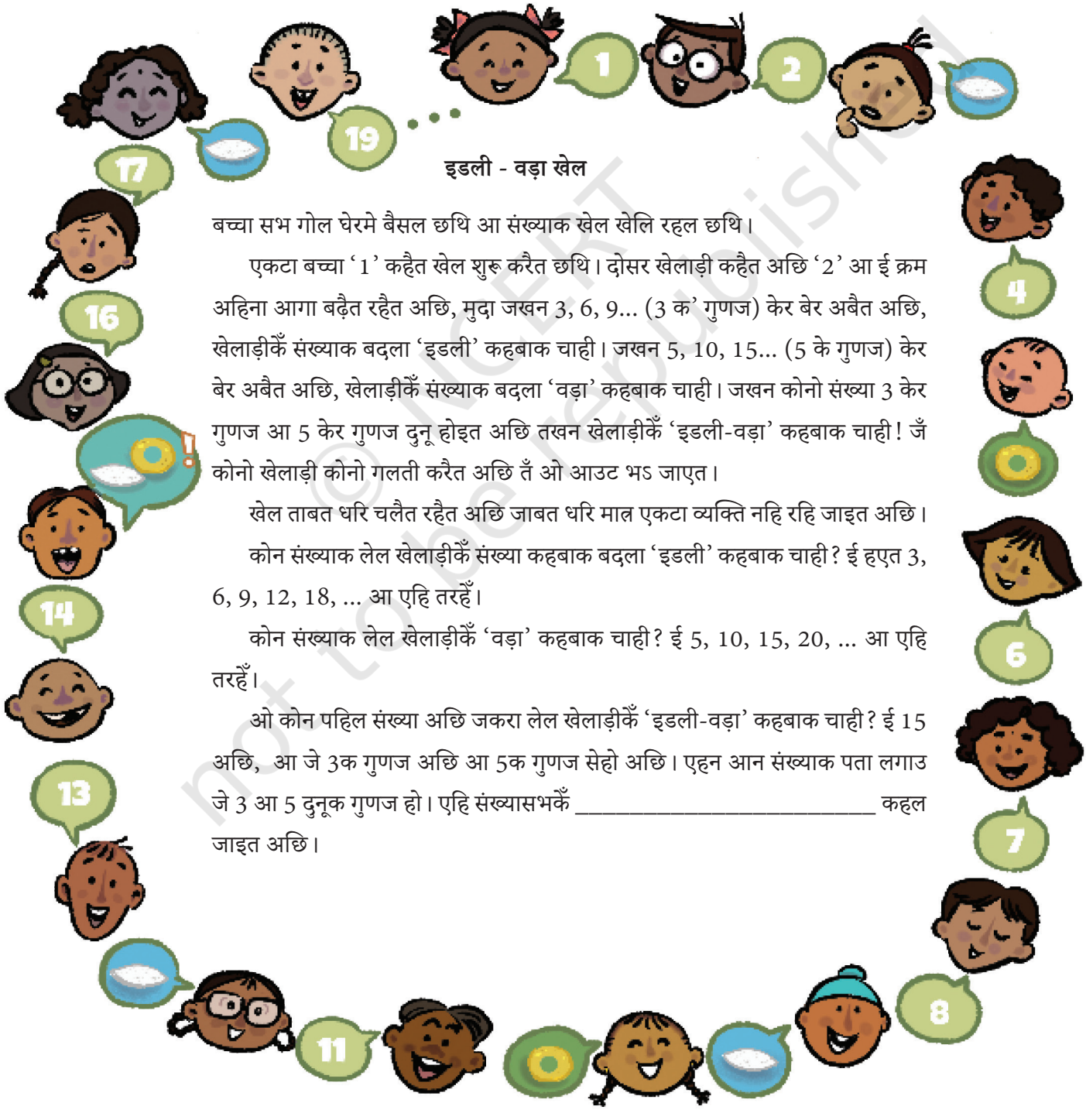
5 अभाज्य समय

0674CH05

5.1 सर्व गुणज आओर सार्व गुणनखण्ड



इडली - वड़ा खेल

बच्चा सभ गोल घेरमे बैसल छथि आ संख्याक खेल खेलि रहल छथि।

एकटा बच्चा '1' कहैत खेल शुरू करैत छथि। दोसर खेलाड़ी कहैत अछि '2' आ ई क्रम अहिना आगा बढ़ैत रहैत अछि, मुदा जखन 3, 6, 9... (3 क' गुणज) केर बेर अबैत अछि, खेलाड़ीकेँ संख्याक बदला 'इडली' कहबाक चाही। जखन 5, 10, 15... (5 के गुणज) केर बेर अबैत अछि, खेलाड़ीकेँ संख्याक बदला 'वड़ा' कहबाक चाही। जखन कोनो संख्या 3 केर गुणज आ 5 केर गुणज दुनू होइत अछि तखन खेलाड़ीकेँ 'इडली-वड़ा' कहबाक चाही! जँ कोनो खेलाड़ी कोनो गलती करैत अछि तँ ओ आउट भऽ जाएत।

खेल ताबत धरि चलैत रहैत अछि जाबत धरि मात्र एकटा व्यक्ति नहि रहि जाइत अछि।

कोन संख्याक लेल खेलाड़ीकेँ संख्या कहबाक बदला 'इडली' कहबाक चाही? ई हएत 3, 6, 9, 12, 18, ... आ एहि तरहेँ।

कोन संख्याक लेल खेलाड़ीकेँ 'वड़ा' कहबाक चाही? ई 5, 10, 15, 20, ... आ एहि तरहेँ।

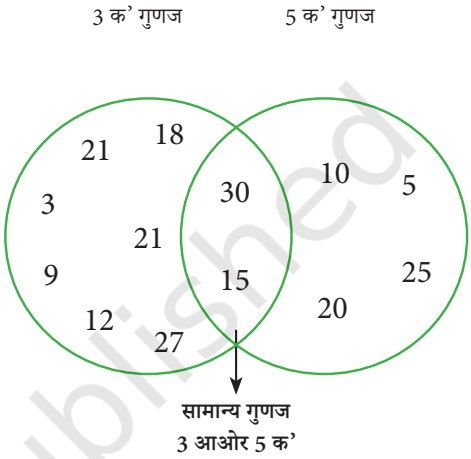
ओ कोन पहिल संख्या अछि जकरा लेल खेलाड़ीकेँ 'इडली-वड़ा' कहबाक चाही? ई 15 अछि, आ जे 3क गुणज अछि आ 5क गुणज सेहो अछि। एहन आन संख्याक पता लगाउ जे 3 आ 5 दुनूक गुणज हो। एहि संख्यासभकेँ _____ कहल जाइत अछि।

© NCERT not to be republished

आउ, ज्ञात करी

1. दसम बेर 'इडली-वड़ा' कोन संख्या पर कहल जाइत अछि?
2. जँ खेल 1 सँ 90 संख्याक लेल खेलल जाइत अछि तँ पता करू जे:
   a. बच्चा सभ कतेक बेर 'इडली' कहैत (ओहि समय सहित जे ओ 'इडली-वड़ा' कहैत छथि)?
   b. बच्चा सभ कतेक बेर 'वड़ा' कहैत (ओहि समय सहित जे ओ 'इडली-वड़ा' कहैत छथि)?
   c. बच्चा सभ कतेक बेर 'इडली-वड़ा' कहत?
3. जँ खेल 900 धरि खेलल जाएत तखन की हएत? अहाँक उत्तर कोना बदलत?
4. की ई आँकड़ा कोनो तरहेँ 'इडली-वड़ा' खेलसँ सम्बन्धित अछि?

