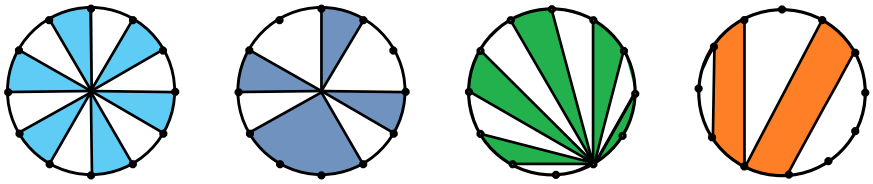
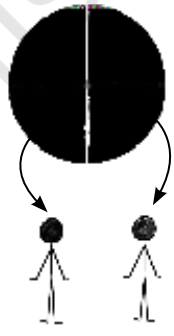
7



பின்னங்கள்

சில முழு எண்ணிக்கையிலான பொருள்கள் மக்களிடையே சமமாகப் பகிரப்படும்போது, பின்னங்கள் ஒவ்வொரு பங்கும் எவ்வளவு என்று நமக்குச் சொல்கின்றன என்பதை நினைவில் கொள்க.

ஷப்னம்: உங்களுக்கு நினைவிருக்கிறதா, ஒரு ரொட்டியை இரண்டு குழந்தைகளுக்கு சமமாகப் பிரித்தால், ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் எவ்வளவு ரொட்டி கிடைக்கும்?

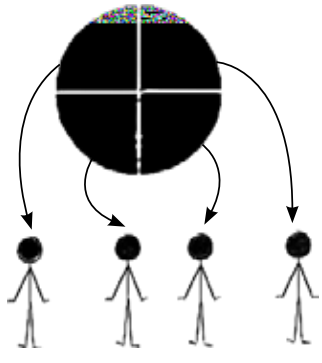


முக்தா: ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் அரை ரொட்டி கிடைக்கும்.

ஷப்னம்: 'ஒரு பாதி' என்ற பின்னம் 1 2 என எழுதப்பட்டுள்ளது. நாம் சில நேரங்களில் இதை 'ஒன்றுக்கு இரண்டு' என்றும் வாசிக்கிறோம்.

முக்தா: ஒரு ரொட்டியை 4 குழந்தைகளுக்கு சமமாகப் பகிர்ந்து கொண்டால், ஒரு குழந்தைக்கு எவ்வளவு ரொட்டி கிடைக்கும்?

ஷப்னம்: ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்கும் $\frac{1}{4}$ ரொட்டி.



முக்தா: மேலும் எது அதிகம் $\frac{1}{2}$ ரொட்டி அல்லது $\frac{1}{4}$ ரொட்டி?

ஷப்னம்: 2 குழந்தைகள் 1 ரொட்டியை சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளும்போது, ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் $\frac{1}{2}$ ரொட்டி கிடைக்கும். 4 குழந்தைகள் 1 ரொட்டியை சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளும்போது, ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் $\frac{1}{4}$ ரொட்டி கிடைக்கும். இரண்டாவது குழுவில் அதிகமான

© NCERT not to be republished

குழந்தைகள் ஒரே ரொட்டியைப் பகிர்ந்து கொள்வதால், ஒவ்வொரு குழந்தையும் ஒரு சிறிய பங்கைப் பெறுகிறார்கள். எனவே $\frac{1}{2}$ ரொட்டி என்பது $\frac{1}{4}$ ரொட்டியை விட அதிகமாகும்.

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

7.1 பின்ன அலகுகள் மற்றும் சம பங்குகள்

பெனி: எந்த பின்னம் பெரியது - $\frac{1}{5}$ அல்லது $\frac{1}{9}$?

அரவின்: 9 என்பது 5 ஐ விட பெரியது. எனவே $\frac{1}{9}$ என்பது $\frac{1}{5}$ விட பெரியது என்று நான் யூகிக்கிறேன். நான் சொல்வது சரியா?

பெனி: இல்லை! இது ஒரு பொதுவான தவறு. இந்த பின்னங்களை பங்குகளாக கருதுங்கள்.

அரவின்: ஒரு ரொட்டியை 5 குழந்தைகளிடையே பகிர்ந்து கொண்டால், ஒவ்வொருவருக்கும் $\frac{1}{5}$ ரொட்டியின் பங்கு கிடைக்கும். ஒரு ரொட்டியை 9 குழந்தைகளிடையே பகிர்ந்து கொண்டால், ஒவ்வொருவருக்கும் $\frac{1}{9}$ ரொட்டியின் பங்கு கிடைக்குமா?.

