.

12 आणि 6 एकत्र केलेल्या फॅक्टरायझेशनमध्ये हे किती वेळा होते याच्याशी तुलना करा.

### हे शोधून काढा

1. खालील संख्यांचे मुख्य घटक शोधा: 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. एका संख्येच्या मूलभूत गुणाकारात एक 2, दोन 3 आणि एक 11 आहे. ती संख्या कोणती आहे?
3. 30 पेक्षा कमी असलेले तीन मूळ संख्यांक शोधा, ज्यांचा गुणाकार 1955 आहे.
4. या संख्यांचे मूलभूत गुणाकार, गुणाकार केल्याशिवाय शोधा:
   a. $56 \times 25$ b. $108 \times 75$ c. $1000 \times 81$
5. अशी किमान संख्या कोणती आहे, ज्याच्या मूलभूत गुणाकारात:
   a. तीन वेगळ्या मूळ संख्या आहेत?
   b. चार वेगळ्या मूळ संख्या आहेत?

मूलभूत गुणाकार संख्या अध्ययनामध्ये अत्यंत महत्त्वाचा आहे. चला, तो कसा उपयुक्त ठरतो याचे दोन मार्ग समजून घेऊया.

### प्राथमिक गुणाकार वापरून दोन संख्या सह-अभाज्य आहेत का ते तपासणे

चला पुन्हा 56 आणि 63 या संख्यांकडे पाहूया. त्या सह-अभाज्य आहेत का, हे कसे तपासता येईल? आपण दोन्ही संख्यांचे प्राथमिक गुणाकार वापरूया — $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ आणि $63 = 3 \times 3 \times 7$

आता आपण पाहतो की 7 हा 56 आणि 63 दोन्ही संख्यांचा प्राथमिक गुणाकार आहे. त्यामुळे, 56 आणि 63 या संख्या सह-अभाज्य नाहीत.

80 आणि 63 चे काय? त्यांचे प्राथमिक गुणाकार पुढीलप्रमाणे आहेत:

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ आणि $63 = 3 \times 3 \times 7$

या दोन्ही संख्यांमध्ये कोणतेही सामान्य मुख्य घटक नाहीत. तर आपण त्यांना सह-अभाज्य म्हणू शकतो का? समजा, त्यांच्यात एखादा संयुक्त (composite) समान गुणाकार आहे. तर त्या संयुक्त गुणाकारातील प्राथमिक गुणाकार 80 आणि 63 यांच्या प्राथमिक गुणाकारांमध्ये दिसतील का?

© NCERT not to be republished

म्हणून, आपण असे म्हणू शकतो की जर कोणतेही समान प्राथमिक गुणाकार नसतील, तर त्या दोन संख्या सह-अभाज्य असतात. चला काही उदाहरणे पाहूया.

**उदाहरण:** 40 आणि 231 चा विचार करा. त्यांचे मुख्य घटक खालीलप्रमाणे आहेत:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ आणि } 231 = 3 \times 7 \times 11$$

आपण पाहतो की 40 आणि 231 या दोन्ही संख्यांना भाग जाणारा कोणताही समान प्राथमिक गुणाकार नाही. खरंच, 40 चे प्राथमिक गुणाकार 2 आणि 5 आहेत, तर 231 चे प्राथमिक गुणाकार 3, 7 आणि 11 आहेत. त्यामुळे, 40 आणि 231 या संख्या सह-अभाज्य आहेत!

**उदाहरण:** 242 आणि 195 चा विचार करा. त्यांचे मुख्य घटक खालीलप्रमाणे आहेत:

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ आणि } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242 चे मुख्य घटक 2 आणि 11 आहेत. 195 चे मुख्य घटक 3, 5 आणि 13 आहेत. कोणतेही सामान्य मुख्य घटक नाहीत. त्यामुळे 242 आणि 295 या संख्या सह-अभाज्य आहेत.