   सङ्केत: 30 तक खेल खेलबा केर कल्पना करू। जँ खेल 60 धरि खेलल जाइत अछि तँ आकृति बनाउ।

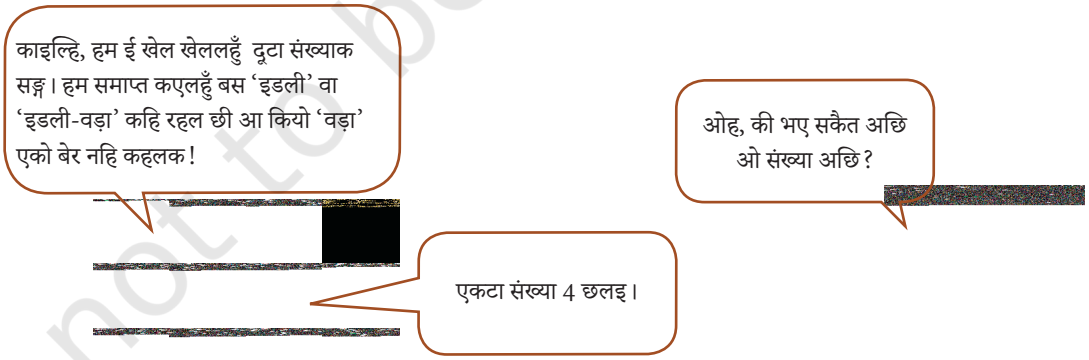


चित्र 5.1

आब हम 'इडली-वड़ा' खेल अलग-अलग संख्याक जोड़ाक सङ्ग खेलैत छी:

a. 2 आओर 5,
b. 3 आओर 7,
c. 4 आओर 6।

हम छोट संख्याक गुणजक लेल 'इडली', पैघ संख्याक गुणजक लेल 'वड़ा' आ सामान्य गुणजक लेल 'इडली-वड़ा' कहब। जँ खेल 60 धरि खेलल जाइत अछि तँ चित्र 5.1 जकाँ एकटा आकृति बनाउ।



© NCERT not to be republished

निम्नलिखितमे सँ कोन आन संख्या भऽ सकैत अछि:

2, 3, 5, 8, 10?

जैकपॉट लेल कूदनाइ

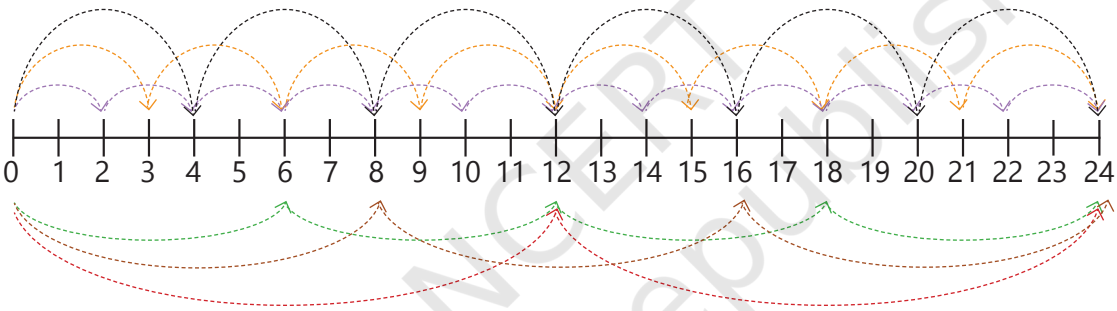
झुम्मा आ लुप्त्मा एकटा खेल खेलैत अछि।

- लुप्त्मा कोनो संख्या पर खजाना रखैत अछि। उदाहरण लेल ओ एकरा 24 पर राखि सकैत अछि।
- झुम्मा कुदबाक लेल एकटा अकार चुनैत अछि, जँ ओ 4 चुनैत अछि तखन ओकरा मात्र 4क गुणज पर कूदए पड़त, जँ 0 सँ शुरू होइत अछि।
- झुम्माकेँ खजाना भेटैत छैक तऽ यदि ओ ओही संख्या पर उतरैत अछि जतए लुप्त्मा खजाना रखने छल।

कोन कूदक आकार झुम्माकेँ 24 पर पहुँचाएत?

जँ ओ 4 चुनैत अछि तऽ झुम्मा 4 पर पहुँचत → 8 → 12 → 16 → 20 → 24 → 28 → .आ आन

सफल कूद केर आकार 2, 3, 6, 8 आ 12 अछि।



अहाँ कूद केर आकार 1 सँ 24 केर विषयमे की कहबै? हँ, ओहो सभ सेहो 24 पर पहुँचताह।

संख्या 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 सभ 24 केँ पूर्ण विभाजित करैत अछि। स्मरण करू जे एहन संख्याकेँ कहल जाइत अछि **गुणनखण्ड** वा **भाजक**।

लुप्त्मा खेलक स्तर बढ़ा दैत अछि। दूटा खजाना दूटा अलग-अलग संख्या पर राखल गेल। झुम्माकेँ कुदबाक अकार चुनबाक अछि आओर ओहि पर अडिग रहबाक अछि। झुम्माकेँ खजाना तखने भेटैत छैक जखन ओ चुनल गेल कुदबाक आकारसँ दुनू संख्यापर उतरैत अछि। पहिने जकाँ, झुम्मा 0 सँ प्रारम्भ करैत अछि।

लुप्त्मा 14 आ 36 पर खजाना रखलक अछि। आओर झुम्मा कुदबाक अकार 7 चुनैत अछि।

की झुम्मा दुनू खजाना पर पहुँचत? 0 सँ प्रारम्भ कऽ ओ 7 पर कूदैत अछि → 14 → 21 → 28 → 35 → 42

© NCERT not to be republished

... हमसभ देखलहुँ जे ओ 14 पर पहुँचल मुदा 36 पर नहि पहुँचल, तेँ ओकरा खजाना नहि भेटल। ओकरा कुदबाक कोन आकार चुनबाक चाहए छल?

14क गुणनखण्ड अछि: 1, 2, 7, 14 तेँ एहि कुदबाक अकारमे ओ 14 पर पहुँचत।

36 केर गुणनखण्ड अछि: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 आ 36। एहि कुदबाक अकारसँ ओ 36 पर पहुँचत।

तेँ 1 वा 2क कूद केर अकार सँ ओ 14 आ 36 दुनू पर अवश्य पहुँचत। ध्यान दियौ जे 1 आ 2, संख्या14 आ 36क सार्व गुणनखण्ड अछि।

कुदबाक ओ अकार जकरासँ दुनू खजाना तक पहुँचल जा सकैत अछि सार्व गुणनखण्ड अछि, जाहि पर खजाना राखल गेल अछि।

- कुदबाक कोन अकार 15 आ 30 दुनू धरि पहुँचि सकैत अछि? कतेक कुदबाक अकार सम्भव अछि। ओहि सभकेँ तकबाक प्रयास करू।

- निच्चाँ देल टेबुलकेँ देखू। अहाँ की देखि पाबि रहल छी?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

सारणीमे,

1. की छायाङ्कित कएल संख्यामे किछु समानता अछि?
2. की वृत्ताकार संख्यामे किछु समानता अछि?
3. कोन संख्या छायाङ्कित आ वृत्ताकार दुनू अछि? एहि संख्यासभकेँ की कहल जाइत अछि?

गणित चर्चा

आउ, ज्ञात करी

1. 310 आ 410 केर बीच आबएबला 40 केर सबटा गुणज ताकू।

© NCERT not to be republished

2. हम के छी?

   a. हम 40 सँ कम एकटा संख्या छी। हमर एकटा गुणनखण्ड 7 अछि। हमर अङ्कक योग 8 अछि।

   b. हम 100 सँ कम एकटा संख्या छी। हमर दूटा गुणनखण्ड 3 आ 5 अछि। हमर एकटा अङ्क दोस सँ 1 बेसी अछि।

3. एकटा संख्या जकरा लेल एकर सभटा गुणन केर योग संख्याक दुगुणाक बराबर अछि ओकरा सम्पूर्ण संख्या कहल जाइत अछि। संख्या 28 एकटा पूर्ण संख्या अछि। एकर गुणनखण्ड 1, 2, 4, 7, 14 आ 28 अछि। ओकर योग 56 अछि जे 28 केर दुन्ना अछि। 1 आ 10 केर बीच एकटा पूर्ण संख्या ज्ञात करू।

4. एकर सामान्य गुणनखण्ड ताकू:

   a. 20 आओर 28 b. 35 आओर 50

   c. 4, 8 आओर 12 d. 5, 15 आओर 25

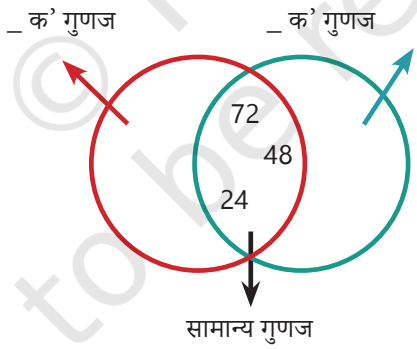
5. कोनो तीन संख्या ताकू जे 25 केर गुणज तऽ अछि मुदा 50 केर गुणज नहि अछि।

6. अंशु आ हुनकर मित्र दूटा संख्याक सङ्ग 'इडली-वड़ा' खेल खेलैत छथि, जे दुनू 10सँ छोट अछि। पहिल बेर कियो 'इडली-वड़ा' 50 संख्याक बाद कहैत अछि। दुनू संख्या की भऽ सकैत अछि जकरा 'इडली' आ 'वड़ा' देल गेल अछि?