பெனி: சரியாக! இப்போது மீண்டும் சிந்தியுங்கள் - எந்த பங்கு அதிகமாக உள்ளது?

அரவின்: நான் அதிக மக்களுடன் பகிர்ந்து கொண்டால், எனக்கு குறைவாகவே கிடைக்கும். எனவே $\frac{1}{9} < \frac{1}{5}$.

பெனி: நீ அதை புரிந்துகொண்டாய்!

ஓ, எனவே $\frac{1}{100}$ என்பது $\frac{1}{200}$ ஐ விட பெரியது!

ஒரு அலகு பல சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படும்போது, ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரு **பின்ன அலகு** என்று அழைக்கப்படுகிறது**.** இவை அனைத்தும் பின்ன அலகுகள்:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots, \frac{1}{10}, \ldots, \frac{1}{50}, \ldots, \frac{1}{100}$, முதலியன

நாம் சில நேரங்களில் பின்ன அலகுகளை 'அலகு பின்னங்கள்' என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

கோடிட்ட இடங்களை பின்னங்களால் நிரப்புக.

1. மூன்று கொய்யாப்பழங்கள் சேர்ந்து 1 கிலோ எடை இருக்கும். அவை தோராயமாக ஒரே அளவில் இருந்தால், ஒவ்வொரு கொய்யாவும் தோராயமாக ___ கிலோ எடையுள்ளதாக இருக்கும்.
2. ஒரு மொத்த வியாபாரி 1 கிலோ அரிசியை சம எடையுள்ள நான்கு பாக்கெட்டுகளில் அடைத்தார். ஒவ்வொரு பாக்கெட்டின் எடை ___ கிலோ.
3. நான்கு நண்பர்கள் 3 கிளாஸ் கரும்பு சாறு ஆர்டர் செய்து தங்களுக்குள் சமமாக பகிர்ந்து கொண்டனர். ஒவ்வொருவரும் ___ கிளாஸ்கரும்புச் சாறு குடித்தனர்.

கணிதப் பேச்சு

© NCERT not to be republished

4. பெரிய மீன் $\frac{1}{2}$ கிலோ எடை கொண்டது. சிறியது $\frac{1}{4}$ கிலோ எடை கொண்டது. இணைந்து இவற்றின் எடை ___ கிலோ.

கணிதப் பேச்சு

கடந்த கால அறிவு!

பழங்காலத்திலிருந்தே இந்தியாவில் பின்னங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டு பெயரிடப்பட்டுள்ளன. ரிக் வேதத்தில், $\frac{3}{4}$ என்ற பின்னம் திரிபாதா என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. இது இன்று பல இந்திய மொழிகளில் உள்ள $\frac{3}{4}$ என்ற வார்த்தைகளின் அதே அர்த்தத்தைக் கொண்டுள்ளது, எ. கா., பேச்சுவழக்கு இந்தியில் 'பதின் பாவ்' மற்றும் தமிழில் 'முக்கால்'. உண்மையில், இன்று பல இந்திய மொழிகளில் பயன்படுத்தப்படும் பின்னங்களுக்கான சொற்கள் பண்டைய காலத்தைச் சேர்ந்தவை.

உங்கள் வீடு, நகரம் அல்லது மாநிலத்தில் பேசப்படும் வெவ்வேறு மொழிகளில் பயன்படுத்தப்படும் பின்னங்களுக்கான சொற்களைக் கண்டுபிடித்து விவாதிக்கவும். உங்கள் தாத்தா பாட்டி, பெற்றோர், ஆசிரியர்கள் மற்றும் வகுப்பு தோழர்களிடம் ஒன்றரை, முக்கால், ஒன்றே கால், அரை, கால் மற்றும் இரண்டரை போன்ற வெவ்வேறு பின்னங்களுக்கு என்ன சொற்களைப் பயன்படுத்துகிறார்கள் என்று கேளுங்கள், அவற்றை இங்கே எழுதுங்கள்:

_____ _____ _____ _____ _____ _____

5. கீழே உள்ள வெற்று பெட்டியில் இந்த பின்னச் சொற்களை சிறியதிலிருந்து பெரியது வரை வரிசைப்படுத்தவும்:
ஒன்றரை, முக்கால், ஒன்றே, கால், அரை, கால், இரண்டரை.

உங்கள் பதிலை இங்கே எழுதவும்.

© NCERT not to be republished

7.2 ஒரு முழுமையின் பகுதிகளாக பின்ன அலகுகள்

படம் ஒரு முழுப் சிக்கியைக் காட்டுகிறது.