### प्राथमिक गुणाकार वापरून तपासा की एक संख्या दुसऱ्या संख्येला भाग जाते का

जर एक संख्या दुसऱ्या संख्येला भाग जात असेल, तर दुसऱ्या संख्येचे प्राथमिक गुणाकार पहिल्या संख्येच्या प्राथमिक गुणाकारांमध्ये असतात.

आपण असे म्हणतो की 48 ही संख्या 12 ने भाग जाते, कारण 48 ला 12 ने भागल्यावर उर्वरित शून्य येतो. पण लांब भागाकार न करता आपण हे कसे तपासू शकतो?

**उदाहरण:** 168 ही संख्या 12 ने भागली जाते का?

दोन्ही संख्यांचे प्राथमिक गुणाकार शोधूया:

$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$ आणि $12 = 2 \times 2 \times 3$

आपण कोणत्याही क्रमाने गुणाकार करू शकतो म्हणून आता हे स्पष्ट झाले आहे की,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

म्हणून, 168 ही संख्या 12 ने पूर्णपणे भागली जाते.

**उदाहरण:** 75 ही संख्या 21 ने भागली जाते का? दोन्ही संख्यांचे प्राथमिक गुणाकार शोधूया:

$75 = 3 \times 5 \times 5$ आणि $21 = 3 \times 7$

© NCERT not to be republished

वरील चर्चेत आपण पाहिल्याप्रमाणे, जर 75 हा 21 चा गुणक असेल, तर 21 चे सर्व प्रमुख घटक देखील 75 चे मुख्य घटक असतील. तथापि, 7 हा 21 चा मुख्य घटक आहे परंतु 75 चा मुख्य घटक नाही. त्यामुळे 75 ही संख्या 21 ने भागली जात नाही.

**उदाहरण:** 42 ही संख्या 12 ने भाग जाते का? दोन्ही संख्यांचे प्राथमिक गुणाकार शोधूया:

$42 = 2 \times 3 \times 7$ आणि $12 = 2 \times 2 \times 3$

12 चे सर्व प्रमुख घटक देखील 42 चे मुख्य घटक आहेत. पण 12 च्या प्राथमिक गुणाकारांमध्ये 2 हा गुणाकार दोन वेळा आहे, तर 42 मध्ये फक्त एकदाच आहे. म्हणूनच, 42 ही संख्या 12 ने भाग जात नाही. आपण असे म्हणू शकतो की जर एक संख्या दुसऱ्या संख्येला भाग जात असेल, तर दुसऱ्या संख्येचे प्राथमिक गुणाकार पहिल्या संख्येच्या प्राथमिक गुणाकारांमध्ये असतात.

**हे शोधून काढा**

1. खालील संख्याजोड्या सह-अभाज्य आहेत का? प्रथम अंदाज करा आणि नंतर प्राथमिक गुणाकार वापरून तपासा.
   a. 30 आणि 45 b. 57 आणि 85
   c. 121 आणि 1331 d. 343 आणि 216
2. पहिली संख्या दुसऱ्या संख्येला भाग जाते का? प्राथमिक गुणाकार वापरून तपासा.
   a. 225 आणि 27 b. 96 आणि 24
   c. 343 आणि 17 d. 999 आणि 99
3. पहिल्या संख्येचा प्राथमिक गुणाकार $2 \times 3 \times 7$ आणि दुसऱ्या संख्येचा प्राथमिक गुणाकार $3 \times 7 \times 11$ आहे. त्या सह-अभाज्य आहेत का? एक संख्या दुसऱ्या संख्येला भाग जाते का?
4. गुणा म्हणतो, "कोणत्याही दोन अभाज्य संख्या सह-अभाज्य असतात." तो बरोबर आहे का?

## ५.५ विभाज्यता चाचण्या

आत्तापर्यंत, आपण वेगवेगळ्या संदर्भांमध्ये संख्यांचे गुणाकार शोधत आहोत, जसे की एखादी संख्या अभाज्य आहे का नाही, किंवा दिलेली दोन संख्या सह-अभाज्य आहेत का नाहीत.