7. खजाना केर खोज खेलमे लुप्तमा 28 आ 70 पर खजाना रखने अछि। दुनू संख्या पर पहुँचबाक लेल कूदबाक अकार की रहत?

8. निच्चाँ देल गेल आरेखनमे गुणा उभयनिष्ठ गुणजकेँ छोड़ि सभ संख्याकेँ मिटा देने अछि। पता करू जे ओ संख्या की भऽ सकैत अछि? आ ओहि लुप्त संख्यासभकेँ रिक्त स्थानमे भरू।

गणित चर्चा



9. सबसँ छोट संख्या ज्ञात करू जे 7 केँ छोड़िकए 1 सँ 10 धरि सभटा संख्याक गुणज अछि।

10. सबसँ छोट संख्या ज्ञात करू जे 1 सँ 10 धरि सभटा संख्याक गुणज अछि।

प्रयास करू

© NCERT not to be republished

5.2 अभाज्य संख्या

गुणो आ अंशु अपन खेत मे उपजैबला अञ्जीर पैक कऽ क बेचए चाहैत छथि। गुणो सभ बक्सामे 12टा अञ्जीर राखए चाहैत छथि आ अंशु सभ डिब्बामे 7टा अञ्जीर राखय चाहैत अछि।

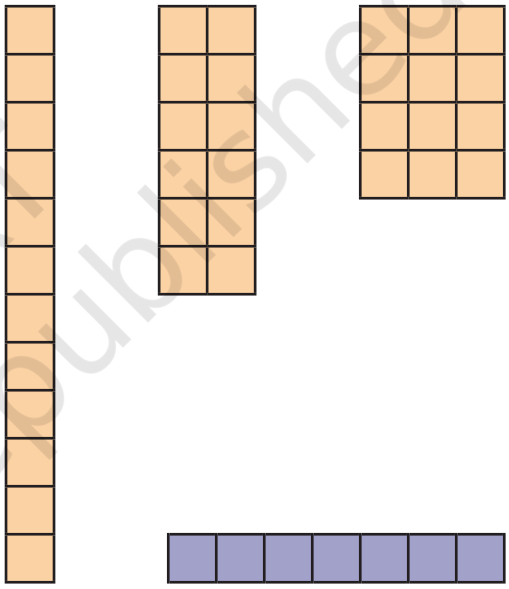
कतेक व्यवस्था सम्भव अछि?

विचारू आ एहन विभिन्न व्यवस्था ज्ञात करू, जाहिमे —

1. गुणा 12 अञ्जीरकेँ आयताकार हिसाबे व्यवस्थित कऽ सकैत छथि।
2. अंशु आयताकार हिसाबे 7 अञ्जीरक व्यवस्था कए सकैत छथि।

गुणो एहि सम्भावनासभकेँ सूचीबद्ध कएने छथि।

सभ व्यवस्थामे पंक्ति आ स्तम्भक संख्या केर अवलोकन करू। ओ सभ 12 सँ कोना सम्बन्धित अछि?



दोसर व्यवस्थामे, उदाहरणक लेल, 12 गोट अञ्जीरकेँ 6 अथवा 12 केर दूटा स्तम्भमे व्यवस्थित कएल गेल अछि। $= 2 \times 6$.

अंशु मात्र एकटा व्यवस्था कऽ सकताह: 7×1 अथवा 1×7, आन कोनो आयताकार व्यवस्था सम्भव नहि अछि।

गुणा केर सभ व्यवस्थामे, पंक्तिसभक संख्याकेँ स्तम्भक संख्यासँ गुणा कएलासँ संख्या 12 भेटैत अछि। तेँ पंक्ति अथवा स्तम्भक संख्या 12 केर गुणनखण्ड अछि।

हम देखलहुँ जे संख्या 12 केँ आयतमे एक सँ बेसी तरीकासँ व्यवस्थित कएल जा सकैत अछि किएक तँ 12 मे दूसँ बेसी गुणनखण्ड होइत अछि। संख्या 7 केँ मात्र एक तरीकासँ व्यवस्थित कएल जा सकैत अछि, किएक तँ एकर मात्र दूटा गुणनखण्ड अछि - 1 आ 7।

संख्या जकरामे मात्र दुइ गुणनखण्ड अछि ओकरा कहल जाइत अछि **अभाज्य संख्या (Prime numbers)**। एतय पहिल किछु अभाज्य अछि — 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19। ध्यान दियौ जे अभाज्य संख्याक गुणनखण्ड 1 आ संख्या स्वयम् अछि।

ओहि संख्याक की जकर दूटासँ बेसी गुणनज अछि? ओकरा कहल जाइत अछि **भाज्य सँख्या (composite number)**। पहिल किछु भाज्य संख्या अछि — 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20।

© NCERT not to be republished

1 केर सम्बन्धमे की, जकर मात्र एकटा गुणनखण्ड अछि? संख्या 1 नहि तऽ अभाज्य संख्या अछि आ नहि भाज्य संख्या।

21 सँ 30 तक कतेक अभाज्य संख्या अछि? 21 सँ 30 धरि कतेक भाज्य संख्या अछि?

की हम 1 सँ 100 तक सबटा अभाज्य संख्याकेँ सूचीबद्ध कए सकैत छी?

अभाज्य संख्या तकबाक एकटा रोचक तरीका एतय अछि। बस निच्चाँ देल गेल चरण केर पालन करू आ देखू जे की होइत अछि।

चरण 1: 1 केँ काटि दियौ किएकी ई न तऽ नहि अभाज्य संख्या अछि आ नहि भाज्य।

चरण 2: 2 केँ घेर करू, आ फेर ओकर बाद 2 केर सभटा गुणजकेँ काटि दियौ अर्थात, 4, 6, 8, आदि।

चरण 3: अहाँ देखब जे अगिला बिनु काटल संख्या 3 अछि। 3 केँ घेरू आ फेर ओकर बाद 3 केर सभटा गुणजकेँ काटि दियौ अर्थात 6, 9, 12, आदि।

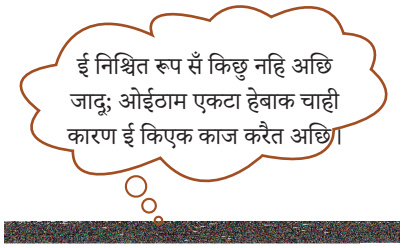
चरण 4: अगिला बिनु काटल संख्या 5 अछि। 5 केँ घेरू आ फेर ओकर बाद 5 केर सभटा गुणजकेँ काटि दियौ अर्थात 10, 15, 20, आदि।

चरण 5: एहि प्रक्रियाकेँ ताबत धरि करैत रहू जाबत धरि सूचीक सभटा सँख्या वा तँ वृत्ताकार नहि भऽ जाय अथवा सभटा कटा नहि जाए।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

सभटा वृत्ताकार संख्या अभाज्य संख्या अछि। 1केर अतिरिक्त सभटा काटल संख्या भाज्य संख्या अछि। एहि विधिकेँ **इराटोस्थनीस केर चालनि (Sieve of Eratosthenes)** कहल जाइत अछि।

ई प्रक्रिया 100 सँ बेसी संख्याक लेल सेहो कएल जा सकैत अछि। इराटोस्थनीस लगभग 2200 वर्ष पहिने एकटा यूनानी गणितज्ञ रहथि, अभाज्य संख्याकेँ सूचीबद्ध करबाक एहि विधिकेँ विकसित कएलनि।



© NCERT not to be republished

गुणो आ अंशु सोचए लगलथि कि कोना ई सरल विधि अभाज्य संख्या पाबि सकैत अछि! सोचू जे ई विधि कोना काज करैत अछि। ऊपर देल गेल चरणकेँ फेरसँ पढ़ू आ देखू जे सभ चरण पूरा भेलाक बाद की सभ होइत अछि।

आउ, ज्ञात करी

1. हमसभ देखैत छी जे 2 एकटा अभाज्य संख्या अछि आ सम संख्या सेहो अछि। की कोनो आउर सम अभाज्य अछि?
2. 100 तक अभाज्यक सूची देखू। दूटा क्रमिक अभाज्यक बीच सबसँ छोट अन्तर की अछि? सबसँ पैघ अन्तर की अछि?
3. की पछिला पृष्ठ पर सारणीमे सभ पंक्तिमे समान संख्यामे अभाज्य घटित होइत अछि? कोन दहाइमे अभाज्य संख्या सबसँ कम अछि आ कोन दहाइमे अभाज्यक संख्या सबसँ बेसी अछि?