ஒரு முழு சிக்கி

2 துண்டுகளாக உடைக்கப்பட்ட சிக்கியின் படம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. அசல் சிக்கியின் ஒவ்வொரு பகுதியும் எவ்வளவு?

பெரிய துண்டில் 3 துண்டுகள் இருப்பதைக் காணலாம் $\frac{1}{4}$ சிக்கி அதில். எனவே, பின்ன அலகைப் பயன்படுத்தி பெரிய துண்டை அளவிடலாம் $\frac{1}{4}$. பெரிய துண்டு என்று நாம் பார்க்கிறோம் $\frac{3}{4}$ சிக்கி.

ஒரு முழு சிக்கி 6 சம துண்டுகளாக வெட்டப்பட்டது.

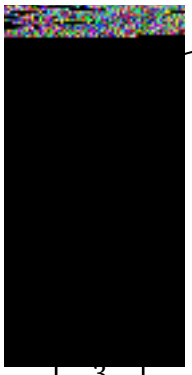
ஒரு முழு சிக்கி 6 சம துண்டுகளாக வேறு வழியில் வெட்டப்பட்டது.

முழு சிக்கியையும் 6 சம பாகங்களாக வெவ்வேறு வழிகளில் பிரிப்பதன் மூலம், வெவ்வேறு வடிவங்களில் $\frac{1}{6}$ சிக்கி துண்டுகள் நமக்குக் கிடைக்கின்றன.அவை ஒரே அளவில் உள்ளதா?

கணித பேச்சு

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள சிக்கியின் பின்ன அலகு என்ன?

ஒரு முழு சிக்கி

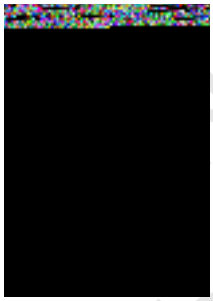


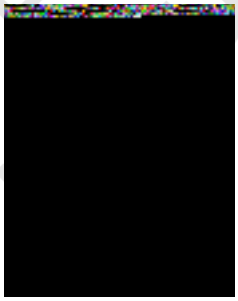
3

சிக்கியை 3 சம துண்டுகளாக உடைப்பதன் மூலம் இந்த துண்டு நமக்குக் கிடைக்கிறது. இது $\frac{1}{3}$ சிக்கி.

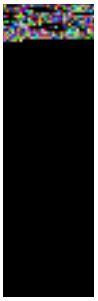
அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

கீழே உள்ள புள்ளிவிவரங்கள் ஒரு முழு சிக்கியின் வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைக் காட்டுகின்றன சிக்கி. ஒவ்வொரு துண்டும் ஒரு முழு சிக்கியில் எவ்வளவு?

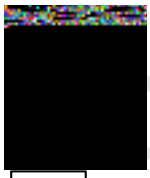


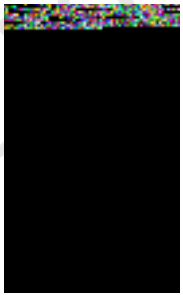


d.



e.