© NCERT not to be republished

**लहान संख्यांचे गुणाकार शोधणे सोपे आहे. मोठ्या संख्यांचे गुणाकार कसे शोधायचे?**

**आता 8560 ही संख्या घेऊ. या संख्येला 2 ते 10 या संख्यांनी (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10) भाग जाता का?**

**यापैकी काही संख्या या संख्येचे गुणाकार आहेत की नाहीत हे लांब विभाजन न करता सोपे पद्धतीने तपासता येते. तुम्ही हे शोधू शकता का?**

### 10 ने विभाज्यता

आता 10 ही संख्या घेऊ . 8560 ला 10 ने भाग जातो का?

याचा अर्थ असा आहे की 10 हा 8560 चा एक घटक आहे का? यासाठी आपण 10 च्या पटीत काही नमुना पाहू शकतो. 10 चे काही प्रारंभिक पटी आहेत: 10, 20, 30, 40, ... ही मालिका पुढे सुरू ठेवा आणि त्यामधील नमुना निरीक्षण करा. 125 हा 10 चा पट आहे का? ही संख्या वर दिलेल्या मालिकेत दिसेल का? का किंवा का नाही? आता तुम्ही सांगू शकता का की 8560 ला 10 ने भाग जातो का?

या विधानाचा विचार करा:

ज्या संख्या 10 च्या विभाज्य असतात त्या संख्यांचा शेवट '0' या अंकाने होतो. तुम्ही यास सहमत आहात का?

गणित[संपादन] बोलणे

### 5 ने विभाज्यता

5 हा आणखी एक अंक आहे ज्याची विभाज्यता सहज तपासता येते. आपण ते कसे करतो? पटी सूचीबद्ध करून शोध घेऊया: 5, 10, 15, 20, 25, ... या संख्यांबद्दल तुम्हाला काय दिसते? तुम्हाला शेवटच्या अंकात काही नमुना दिसतो का? 399 पेक्षा लहान आणि 5 ने विभाज्य असलेली सर्वात मोठी संख्या कोणती आहे? 8560 ही संख्या 5 ने विभाज्य आहे का?

या विधानाचा विचार करा:

5 ने विभाज्य असणारी संख्या ही एकतर '0' किंवा '5' ने संपणारी संख्या आहे. तुम्ही यास सहमत आहात का?

गणित[संपादन] बोलणे

### 2ने विभाज्यता

2 चे पहिले काही गुणक म्हणजे 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...
तुम्ही काय निरीक्षण करता? शेवटच्या अंकात एखादा पॅटर्न दिसतो का?

© NCERT not to be republished

6682 ही संख्या 2 ने विभाज्य आहे का? आपण हे लांब भागाकार न करता सांगू शकतो का? 8560 ही संख्या 2 ने विभाज्य आहे का किंवा का नाही?

या विधानाचा विचार करा:

2 ने विभाज्य असणारी संख्या म्हणजे '0', '2', '4, '6' किंवा '8' ने संपणारी संख्या. तुम्ही सहमत आहात का?

गणित[संपादन] बोलणे

## ४ ने विभाज्यता

एखादी संख्या 4 ने विभाजित होते का हे तपासणे देखील सोपे आहे! त्याचे गुणाकार पाहा: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ... तुम्हाला यात काही पद्धती दिसतात का ज्या वापरता येऊ शकतात? 10, 5 आणि 2 च्या गुणाकारांमध्ये शेवटच्या अंकांमध्ये एक पद्धत आहे जी आपण विभाज्यता तपासण्यासाठी वापरतो. तसेच, आपण शेवटचा अंक पाहून एखादी संख्या 4 ने विभाजित होते का हे तपासू शकतो का?