जुग-जुगसँ अभाज्य संख्या

अभाज्य संख्या सभटा पूर्ण संख्याक निर्माण खण्ड अछि। यूनानी सभ्यताक समयसँ (2000 साल सँ बेसी पहिने) सँ आइ धरि गणितज्ञ एखनो अपन रहस्य उजागर करबाक लेल सङ्घर्ष कऽ रहल छथि!

सोचबाक लेल भोजन: की कोनो सबसँ पैघ अभाज्य संख्या होइ अछि? वा अभाज्य संख्याक सूची बिना कोनो अन्त केर चलैत रहत? यूक्लिड (Euclid) नामक एकटा गणितज्ञकेँ एकर उत्तर भेटल आ बादक कक्षामे सेहो अहाँकेँ भेटत!

मजगर तथ्य: सबसँ पैघ अभाज्य संख्या जे कियो 'लिखने' छथि ओ एतेक पैघ अछि जे ओकरा लिखबामे लगभग 6500 पृष्ठ लागत! तेँ ओ एकरा मात्र कम्प्यूटर पर लिखि सकैत छलाह!

4. निम्नलिखितमे सँ कोन संख्या अभाज्य अछि: 23, 51, 37, 26?
5. अभाज्य संख्याक तीन जोड़ा लिखू जे 20 सँ कम हो आ जकर योग 5 केर गुणज हो।
6. 13 आ 31 संख्या अभाज्य संख्या अछि। एहि दुनू संख्याक अङ्क 1 आ 3 समान अछि। 100 तक अभाज्य संख्याक एहन जोड़ा ताकू।
7. 1 आ 100 केर बीच 7 क्रमागत भाज्य संख्या ताकू।
8. अभाज्यक संख्याक युग्म जकर अन्तर 2 हो जुड़बा अभाज्य युग्म (Twin Primes) कहाइछ। उदाहरणक लेल 3 आ 5 जुड़बा अभाज्य युग्म अछि। अहिना 17 आ 19 सेहो अछि। 1 आ 100 केर बीच आन जुड़बा अभाज्य युग्म ताकू।

© NCERT not to be republished

9. सभ कथन केर सत्य अथवा असत्य केर रूपमे पहिचान करू आ स्पष्ट करू -
   a. एहन कोनो अभाज्य संख्या नहि अछि जकर इकाइ अङ्क 4 अछि।
   b. अभाज्य संख्याक गुणनफल सेहो अभाज्य भऽ सकैत अछि।
   c. अभाज्य संख्यासभमे कोनो गुणनखण्ड नहि होइत अछि।
   d. सभटा सम संख्या भाज्य संख्या होइ अछि।
   e. संख्या 2 अभाज्य अछि आ तेँ अगिला संख्या 3 अछि। सभ आन अभाज्यक संख्याक लेल अगिला संख्या भाज्य होइ अछि।
10. निम्नलिखितमे सँ कोन संख्या ठीक तीन भिन्न अभाज्य संख्याक गुणनफल केर रूपमे व्यक्त कऽ सकैत अछि?
    45, 60, 91, 105, 330
11. अङ्क 2, 4 आ 5 केर एक बेर प्रयोग कऽ क अहाँ कतेक तीन अङ्कक अभाज्य संख्या बना सकैत छी?
12. देखू 3 एकटा अभाज्य संख्या अछि, आओर $2 \times 3 + 1 = 7$ सेहो एकटा अभाज्य अछि। की कोनो आन अभाज्य अछि जकरा दू गुणा कऽ क 1 केँ जोड़लासँ दोसर अभाज्य भेटैत अछि? कम सँ कम पाँचटा एहन उदाहरण ताकू।

5.3 खजानाकेँ सुरक्षित रखबोक लेल सह-अभाज्य संख्या (Co-prime numbers)

कोन जोड़ा सुरक्षित अछि?

आउ हमसभ खजानाक खोज करएबला खेलकेँ पुनह देखैत छी। एहि बेर दूटा संख्या पर खजाना राखल गेल अछि। झुम्माकेँ खजाना तखने भेटत छैक जखन ओ दुनू सँख्या धरि समान संख्या कूदसँ पहुँचबामे सक्षम हएत। एकटा नव नियम सेहो अछि - 1 केर कूद आकारमे लेबाक अनुमति नहि अछि।

लुप्त्मा खजाना कतए राखथि जाहिसँ झुम्मा दुनू खजाना धरि नहि पहुँचि सकए?

की 12 आ 26 पर खजाना रखलासँ काज भऽ जाएत? नइ! जँ कूदबाक आकार 2 चुनल जाएत अछि, तखन झुम्मा 12 आ 26 दुनू धरि पहुँचि जाएत।

4 आ 9 केर विषयमे की? झुम्मा 1 केर अतिरिक्त कोनो कूद आकार केर उपयोगसँ दुनू तक नहि पहुँचि सकैत अछि, तेँ लुप्त्मा जनैत रहथि जे 4 आ 9 जोड़ी सुरक्षित अछि।

जाँचू जे ई जोड़ी सुरक्षित अछि अथवा नहि:

a. 15 आ 39 b. 4 आओर 15

c. 18 आओर 29 d. 20 आओर 55

© NCERT not to be republished

सुरक्षित युग्ममे की विशेष अछि? ओहिमे 1 केर अतिरिक्त कोनो उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहि अछि। दू सँख्या जाहिमे 1 केर अतिरिक्त कोनो सार्वगुणनखण्ड नहि होइ अछि, **सह-अभाज्य संख्या** कहाइत अछि।

उदाहरण: चूँकि 15 आ 39 मे 3 एकटा सार्वगुणनखण्ड अछि, अतह ई सह-अभाज्य नहि अछि। मुदा 4 आ 9 सह-अभाज्य अछि।

निम्नलिखित मे सँ कोन संख्या युग्म सह-अभाज्य अछि?

a. 18 आ 35 b. 15 आ 37 c. 30 आओर 415

d. 17 आओर 69 e. 81 आओर 18

गणित चर्चा

जखन ‘ इडली-वड़ा’ खेल भिन्न संख्या जोड़ीक सङ्ग खेलल जाइत अछि तऽ अंशु किछु रोचक देखलक!

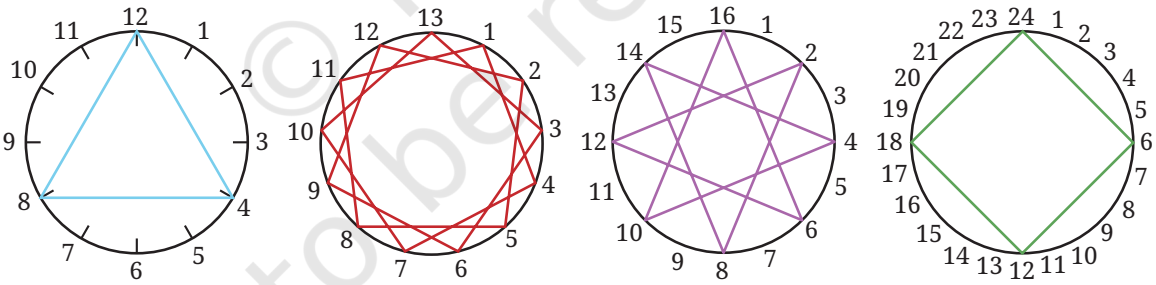
1. कखनो काल पहिल सामान्य गुणज दुनू संख्याक गुणनफल जकाँ होइत छल।
2. आन स्थितिमे प्रथम सार्वगुणज, दुनू संख्याक गुणनफलसँ कम छल।

उपरोक्तमे सँ सभ कथन केर लेल उदाहरण ताकू। एहि संख्या युग्मकेँ सह-अभाज्य होबासँ ई कोना सम्बन्धित अछि?

सह-प्रधान कला

गणित चर्चा

निम्नलिखित धागा कलाक अवलोकन करू। पहिल आरेखमे 12 खूँटा अछि आ धागाकेँ सभ चारिम खूँटीसँ बान्हल जाइत अछि (हम कहैत छी जे धागा-अन्तराल 4 अछि)। दोसर आरेखमे 13 खूँटा आ धागा-अन्तर 3 अछि। आन आरेखक सम्बन्धमे की? एहि चित्रसभक अवलोकन करू, कक्षामे अपन निष्कर्ष साझा करू आ चर्चा करू।



किछु आकृतिमे ताग सभ खूँटीसँ बन्हल अछि आ किछुमे नहि बान्हल अछि। किछु मे, ई नहि अछि। की ई दूटा संख्या (खूँटीक संख्या आ तागक-अन्तर) केर सह-अभाज्य होएबासँ सम्बन्धित अछि?