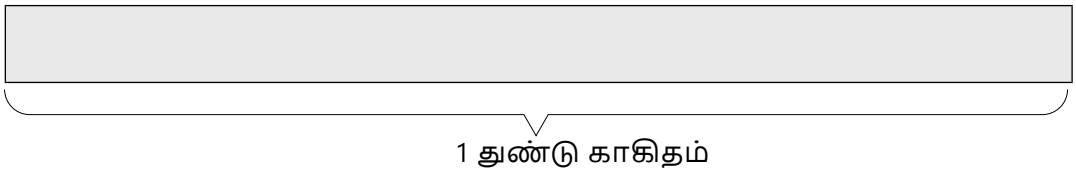




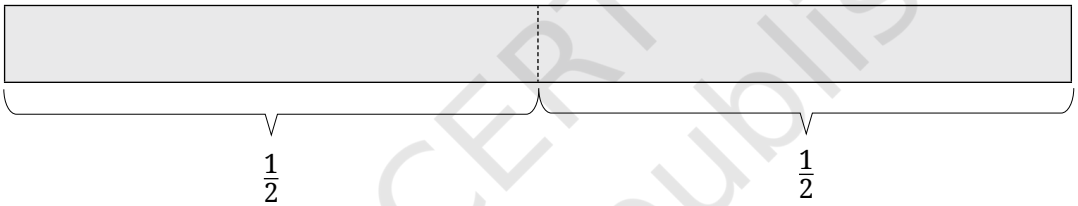
© NCERT not to be republished

7.3 பின்ன அலகுகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடுதல்

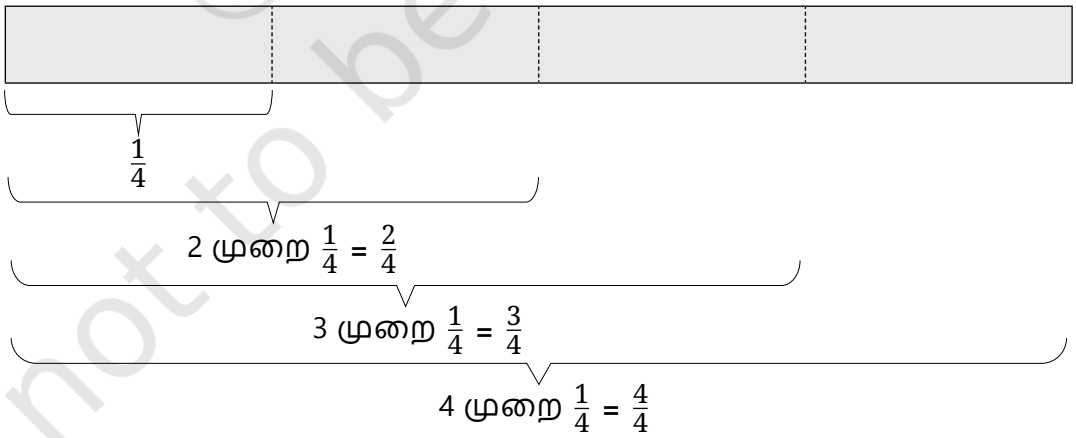
ஒரு துண்டு காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். இந்த காகித துண்டு ஒரு அலகு நீளம் கொண்டதாக நாங்கள் கருதுகிறோம்.



துண்டுகளை இரண்டு சம பகுதிகளாக மடியுங்கள், பின்னர் மீண்டும் துண்டுகளைத் திறக்கவும்.
துண்டு ஒரு அலகு நீளம் எனக் கொண்டால், மடிப்பால் உருவாக்கப்பட்ட பட்டையின் இரண்டு புதிய பகுதிகளின் நீளங்கள் என்ன?