ते कार्य करत नाही! 12 आणि 22 या संख्यांकडे पहा. त्यांचा शेवटचा अंक समान आहे, पण 12 ही संख्या 4 चा गुणाकार आहे तर 22 नाही. त्याचप्रमाणे, 14 आणि 24 यांच्याकडे पहा. त्यांचा शेवटचा अंक सारखाच आहे, पण 14 ही संख्या 4 ने विभाजित होत नाही तर 24 होते. तसेच, 16 आणि 26 किंवा 18 आणि 28 या संख्यांबाबतही हेच लागू होते. याचा अर्थ असा की, केवळ शेवटचा अंक पाहून एखादी संख्या 4 ने विभाजित होते का हे आपण ठरवू शकत नाही.

आपण अधिक अंक तपासून प्रश्नाचे उत्तर देऊ शकतो का? 1 ते 200 दरम्यान 4 चे गुणाकार यादीत लिहा आणि त्यामध्ये काही पद्धत शोधा..

330 आणि 340 दरम्यान 4 ने विभाजित होणाऱ्या संख्यांचा शोध घ्या. तसेच, 1730 आणि 1740 दरम्यान आणि 2030 आणि 2040 दरम्यान 4 ने विभाजित होणाऱ्या संख्यांचा शोध घ्या. तुम्हाला काय निरीक्षण होते?

8536 ही संख्या 4 ने विभाज्य आहे का?

या विधानांचा विचार करा:

1. दिलेली संख्या 4 ने विभाज्य आहे की नाही हे ठरवताना केवळ शेवटचे दोन अंक महत्त्वाचे ठरतात.
2. जर शेवटच्या दोन अंकांनी बनलेली संख्या 4 ने विभाज्य असेल तर मूळ संख्या 4 ने विभाज्य आहे.
3. जर मूळ संख्या 4 ने विभाज्य असेल तर शेवटच्या दोन अंकांनी तयार केलेली संख्या 4 ने विभाज्य आहे.

तुम्ही सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

© NCERT not to be republished

## ८ ने विभाज्यता

मजेदार गोष्ट म्हणजे, 8 ने विभाज्यता तपासणे देखील सोपे होऊ शकते. आपण यासाठी शेवटचे दोन अंक वापरू शकतो का?

**120 ते 140 दरम्यान 8 ने विभाजित होणाऱ्या संख्या शोधा. तसेच 1120 ते 1140 आणि 3120 ते 3140 दरम्यान 8 ने विभाजित होणाऱ्या संख्या शोधा. तुम्हाला काय आढळते?**

8560 या संख्येचे शेवटचे दोन अंक बदला, ज्यामुळे परिणामी संख्या 8 चा गुणाकार बनेल.

या विधानांचा विचार करा:

1. दिलेली संख्या 8 ने विभाज्य आहे की नाही हे ठरवताना केवळ शेवटचे तीन अंक महत्त्वाचे ठरतात.
2. जर शेवटच्या तीन अंकांनी बनलेली संख्या 8 ने विभाज्य असेल तर मूळ संख्या 8ने विभाज्य आहे.
3. जर मूळ संख्या 8 ने विभाज्य असेल तर शेवटच्या तीन अंकांनी तयार केलेली संख्या 8 ने विभाज्य आहे.

तुम्ही सहमत आहात का? का किंवा का नाही?

गणित[संपादन]
बोलणे

आपण पाहिले आहे की संख्या हा घटक आहे की नाही हे तपासण्यासाठी नेहमीच लांब विभाजनाची आवश्यकता नसते. आम्ही काही निरीक्षणांचा वापर करून 10, 5, 2, 4, 8 साठी सोप्या पद्धती शोधून काढल्या आहेत. आपल्याकडे इतर संख्यांसाठीही अशा सोप्या पद्धती आहेत का? आपण नंतरच्या वर्गात 3, 6, 7 आणि 9 द्वारे विभाज्यता तपासण्याच्या सोप्या पद्धतींवर चर्चा करू!