© NCERT not to be republished

निम्नलिखित केर लेल एहने चित्र बनाबू:

a. 15 खूँटी, तागक अन्तर 10 b. 10 खूँटी, तागक अन्तर 7

c. 14 खूँटी, तागक अन्तर 6 d. 8 खूँटी, तागक अन्तर 8

5.4 अभाज्य गुणनखण्ड

दू सँख्याक सह-अभाज्यताक जाँच करब

शिक्षक: की 56 आ 63 सह-अभाज्य अछि?

अंशु आओर गुणो: जँ ओकर सार्वगुणनखण्ड संख्या 1 सँ अलग छैक तखन ओ सह-अभाज्य नहि हएत। आउ, एकर जाँच करी।

अंशु: हम लिखि सकैत छी $56 = 14 \times 4$ आओर $63 = 21 \times 3$ तऽ एहि तरहे 14 आ 4 संख्या 56 केर गुणनखण्ड अछि। अहिना 21 आ 3 संख्या 63 केर गुणनखण्ड अछि। अतह कोनो उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहि अछि, आ ई संख्यासभ सह-अभाज्य अछि।

गुणो: रुकू, हम $56 = 7 \times 8$ आओर $63 = 9 \times 7$ सेहो लिखि सकैत छी। हम देखि सकैत छी जे 7 दुनू संख्याक गुणनखण्ड अछि। अतह दुनू संख्या सह-अभाज्य नहि अछि।

स्पष्ट रूपसँ गुणो सही छथि, किएक तँ 7 एकटा सार्वगुणनखण्ड अछि।

मुदा अंशुसँ कतए गलती भेल?

$56 = 14 \times 4$ हमरासभकेँ बतबैत अछि जे 14 आ 4 दुनू 56केर गुणनखण्ड अछि, मुदा एहिसँ 56केर सभटा गुणनखण्ड केर पता नहि चलैत अछि। की 63 केर गुणनखण्ड केर लेल सेहो एहने अछि?

एकटा आओर उदाहरण आज़माउ: 80 आओर 63 केर। दुनू संख्या केर गुणनखण्ड निकालबाक बहुत तरीका अछि।

$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$

$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$

हमसभ '???' लिखलहुँ किएकी एहि संख्यासभकेँ गुणनखण्डित करबाक आओरो तरीका भऽ सकैत अछि। मुदा जँ हम देल गेल कोनो गुणनखण्डकेँ लैत छी, उदाहरणक लेल, $80 = 16 \times 5$ आओर $63 = 9 \times 7$, तखन कोनो सार्वगुणनखण्ड नहि अछि। की हम एतए ई निष्कर्ष निकालि सकैत छी जे 80 आ 63 सह-अभाज्य अछि? जेना कि उपरोक्त अंशु केर गलती सँ पता चलैत छैक, हम ई निष्कर्ष नहि निकालि सकैत छी किएकी संख्या के गुणनखण्डित करबाक अन्य तरीका भऽ सकैत छै ।

एकर अर्थ ई अछि जे दू संख्या सह-अभाज्य अछि वा नहि, एकर जाञ्च करबाक लेल हमरासभकेँ आओर बेसी व्यवस्थित दृष्टिकोण केर आवश्यकता अछि।

© NCERT not to be republished

अभाज्य गुणनखण्डन

एकटा संख्या 56 कैँ उदाहरण केर रूपमे लैत छी जे कि भाज्य संख्या अछि, जेना कि हम देखलहुँ जे $56 = 4 \times 14$ लिखल जा सकैत अछि। अतह 4 आ 14 दुनू 56 केर गुणनखण्ड अछि। आब एहि मे सँ एकटा लैत छी जेना कि 14 ओ भाज्य संख्या छी आ हमसभ एकरा 14 = 2 x 7 लिख सकैत छी। अतह $56 = 4 \times 2 \times 7$ एतए 4 एकटा भाज्य संख्या अछि आओर $4 = 2 \times 2$ अछि। अत: $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ अछि। गुणनखण्ड 2 आ 7 जकर एतए उल्लेख अछि, अभाज्य संख्या अछि। अतह हम ओकरा आओर विभाजित नहि कए सकैत छी।

निष्कर्षमे, हम 56 कैँ अभाज्य संख्याक गुणनफलक रूपमे लिखने छी। ई 56 केर **अभाज्य गुणनखण्डन (Prime factorization)** कहाइत अछि। एकक गुणनखण्ड सभकैँ अभाज्य गुणनखण्ड कहाइत अछि। उदाहरणक लेल, 56 केर अभाज्य गुणनखण्ड संख्या 2 आ 7 अछि।

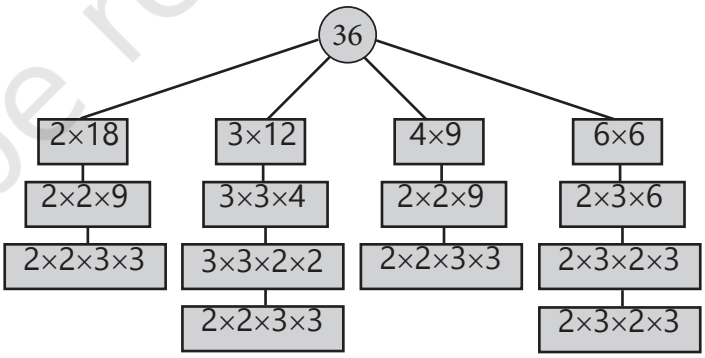
1 सँ पैघ सभ संख्याक एकटा अभाज्य गुणनखण्ड होइत छैक। एतए अवधारणा अछि : भाज्य संख्याकैँ गुणनखण्डसभक रूपमे ताबत धरि लिखैत रहू जाबत धरि मात्र अभाज्य नहि बचल रहि जाइ।

संख्या 1 केर कोनो अभाज्य गुणनखण्ड नहि अछि। ई कोनो अभाज्य संख्यासँ विभाज्य नहि अछि।

7 जेहन अभाज्य संख्याक अभाज्य गुणनखण्डन की हएत? ई मात्र 7 अछि (हम एकरा आओर बेसी विभाजित नहि कऽ सकैत छी)।

आउ किछु आओर उदाहरण देखी-

विभिन्न प्रकारसँ संख्याकैँ विभाजित करैत हमसभ 63 कैँ $3 \times 3 \times 7$ आओर जेना $3 \times 7 \times 3$ लिखलहुँ। की ओ भिन्न अछि? सचमे नहि! दुनू मामिलामे समान अभाज्य संख्या 3 आ 7 होइत अछि। आगू, दुनूमे 3 दू बेर आ 7 एक बेर देखाइत अछि।



एतय अहाँ 36 केर अभाज्य गुणनखण्डन प्राप्त करबाक चारिटा भिन्न व्यवस्था देखैत छी। देखू जे चारू मामिलामे, हमरा दू बेरि 2 आ दू बेरि 3 प्राप्त होइत अछि।

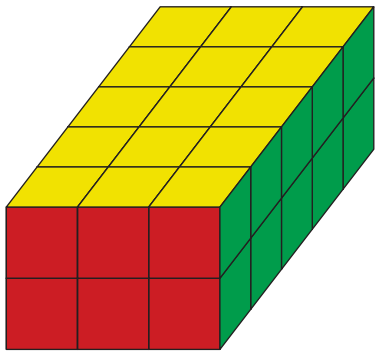
ओकरा पुनह गुणा करू आ देखू जे अहाँकैँ चारू मामिलामे 36 प्राप्त होइ अछि।

कोनो अभाज्य गुणनखण्डन कैँ क्रमकैँ छोड़ि देल जाय, तऽ कोनो संख्याक

© NCERT not to be republished

लेल मात्र एकटा अभाज्य गुणनखण्डन होइ अछि। जेना कि हमसभ निच्चाँ बतबैत छी कि क्रम महत्वपूर्ण नहि अछि। मुदा, जेना कि हम एहि उदाहरणसभमे देखलहुँ जे परिणाम तक पहुँचबाक कतेको तरीका अछि!

की कोन क्रम महत्वपूर्ण अछि?



एहि आरेखक मदतिसँ की अहाँ बुझा सकैत छी जे $30 = 2 \times 3 \times 5$ किए होइत अछि, चाहे अहाँ 2, 3, आ 5 कैं कहुना कोनो प्रकारसँ गुणा करी?