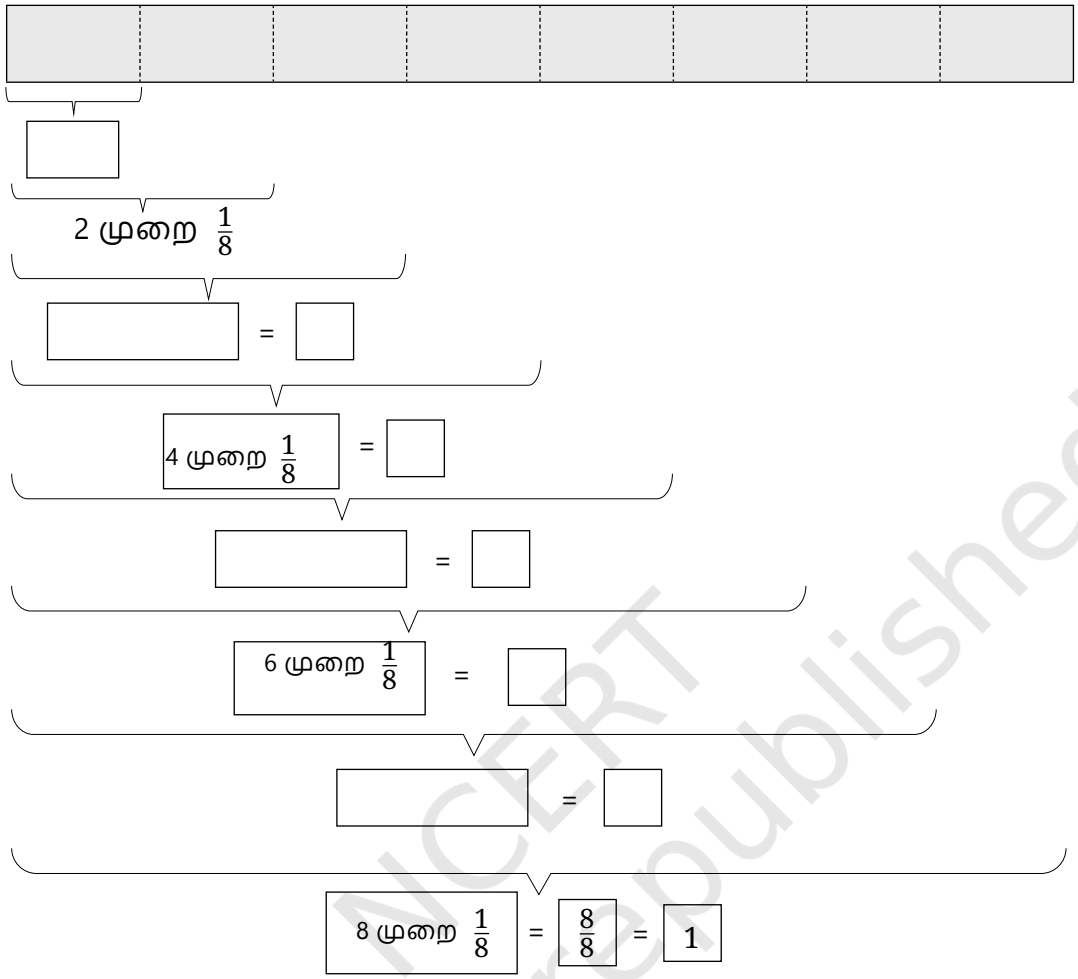


முன்பு மடிந்த துண்டுகளை மீண்டும் இரண்டு சம பகுதிகளாக மடித்தால் உங்களுக்கு என்ன கிடைக்கும்? நீங்கள் இப்போது நான்கு சம பாகங்களைப் பெறுவீர்கள்.



மீண்டும் ஒரு முறை செய்யுங்கள்! கோடிட்ட பெட்டிகளை நிரப்புக.

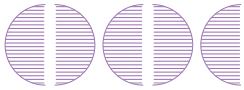
© NCERT not to be republished



பின்ன அளவுகளை பின்ன அலகுகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடலாம்.

இன்னொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்,

ஒரு பிரதிபலிக்கிறது
முழு ரொட்டி (முழுவதும்)

				
$\frac{1}{2}$ = 1 முறை பாதி	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 2 முறை பாதி	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 3 முறை பாதி	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 4 முறை பாதி	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 5 முறை பாதி

பின்ன அலகுகளை ஒன்றாகச் சேகரிப்பதன் மூலம் அளவு எவ்வளவு என்பதை விவரிக்கலாம்.

© NCERT not to be republished

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. $\frac{1}{2}$ என்ற இந்த அட்டவணையை மேலும் 2 படிகளுக்குத் தொடரவும்.
2. $\frac{1}{4}$ க்கு இதே போன்ற அட்டவணையை உருவாக்க முடியுமா??
3. ஒரு காகிதத் துண்டு பயன்படுத்தி $\frac{1}{3}$ உருவாக்கவும்.இதைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{6}$ உருவாக்க முடியுமா??
4. மேலே உள்ளதைப் போல ஒரு படத்தை வரைந்து கூட்டல் அறிக்கையை எழுதுங்கள்

   அ. 5 முறை $\frac{1}{4}$ என்ற ரொட்டி ஆ. 9 முறை $\frac{1}{4}$ என்ற ரொட்டி
5. ஒவ்வொரு பின்ன அலகையும் சரியான படத்துடன் பொருத்தவும்:

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$

பின்னங்களைப் படித்தல்

நாம் வழக்கமாக பின்னத்தைப் படிக்கிறோம் $\frac{3}{4}$ 'முக்கால்' அல்லது 'மூன்றுக்கு நான்கு' என்று படித்தாலும், '3 முறை $\frac{1}{4}$' பின்னத்தின் அளவைப் புரிந்துகொள்ள உதவுகிறது, ஏனெனில் இது பின்ன அலகு என்ன என்பதை தெளிவாகக் காட்டுகிறது ($\frac{1}{4}$) இப்படி எத்தனை பின்ன அலகுகள் (3) உள்ளன.

பின்னங்களின் மேல் எண் மற்றும் கீழ் எண் என்று நாம் அழைப்பதை நினைவுபடுத்திக் கொள்ளுங்கள். பின்னத்தில் $\frac{5}{6}$, 5 என்பது **பகுதி** மற்றும் 6 என்பது **தொகுதி.**

ஆசிரியரின் குறிப்பு

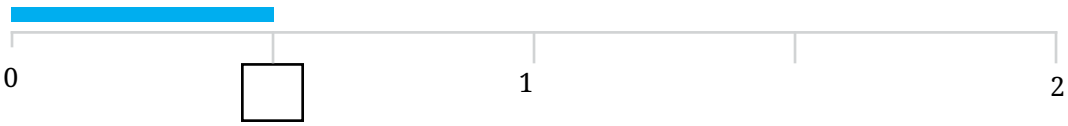
வட்டங்கள், சதுரங்கள், செவ்வகங்கள், முக்கோணங்கள் போன்ற பல்வேறு வடிவங்களைக் கொண்ட பின்ன அலகுகளின் யோசனையை ஆராய குழந்தைகளுக்கு பல வாய்ப்புகளை வழங்கவும்.