### हे शोधून काढा

1. 2024 हे लीप इयर आहे (कारण फेब्रुवारीमध्ये 29 दिवस असतात). लीप वर्ष हे 4 च्या गुणक असलेल्या वर्षांमध्ये आढळतात,परंतु 100 ने पूर्णपणे भाग जाणारे वर्ष अधिवर्ष नसते, जर ते 400 ने भाग जात नसेल.
   a. तुमच्या जन्मापासून ते आजतागायत कोणती वर्षे लीप इयर होती?
   b. सन 2024 ते 2099 पर्यंत किती लीप वर्षे आहेत?
2. सर्वात मोठी आणि सर्वात लहान 4-अंकी संख्या शोधा जी 4 ने विभाज्य आहेत आणि पॅलिंड्रोम देखील आहेत.
3. प्रत्येक विधान नेहमीच खरे असते, कधी कधी खरे असते किंवा कधीही खरे नसते याचा शोध घ्या. आपण आपल्या तर्काचे समर्थन करण्यासाठी उदाहरणे देऊ शकता.
   a. दोन सम संख्यांची बेरीज ४ चा गुणक देते.
   b. दोन विषम संख्यांची बेरीज ४ चा गुणक देते.

© NCERT not to be republished

4. जेव्हा खालील संख्यांना a) 10, b) 5, c) 2 ने भागले जाते तेव्हा त्यांचे उर्वरित भाग शोधा: 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5. शिक्षिकेने विचारले की 14560 ही संख्या 2, 4, 5, 8 आणि 10 या सर्वांनी विभाजित होते का? गुणाने फक्त या संख्यांपैकी दोनसाठी विभाज्यता तपासली आणि नंतर घोषित केले की ती सर्वांनी विभाजित होते. त्या दोन संख्या कोणत्या असतील?

6. खालीलपैकी कोणत्या संख्यांना 2, 4, 5, 8 आणि 10 या सर्वांनी विभाजित करता येते: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160

7. अशी दोन संख्या लिहा ज्यांचा गुणाकार 10000 आहे. या दोन्ही संख्यांच्या एकक स्थानावर 0 नसावा

## 5.6 संख्यांबरोबर मजा

### विशेष क्रमांक

या चौकोनात चार संख्या आहेत. तुम्हाला कोणती संख्या विशेष वाटते? तुम्हाला तसे का वाटते?

| | |
|---|---|
| 9 | 16 |
| 25 | 43 |

- गुणाच्या वर्गमित्रांनी काय शेअर केले ते पाहा:
- कर्णवती म्हणते, "9 ही संख्या विशेष आहे कारण ती एकाच अंकी संख्या आहे, तर इतर सर्व संख्यादोन अंकी आहेत."
- गुरुप्रीत म्हणतो, "9 ही संख्या विशेष आहे कारण ती फक्त 3 चा गुणाकार आहे."
- मुरुगन म्हणतो, "16 ही संख्या विशेष आहे कारण ती एकमेव सम संख्या आहे आणि 4 चा एकमेव गुणाकार आहे."
- गोपिका म्हणते, "25 ही संख्या विशेष आहे कारण ती एकमेव 5 चा गुणाकार आहे."
- यद्न्यिकी म्हणते, "43 ही संख्या विशेष आहे कारण ती एकमेव अभाज्य संख्या आहे."
- राधा म्हणते, "43 ही संख्या विशेष आहे कारण ती एकमेव संख्या आहे जी वर्गसंख्या नाही."