संख्याकैं जखन गुणा करैत छी तऽ हमसभ कोनो क्रममे एना कऽ सकैत छी। अन्तिम परिणाम एकहि समान रहत। एहि लेल जखन दूटा 2 आ दूटा 3 कैं कोनो क्रममे गुणा कएल जाइत अछि तखन हमरासभकैं 36 प्राप्त होइ अछि। आगाक कक्षामे, हमसभ एकर **गुणन केर क्रमविनिमेयता आओर साहचर्यता** केर नामसँ अध्ययन करब।

अतह क्रम महत्वपूर्ण नहि अछि। सामान्यतः अभाज्य संख्याकैं हमसभ बढ़ैत क्रममे लिखैत छी। उदाहरणक लेल, $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ अथवा $30 = 2 \times 3 \times 5$ ।

दू संख्याक गुणनफल केर अभाज्य गुणनखण्डन

जखन हम कोनो संख्याक अभाज्य गुणनखण्डन ज्ञात करैत छी तखन हमसभ सबसँ पहिने एकरा दूटा गुणनखण्डक गुणन केर रूपमे लिखैत छी। उदाहरणक लेल, $72 = 12 \times 6$, तखन हमसभ प्राप्त दुनू गुणनखण्ड बला सभ संख्याक अभाज्य गुणनखण्डन ज्ञात करैत अछि। उपरोक्त उदाहरणमे, $12 = 2 \times 2 \times 3$ आओर $6 = 2 \times 3$ अछि। की आब अहाँ 72 केर अभाज्य गुणनखण्डन बता सकैत छी?

मूल संख्याक अभाज्य गुणनखण्डन प्राप्त करबाक लेल दुनू कैं गुण्नखण्डकैं एक सङ्ग लिखए पड़त।

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

© NCERT not to be republished

हमसभ एकरा अहू रूपमे सेहो लिखि सकैत छी 2× 2 × 2 × 3 × 3। गुणा करू आ जाँच करू जे हमसभ फेरसँ 72 जे प्राप्त करैत छी।

अवलोकन करू जे 72 केर गुणनखण्डनमे सभ अभाज्य गुणनखण्ड कतेक बेर होइत अछि।

एकर तुलना एहि बातसँ करू जे 12 आ 6क गुणनखण्डमे कैँ एक सङ्ग लिखैत छी तऽ ई संख्या कतेक बेर अबइत अछि।

आउ, ज्ञात करी

1. निम्नलिखित संख्या सभक अभाज्य गुणनखण्डन ज्ञात करू -
   64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000।
2. कोनो संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनमे एक बेरि 2, दू बेरि 3, आ एक बेरि 11 हो तऽ ओ संख्या की हएत?
3. 30 सँ छोट एहन तीनटा अभाज्य संख्या बताउ जकर गुणनफल 1955 अछि।
4. पहिने गुणा कएने बिनु निम्न संख्यासभक अभाज्य गुणनखण्डन ज्ञात करू -
   a. 56 × 25 b. 108 × 75 c. 1000 × 81
5. छोट सँ छोट ओ संख्या की हएत जकर अभाज्य गुणनखण्डनमे अछि:
   a. तीन भिन्न अभाज्य संख्या
   b. चारि भिन्न अभाज्य संख्या

अभाज्य गुणनखण्डन, संख्यासभक अध्ययन केर लेल एकटा मौलिक आवश्यकता अछि। आउ दूटा उपयोगी विधिसभ पर चर्चा करी।

अभाज्य गुणनखण्डनक प्रयोग कएक एक संख्या केर दोसर संख्यासँ विभाजन केर जाँच करब

आउ फेर सँ संख्या 56 आ 63 लेब। हम कोना जाँच कए सकैत छी जे ओ सह-प्रधान अछि? हम दुनू संख्याक अभाज्य गुणनखण्डक प्रयोग कए सकैत छी —

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ आओर } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

आब हम देखैत छी जे 7 56 के सङ्ग-सङ्ग 63 के अभाज्य गुणनखण्ड अछि। अतः 56 आ 63 सह-अभाज्य नहि अछि।

80 आ 63 के बारे मे की? ओकर मुख्य गुणनखण्ड निम्नानुसार अछि:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ आओर } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

कोनो सामान्य मुख्य गुणनखण्ड नहि अछि। की हम ई निष्कर्ष निकालि सकैत छी जे ओ सह-प्रधान अछि? मानि लिअ जे ओकर एकटा सामान्य गुणनखण्ड अछि जे मिश्रित अछि। की एहि मिश्रित सामान्य गुणनखण्डक प्रमुख गुणनखण्ड 80 आ 63 के प्रमुख गुणनखण्डीकरणमे प्रकट होयत?

© NCERT not to be republished

अतः हम कहि सकैत छी जे जँ कोनो सामान्य अभाज्य गुणनखण्ड नहि अछि तखन दुनू संख्या सह-अभाज्य अछि। आउ किछु उदाहरण देखू।

उदाहरण: 40 आ 231 लिअ। ओकर मुख्य गुणनखण्ड निम्नानुसार अछि:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ आओर } 231 = 3 \times 7 \times 11$$

हम देखैत छी जे कोनो सार्व अभाज्य गुणनखण्ड नहि अछि जे 40 आ 231 दुनूकेँ विभाजित करैत हो। वास्तवमे, 40क अभाज्य गुणनखण्ड 2 आ 5 अछि जखन कि 231क अभाज्य गुणनखण्ड 3, 7, आ 11 अछि। अतः 40 आओर 231 सह-अभाज्य संख्या अछि!

उदाहरण: 242 आ 195 लिअ। ओकर मुख्य गुणनखण्ड निम्नानुसार अछि:

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ आओर } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242क अभाज्य गुणनखण्ड 2 आ 11 अछि। 195क मुख्य गुणनखण्ड 3, 5, आ 13 अछि। कोनो सामान्य मुख्य गुणनखण्ड नहि अछि। अतः 242 आ 195 सह-अभाज्य अछि।

अभाज्य गुणनखण्डक प्रयोग ई जाँचबाक लेल जे एकटा संख्या दोसर सँख्यासँ विभाज्य अछि अथवा नहि

हम कहि सकैत छी जे जँ एकटा संख्याकेँ दोसर संख्यासँ विभाज्य कएल जाएत अछि तँ दोसर संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनकेँ पहिल संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनमे सम्मिलित कएल जाइत अछि।

हम कहैत छी जे 48 संख्या 12 सँ विभाज्य अछि किएक तँ जखन हम 48 केँ 12 सँ विभाजित करैत छी तखन शेष शून्य होइत अछि। हम कोना जाँचि सकैत छी जे दीर्घ विभाजन केने बिना एकटा संख्या दोसर संख्यासँ विभाज्य अछि कि नहि?

उदाहरण: की 168 12 सँ विभाज्य अछि? दुनूक अभाज्य गुणनखण्डन ताकू:

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \text{ आओर } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

चूँकि हम कोनो क्रममे गुणा कए सकैत छी, आब ई स्पष्ट अछि कि,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

अतः 168 संख्या 12 सँ विभाज्य अछि।

उदाहरण: की 75 संख्या 21 सँ विभाजित होइत अछि? दुनूक अभाज्य गुणनखण्डन ज्ञात करू:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ आओर } 21 = 3 \times 7$$

© NCERT not to be republished

जेना कि हमरासभ उपरोक्त चर्चामे देखलहुँ जे जँ 75 संख्या 21 कैँ गुणज छल, तखन 21क सभ प्रमुख गुणनखण्ड सेहो 75 के प्रमुख गुणनखण्ड हएत। मुदा, 7 संख्या 21 केर अभाज्य गुणनखण्ड अछि आ 75 केर अभाज्य गुणनखण्ड नहि अछि। अतः 75 संख्या 21 सँ विभाज्य नहि अछि।

उदाहरण: की 42 संख्या 12 सँ विभाजित अछि? दुनूक मुख्य गुणनखण्डन ज्ञात करू:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ आओर } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12क सभटा प्रमुख , संख्या 42 केर गुणनखण्डसभमे अबैत अछि। मुदा 12क अभाज्य गुणनखण्डन, 42 केर अभाज्य गुणनखण्डीकरणमे शामिल नहि कएल गेल अछि। एकर कारण ई छैक कि 2 संख्या 12 केर अभाज्य गुणनखण्डमे दू बेरि अबैइत अछि मुदा 42 केर अभाज्य गुणनखण्डीकरणमे मात्र एक बेरि अबैइत छैक। एकर अर्थ ई भेल जे 42 संख्या 12 सँ विभाजित नहि होइत अछि।

अतह हमसभ कहि सकैत छी जे जँ एकटा संख्या दोसर संख्यासँ विभाजित होइत अछि तखन दोसर संख्याक अभाज्य गुणनखण्डन पहिल संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनमे सम्मिलित होइत अछि।

आउ, ज्ञात करी

1. की निम्नलिखित संख्याक युग्म सह-अभाज्य संख्या अछि? पहिने अनुमान लगाउ आ फेर अपन उत्तरकैँ सत्यापित करबाक लेल अभाज्य गुणनखण्डन केर उपयोग करू।
   a. 30 आओर 45 b. 57 आओर 85
   c. 121 आओर 1331 d. 343 आओर 216
2. की पहिल सँख्या दोसर सँख्यासँ विभाजित अछि? अभाज्य गुणनखण्डनक प्रयोग करू।
   a. 225 आओर 27 b. 96 आओर 24
   c. 343 आओर 17 d. 999 आओर 99
3. पहिल संख्याक अभाज्य गुणनखण्ड $2 \times 3 \times 7$ अछि आ दोसर संख्याक अभाज्य गुणनखण्ड $3 \times 7 \times 11$ अछि। की ओ दुनू सह-अभाज्य संख्या अछि? की अहिमे सँ एकटा संख्या दोसर संख्याकैँ विभाजित करैत अछि?
4. गुणो कहैत छथि, "कोनो दूटा अभाज्य संख्या सह-अभाज्य होइत अछि?"। की ओ सही छथि?