© NCERT not to be republished

7.4 எண் கோட்டில் பின்ன நீளங்களைக் குறித்தல்

1, 2, 3, ... எண் கோட்டில் அலகுகள். இப்போது, எண் கோட்டில் பின்னங்களுக்குச் சமமான நீளங்களைக் குறிக்க முயற்சிப்போம்.

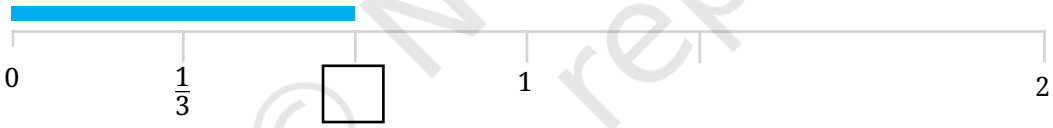
நீலக் கோட்டின் நீளம் என்ன? பெட்டியில் நீலக் கோட்டின் நீளத்தைக் கொடுக்கும் பின்னத்தை எழுதவும்.



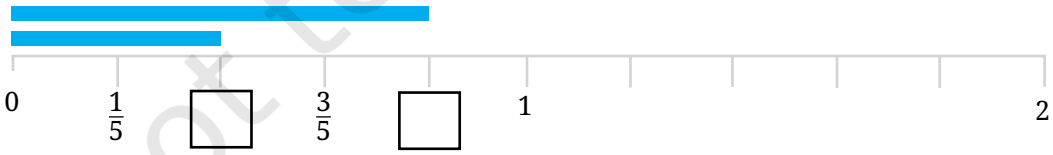
0 மற்றும் 1 க்கு இடைப்பட்ட தொலைவு ஒரு அலகு நீளம். இது இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே, ஒவ்வொரு பகுதியின் நீளமும் $\frac{1}{2}$ அலகு. எனவே, இந்த நீலக்கோடு என்பது $\frac{1}{2}$ அலகு நீளம்.

இப்போது, கீழே காட்டப்பட்டுள்ள பல்வேறு நீல கோடுகளின் நீளங்களைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? பெட்டிகளையும் நிரப்பவும்.

1. இங்கே, பின்ன அலகு 1 அலகு நீளத்தை மூன்று சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. பெட்டியில் அல்லது உங்கள் நோட்புக்கில் நீல கோட்டின் நீளத்தைக் கொடுக்கும் பின்னத்தை எழுதவும்.



2. இங்கே, ஒரு அலகு 5 சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. நீல நிற கோடுகளின் நீளத்தைக் கொடுக்கும் பின்னத்தை அந்தந்த பெட்டிகளில் அல்லது உங்கள் நோட்புக்கில் எழுதவும்.



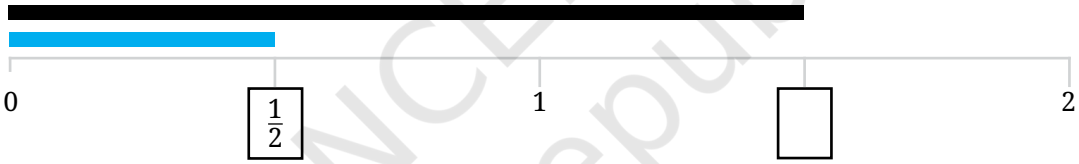
3. இப்போது, ஒரு அலகு 8 சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. பொருத்தமானதை எழுதுங்கள் உங்கள் நோட்புக்கில் பின்னங்கள்.

© NCERT not to be republished

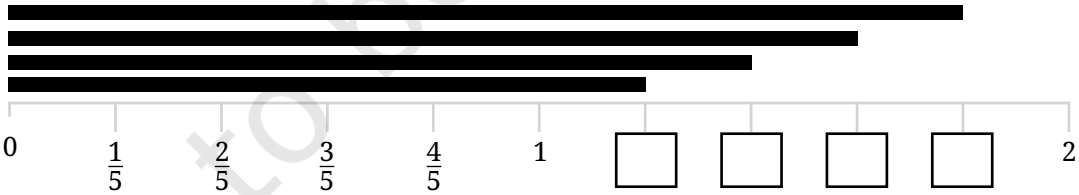
அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