© NCERT not to be republished

खाली प्रत्येक बॉक्समध्ये चार क्रमांक असलेले काही बॉक्स आहेत. प्रत्येक बॉक्समध्ये प्रत्येक आकडा इतरांच्या तुलनेत कसा विशेष आहे हे सांगण्याचा प्रयत्न करा. आपल्या वर्गमित्रांशी सामायिक करा आणि आपल्यासारखीच कारणे इतर कोणी दिली हे शोधा. तुम्हाला न घडलेली वेगवेगळी कारणं कुणी दिली का?!

| | |
|---|---|
| 5 | 7 |
| 12 | 35 |

| | |
|---|---|
| 3 | 8 |
| 11 | 24 |

| | |
|---|---|
| 27 | 3 |
| 123 | 31 |

| | |
|---|---|
| 17 | 27 |
| 44 | 65 |

अभाज्य **कोडे**

डाव्या बाजूला दिलेली आकृती कोडे दाखवते. उजव्या बाजूला त्याचे उत्तर दिले आहे. कोडे सोडवण्यासाठी काय नियम असू शकतात ते विचारा.

गणित[संपादन] बोलणे

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 75 |
| | | | 42 |
| | | | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 3 | 75 |
| 2 | 3 | 7 | 42 |
| 17 | 2 | 3 | 102 |
| 170 | 30 | 63 | |

**नियम।**

फक्त अभाज्य संख्या वापरून ग्रिड भरा जेणेकरून प्रत्येक ओळीचा गुणाकार त्या ओळीच्या उजव्या बाजूला दिलेल्या संख्येशी बरोबर असेल आणि प्रत्येक स्तंभाचा गुणाकार त्या स्तंभाच्या खाली दिलेल्या संख्येशी बरोबर असेल.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 105 |
| | | | 20 |
| | | | 30 |
| 28 | 125 | 18 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 8 |
| | | | 105 |
| | | | 70 |
| 30 | 70 | 28 | |

© NCERT not to be republished

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 63 |
| | | | 27 |
| | | | 190 |
| 45 | 42 | 171 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 343 |
| | | | 660 |
| | | | 44 |
| 28 | 154 | 231 | |

## SUMMARY

- एखादी संख्या दुसऱ्या संख्येने भागली जात असेल, तर दुसरी संख्या पहिल्या संख्येचा गुणाकार आहे. उदाहरणार्थ, 4 हा 12 चा गुणाकार आहे कारण 12 हे 4 ने भागते ($12 \div 4 = 3$).
- **अभाज्य संख्या अशा असतात ज्या केवळ 1 आणि स्वतःने भागल्या जातात. उदाहरणार्थ, 2, 3, 5, 7, 11 इत्यादी.**
- **संमिश्र संख्या अशा असतात ज्यांच्याकडे 1 आणि स्वतःव्यतिरिक्त आणखी किमान एक गुणाकार असतो. उदाहरणार्थ, 4, 6, 8, 9 इत्यादी.**
- प्रत्येक 1 पेक्षा मोठी संख्या अभाज्य संख्यांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात लिहिता येते. याला त्या संख्येची अभाज्य गुणाकार रूपांतर (Prime Factorisation) म्हणतात. उदाहरणार्थ, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- अभाज्य संख्यांची एकच पद्धत असते, फक्त गुणाकारांची क्रमवारी वेगळी असते..
- कोणत्याही दोन संख्यांमध्ये 1 व्यतिरिक्त कोणताही सामान्य गुणाकार नसेल तर त्या संख्यांना सह-अभाज्य (Co-prime) म्हणतात..
- दोन संख्या सह-अभाज्य आहेत का हे तपासण्यासाठी, आपण प्रथम त्यांच्या अभाज्य गुणाकारांची तपासणी करू शकतो. जर कोणताही समान अभाज्य गुणाकार नसेल, तर त्या संख्या सह-अभाज्य असतात. जर समान अभाज्य गुणाकार असेल, तर त्या संख्या सह-अभाज्य नसतात.
- एखादी संख्या दुसऱ्या संख्येचा गुणाकार आहे, जर पहिल्या संख्येची अभाज्य गुणाकार रूपांतर दुसऱ्या संख्येच्या अभाज्य गुणाकार रूपांतरात समाविष्ट असेल.

© NCERT not to be republished