5.5 संख्याक विभाज्यता केर जाँच

एखन धरि, हम विभिन्न सन्दर्भमे संख्याक गुणनखण्ड कएलहुँ छी, जाहिमे ई जनतब करब सम्मिलित अछि जे कोनो संख्या अभाज्य संख्या अछि वा नहि, वा संख्याक देल गेल युग्म सह-अभाज्य अछि वा नहि।

© NCERT not to be republished

छोट संख्याक गुणनखण्ड ताकब सरल अछि। हमसभ पैघ संख्याक गुणनखण्ड कोना ज्ञात कऽ सकैत छी?

आउ हमसभ 8560 लैत छी। की एकर 2 सँ 10 (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10) तक कोनो गुणनखण्ड अछि?

ई जाञ्च करब बिना कोनो दीर्घ विभाजन केने सहज अछि जे एहिमेसँ किछु संख्या गुणनखण्ड अछि वा नहि। की अहाँ ओकरा ज्ञात कऽ सकैत छी?

10 सँ विभाज्यता

चलू 10 कैँ उदाहरण रूपमे लैत छी। की 8560 संख्या10 सँ विभाजित होइ अछि? एकर दोसर तरीका अछि जे की संख्या 10 संख्या 8560 केर एकटा गुणनखण्ड अछि?

एकरा लेल, हम 10 केर गुणजमे पैटर्नकैँ देखि सकैत छी।

10 केर पहिल किछु गुणज अछि: 10, 20, 30, 40, ... एहि क्रमकैँ निरन्तर राखि आओर प्रतिलिपि केर अवलोकन करू।

की 125 संख्या10 केर गुणज अछि? की ई संख्या पछिला अनुक्रममे देखाएत अछि? किएक वा किएक नहि?

की आब अहाँ उत्तर दऽ सकैत छी जे 8560 संख्या 10 सँ विभाजित अछि?

एहि कथन पर विचार करू:

जे संख्या 10 सँ विभाजित होइ अछि ओ संख्या '0' सँ समाप्त होइत अछि। की अहाँ सहमत छी?

गणित चर्चा

5 सँ विभाज्यता

संख्या 5 एकटा आओर संख्या अछि जकर विभाज्यता सहजतासँ जाँचल जा सकैत अछि। हम ई कोना करब?

5 केर गुणजसभकैँ जेना 5, 10, 15, 20, 25, ... सूचीबद्ध कऽ एकर अन्वेषण करू। अहाँ एहि संख्याक सम्बन्धमे की देखैत छी? की अहाँ अन्तिम अङ्कमे कोनो प्रतिलिपि (पैटर्न) देखैत छी?

399 सँ कम सबसँ पैघ संख्या कोन अछि जे 5 सँ विभाजित होइ अछि? की 8560 संख्या 5 सँ विभाजित अछि?

एहि कथन पर विचार करू:

जे संख्या 5 सँ विभाज्य होइत अछि ओ सभ अछि जे '0' अथवा '5' सँ समाप्त होइत अछि। की अहाँ सहमत छी?

गणित चर्चा

2 सँ विभाज्यता

2 केर किछु प्रारम्भिक गुणज अछि 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

अहाँ की देखैत छी? की अहाँ अन्तिम अङ्कमे कोनो प्रतिलिपि देखैत छी?

© NCERT not to be republished

की 682 संख्या 2 सँ विभाजित अछि? की हमसभ एकर उत्तर बिना दीर्घ विभाजन केने दऽ सकैत छी?

की 8560 संख्या 2 सँ विभाजित होइ अछि? किएक वा किएक नहि?

एहि कथन पर विचार करू:

जे संख्या 2 सँ विभाजित होइ अछि ओ अछि जे '0', '2', '4, '6' अथवा '8' सँ समाप्त होइ अछि। की अहाँ सहमत छी?

गणित चर्चा

399 आओर 411 के बीच 2 के सभटा गुणज की अछि?

4 सँ विभाज्यता

कोनो संख्या 4 सँ विभाजित होइ अछि, एकर जाँच सेहो बहुत सहजतासँ कएल जा सकैत अछि!

एकर गुणज: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...कैँ देखी।

की अहाँ कोनो प्रतिरूपक अवलोकन करबामे सक्षम छी जकर उपयोग कएल जा सकैत अछि? 10, 5 आ 2 केर गुणजसभक अन्तिम अङ्कमे एकटा प्रतिरूप होइत अछि जकर उपयोग हम विभाज्यताक जाँच करबाक लेल करबामे सक्षम छी। तहिना की हम अन्तिम अङ्ककैँ देखि कऽ बता सकैत छी जे कोनो संख्या 4 सँ विभाजित हएत कि नहि?

ई प्रतिरूप एतए काज नहि करैत अछि! 12 आ 22 के देखू। ओकर अन्तिम अङ्क समान अछि, मुदा 12 संख्या 4 केर गुणज अछि जखन कि 22 नहि अछि। तहिना 14 आ 24 केर अन्तिम अङ्क समान अछि, मुदा 14 संख्या 4 केर गुणज नहि अछि जखन कि 24 अछि। तहिना 16 आ 26 अथवा 18 आ 28। एकर अर्थ ई अछि जे अन्तिम अङ्ककैँ देखलासँ हम ई नहि बता सकैत छी जे कोनो संख्या 4 केर गुणज अछि वा नहि।

की हमसभ एहि प्रकारक अङ्क देखैत प्रश्नक उत्तर दऽ सकैत छी? 1 सँ 200 केर बीच 4 केर गुणजसभक सूची बनाउ आओर एकटा पैटर्न खोजू।

330 आ 340 केर बीचक एहन संख्या ताकू जे 4 सँ विभाज्य अछि। सङ्गहि, 1730 आ 1740, आ 2030 आ 2040क बीच केर संख्या ताकू जे 4 सँ विभाज्य अछि। अहाँ की देखैत छी?

की 8536 संख्या 4 सँ विभाज्य अछि?

एहि कथन पर विचार करू:

1. कोनो देल गेल संख्या 4 सँ विभाज्य अछि अथवा नहि, ई निर्णय करैत समय मात्र अन्तिम दू अङ्क महत्वपूर्ण अछि।
2. जँ अन्तिम दू अङ्कसँ बनल संख्या 4 सँ विभाज्य अछि तखन मूल संख्या 4 सँ विभाज्य भऽ जाइत अछि।
3. जँ मूल संख्या 4 सँ विभाज्य अछि, तखन अन्तिम दू अङ्कसँ बनल संख्या 4 सँ विभाज्य भऽ जाइत अछि।

की अहाँ सहमत छी? किएक वा किएक नहि?

© NCERT not to be republished

8 सँ विभाज्यता

ई जानब बहुत रोचक अछि कि जे संख्या 8 सँ विभाज्यताक जाँच सेहो बहुत सरलतासँ कएल जा सकैत अछि। की एकरा लेल अन्तिम दू अङ्कक उपयोग कएल जाए सकैत अछि?

120 आ 140 केर बीचक संख्या ताकू जे 8 सँ विभाज्य अछि। 1120 आ 1140, आ 3120 आ 3140 केर बीचक संख्या सेहो ताकू, जे 8 सँ विभाज्य अछि। अहाँकेँ की देखाइत छी?