கணிதப் பேச்சு

1. ஒரு எண் கோட்டில், நீளங்களின் கோடுகளை வரையவும் $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$ மற்றும் $\frac{4}{5}$.
2. உங்களுக்கு விருப்பமான ஐந்து பின்னங்களை எழுதி அவற்றை எண் கோட்டில் குறிக்கவும்.
3. 0 மற்றும் 1 க்கு இடையில் எத்தனை பின்னங்கள் உள்ளன? சிந்தித்து, உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் கலந்துரையாடி, உங்கள் பதிலை எழுதுங்கள்.
4. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள நீலக் கோடு மற்றும் கருப்புக் கோட்டின் நீளம் என்ன? 0 மற்றும் 1 க்கு இடையேயான தூரம் 1 அலகு நீளம், அது இரண்டு சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பாகத்தின் நீளமும் $\frac{1}{2}$ எனவே நீலக் கோடு $\frac{1}{2}$ அலகுகள் நீளமானவை. பெட்டியில் கருப்புக் கோட்டின் நீளத்தைக் கொடுக்கும் பின்னத்தை எழுதவும்.



5. அந்தந்த பெட்டிகளில் கருப்பு கோடுகளின் நீளங்களைக் கொடுக்கும் பின்னத்தை எழுதவும்.



ஆசிரியரின் குறிப்பு

இந்த கோடுகளை போர்டில் வரைந்து, மாணவர்களை அவர்களின் நோட்புக்கில் பதில்களை எழுதச் சொல்லவும்.

© NCERT not to be republished

7.5 கலப்பு பின்னங்கள்

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பின்னங்கள்

நீங்கள் முன்பு எண் கோட்டில் சில பின்னங்களைக் குறித்தீர்கள். அனைத்து நீல கோடுகளின் நீளங்கள் ஒன்றுக்கும் குறைவாகவும், அனைத்து கருப்பு கோடுகளின் நீளங்கள் 1 க்கும் அதிகமாகவும் இருப்பதை நீங்கள் கவனித்தீர்களா?

முன்னதாக எண் கோட்டில் நீங்கள் குறியிட்ட அனைத்து பின்னங்களையும் எழுதுங்கள்.

இப்போது, இவற்றை இரண்டு குழுக்களாக வகைப்படுத்துவோம்:

1 அலகிற்கு குறைவான நீளம்	1 அலகிற்கு அதிகமான நீளம்

1 ஐ விட அதிகமான பின்னங்களுக்கு இடையில் பொதுவான ஒன்றை நீங்கள் கவனித்தீர்களா?

1 அலகுக்குக் குறைவான பின்னங்களில், பகுதியை விடச் சிறியதாக இருக்கும், அதே சமயம் 1 அலகுக்கு மேல் உள்ள பின்னங்களில், பகுதியை விட பெரியதாக இருக்கும்.

$\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ மற்றும் $\frac{7}{2}$ அனைத்தும் 1 அலகுக்கு மேல் உள்ளன என்பதை நாம் அறிவோம். ஆனால் அவற்றில் எத்தனை முழு அலகுகள் உள்ளன என்று பார்க்க முடியுமா?

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

எனக்கு அது தெரியும் $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. நான் இன்னும் ஒன்றைச் சேர்த்தால் $\frac{1}{3}$, நான் 1 அலகிற்குகு மேல் கிடைக்கும்! எனவே $\frac{4}{3} > 1$.

© NCERT not to be republished

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. எத்தனை முழு அலகுகள் உள்ளன $\frac{7}{2}$?

2. எத்தனை முழு அலகுகள் உள்ளன $\frac{4}{3}$ மற்றும் உள்ள $\frac{7}{3}$?

கணிதப் பேச்சு

ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பின்னங்களை கலப்பு எண்களாக

நாங்கள் பார்த்தோம்: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.

இதேபோல் மற்ற பின்னங்களையும் எழுதலாம். உதாரணமாக

$$\frac{4}{3} = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}_{3 \times \frac{1}{3} = 1} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}.$$

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு பின்னத்திலும் முழு அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்:

   a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{11}{5}$ c. $\frac{9}{4}$

   என்று பார்த்தோம்

   $$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

   பின்னம் கலப்பு எண்

   இந்த எண் 'இரண்டு மற்றும் இரண்டு மூன்றில்' என்றும்அழைக்கப்படுகிறது. நாமும் அதை 2 என்று எழுதுகிறோம் $\frac{2}{3}$.