8560 केर अन्तिम दू अङ्क एना कऽ बदलू ताकि परिणामी संख्या 8 केर गुणज होइ।

एहि कथन पर विचार करू:

1. कोनो देल गेल संख्या 8 सँ विभाज्य अछि वा नहि, ई निश्चित करैत समय मात्र अन्तिम तीन अङ्क महत्वपूर्ण अछि।
2. जँ अन्तिम तीन अङ्कसँ बनल संख्या 8 सँ विभाज्य अछि तखन मूल संख्या 8 सँ विभाज्य भऽ जाइत अछि।
3. जँ मूल संख्याकेँ 8 सँ विभाज्य कएल जाइत अछि, तखन अन्तिम तीन अङ्कसँ बनल संख्या 8 सँ विभाज्य भऽ जाइत अछि।

गणित चर्चा

की अहाँ सहमत छी? किएक वा किएक नहि?

हमसभ देखलहुँ जे दीर्घ विभाजनक आवश्यकता सदिखन ई जाञ्च करबाक लेल नहि होइत अछि जे कोनो संख्या गुणनखण्ड अछि वा नहि। हमसभ किछु निश्चित अवलोकनसँ 10, 5, 2, 4, 8 लेल सरल विधिक उपयोग उपयोग कएने छी। की हमरासभ लग आन संख्याक लेल सेहो एहन सरल विधि अछि? हमसभ बादक कक्षासभमे 3, 6, 7, आ 9 द्वारा विभाज्यताक परीक्षण करबाक सरल तरीकासभ पर चर्चा करब!

आउ, ज्ञात करी

1. 2024 एकटा अधिवर्ष अछि (किएक तँ फरवरीमे 29 दिन होइत अछि)। अधिवर्ष ओहि सभ वर्षमे होइत अछि जे 4क गुणज होइत अछि, सिवाय ओहि वर्षकेँ जे 100 सँ समान रूपसँ विभाज्य अछि मुदा 400 सँ नहि।
   a. अहाँक जन्म केर सालसँ एखन धरि कोन-कोन साल अधिवर्ष छल?
   b. वर्ष 2024 सँ 2099 धरि, कतेक अधिवर्ष अछि?
2. सबसँ पैघ आ सबसँ छोट 4 अङ्कक संख्या ताकू जे 4 सँ विभाज्य अछि आ पैलिन्ड्रोम सेहो अछि।
3. अन्वेषण करू आ पता लगाउ जे सभ कथन सदिखन सत्य अछि, कखनो काल सत्य अछि वा कखनो सत्य नहि अछि। अहाँ अपन तर्कक समर्थन करबाक लेल उदाहरण दऽ सकैत छी।

© NCERT not to be republished

a. दूटा सम संख्याक योग 4 क गुणन दैत अछि।

b. दूटा विषम संख्याक योग 4 क गुणज दैत अछि।

4. निम्नलिखित संख्यामे सँ सभ संख्याकेँ (a) 10, (b) 5, (c) 2 सँ विभाजित कएला पर प्राप्त शेष ज्ञात करू जखन गेल अछि।

78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5. शिक्षक पुछलखिन जे की 14560 संख्या 2, 4, 5, 8 आ 10 सँ विभाजित अछि? गुणो एहिमेसँ मात्र दूटा संख्यासँ 14560 केर विभाज्यताक जाँच कएलनि आ फेर घोषणा कएलनि जे ई सभ द्वारा विभाज्य सेहो अछि। ओ दुनू संख्या की भए सकैत अछि?

6. निम्नलिखित मे सँ कोन संख्या 2, 4, 5, 8 आ 10 सँ विभाज्य अछि: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160।

7. दूटा संख्या लिखू जकर गुणनफल 10000 अछि। दुनू संख्यामे इकाइ अङ्कक रूपमे 0 नहि होएबाक चाही।

5.6 संख्याक सङ्ग मनोरञ्जन

विशेष सँख्यासभ

एहि बक्सामे चारिटा संख्या अछि। कोन संख्या अहाँकेँ विशेष लगैत अछि? अहाँकेँ एना किएक लगैत छी?

9	16
25	43

देखू जे गुणो केर सहपाठी सभ आपसिमे की साझा करैत छथि:

- कर्णावती कहैत छथि, "9 विशेष अछि किएक तँ ई एकल अङ्कक संख्या अछि जखन कि अन्य सभ संख्या 2 अङ्कक संख्या अछि"।
- गुरुप्रीत कहैत छथि, "9 विशेष अछि किएक तँ ई एकमात्र संख्या अछि जे 3क गुणज अछि"।
- मुरुगन कहैत छथि, "16 विशेष अछि किएक तँ ई एकमात्र सम संख्या अछि आ 4क एकमात्र गुणज सेहो अछि"।
- गोपिका कहैत छथि, "25 विशेष अछि किएक तँ ई 5क एकमात्र गुणज अछि"।
- याज्ञीकी कहैत छथि, "43 विशेष अछि किएक तँ ई एकमात्र अभाज्य संख्या अछि"।
- राधा कहैत छथि, "43 विशेष अछि किएक तँ ई एकमात्र संख्या अछि जे वर्ग नहि अछि"।

© NCERT not to be republished

निच्चाँ किछु बक्सा अछि जाहिमे सभ बक्सामे चारिटा संख्या अछि। सभ बक्साक लेल ई कहबाक प्रयास करू जे सभ संख्या बाकीक तुलनामे कोना विशेष अछि। अपन सहपाठीकेँ बताउ आ पता लगाउ जे अहाँक समान कारण आओर के सभ बतौलक। की कियो अलग कारण बतौलक जे भरिसक अहाँ सोचने नहि होइ?

गणित चर्चा

5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

एकटा अभाज्य बुझौअलि

बामा दिसक आकृति बुझौअलि देखबैत अछि। दहिना दिसक आकृति बुझौअलिक समाधान देखबैत अछि। सोचू जे बुझौअलि केर हल करबाक लेल नियम की भऽ सकैत अछि।

गणित चर्चा

			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

नियम

ग्रिडकेँ मात्र अभाज्य संख्यासँ भरू जाहिसँ सभ पंक्तिक गुणनफल पंक्तिक दहिना दिसक संख्या हो आ सभ स्तम्भक गुणनफल स्तम्भ केर निच्चाँक संख्या हो।

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

© NCERT not to be republished

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

सारांश

- जँ एकटा संख्या दोसर सँ विभाज्य अछि, तँ दोसर संख्याकेँ पहिल संख्याक **गुणनखण्ड** कहल जाइत अछि। उदाहरणक लेल, 4 संख्या12 केर गुणनखण्ड अछि किएकी 12 संख्या 4 सँ विभाजित अछि (12÷ 4 = 3).
- **अभाज्य संख्या** अछि जेना 2, 3, 5, 7, 11, ... जकर मात्र दूटा गुणनखण्ड अछि, अर्थात् 1 आ स्वयम् ओ संख्या।
- **भाज्य सँख्या** 4, 6, 8, 9, ...एहन संख्या अछि जाहिमे 2 सँ बेसी गुणनखण्ड होइत छैक, अर्थात, 1 केर अतिरिक्त कम सँ कम एकटा गुणनखण्ड आ स्वयं। उदाहरणक लेल, 8 केर गुणनखण्ड 4 अछि आ 9 केर गुणनखण्ड 3 अछि, तेँ 8 आ 9 दुनू भाज्य संख्या अछि।
- 1 सँ पैघ सभ संख्याकेँ अभाज्य संख्याक गुणनफलक रूपमे लिखल जा सकैत अछि। एकरा संख्याक **अभाज्य गुणनखण्डन** कहल जाइत अछि। उदाहरणक लेल, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- कोनो संख्या केर अभाज्य संख्याक रूपमे गुणनखण्डक करबाक मात्र एकहिटा तरीका अछि, जाहिमे क्रम बहुत महत्वपूर्ण नहि अछि।
- दूटा संख्या जकर सार्व गुणनखण्ड 1 केर अतिरिक्त कोनो आओर सार्व गुणनखण्ड नहि हो ओ सह-अभाज्य संख्या कहाइत अछि।
- दू गोट संख्या सह-अभाज्य अछि ई जाँचक लेल ओहि दुनू केर अभाज्य गुणनखण्डन कएल जएतैक आ जाँच कएल जएतैक जे की दुनू केर कोनो सार्व गुणनखण्ड अछि । जँ नहि तऽ ओ दुनू सह-अभाज्य संख्या अछि। ज हँ, तँ ओ सह-अभाज्य नहि अछि।
- जँ पहिल संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनकेँ दोसर संख्याक अभाज्य गुणनखण्डनमे सम्मिलित कएल जाय तँ एकटा संख्या दोसर संख्याक गुणनखण्ड अछि।

© NCERT not to be republished