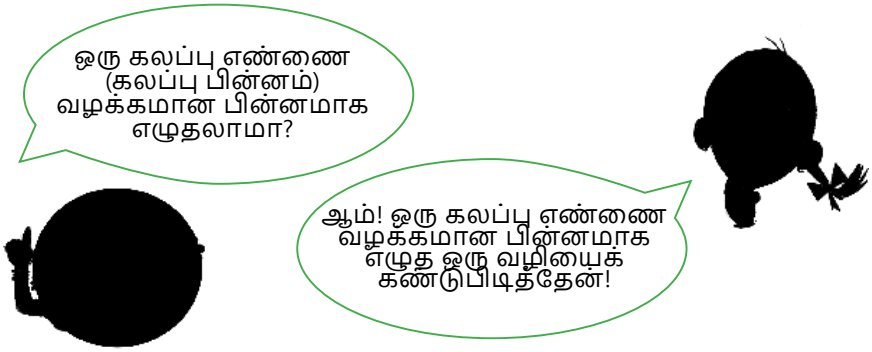
2. 1 ஐ விட அதிகமான அனைத்து பின்னங்களையும் அத்தகைய கலப்பு எண்களாக எழுத முடியுமா?

A கலப்பு எண் அல்லது **கலப்பு பின்னம்** முழு எண்ணைக் கொண்டுள்ளது (முழு பகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது) மற்றும் 1 க்கும் குறைவான ஒரு பின்னம் (பின்ன பகுதி என்று அழைக்கப்படுகிறது).

3. பின்வரும் பின்னங்களை கலப்பு பின்னங்களாக எழுதவும் (எ.கா., $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$):

   a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{9}{5}$ c. $\frac{21}{19}$ d. $\frac{47}{9}$ e. $\frac{12}{11}$ f. $\frac{19}{6}$

© NCERT not to be republished



ஜெயா: எனக்கு 3 இருக்கும்போது + $\frac{3}{4}$, இதன் பொருள் 1 + 1 + 1 + $\frac{3}{4}$. எனக்கு தெரியும்

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}.$$

அதனால் நான் பெறுகிறேன்

$$(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{15}{4}.$$

எனவே, $(4 \times \frac{1}{4}) + (4 \times \frac{1}{4}) + (4 \times \frac{1}{4}) + (3 \times \frac{1}{4}) = \frac{15}{4}$.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

பின்வரும் கலப்பு எண்களை பின்னங்களாக எழுதுங்கள்:

கணிதப் பேச்சு

a. $3\frac{1}{4}$ b. $7\frac{2}{3}$ c. $9\frac{4}{9}$

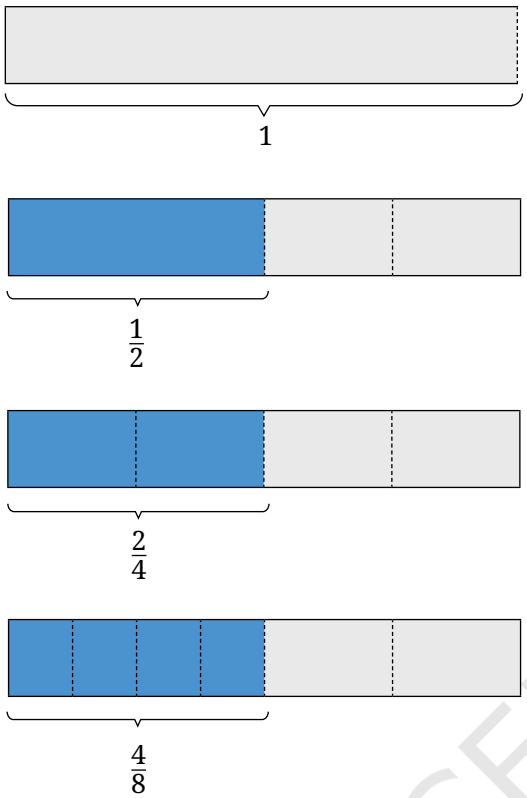
d. $3\frac{1}{6}$ e. $2\frac{3}{11}$ f. $3\frac{9}{10}$

7.6 சமான பின்னங்கள்

சமமான பின்ன நீளங்களைக் கண்டுபிடிக்க ஒரு பின்ன சுவரைப் பயன்படுத்துதல்!

முந்தைய பிரிவில், பின்ன அலகுகளைப் பயன்படுத்தி பல்வேறு பின்னங்களைக் குறிக்க காகித மடிப்புகளைப் பயன்படுத்தினீர்கள். அதே காகிதத் துண்டுகளைக் கொண்டு மேலும் சில செயல்பாடுகளைச் செய்வோம்.

© NCERT not to be republished



நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

- $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{2}{4}$ நீளங்கள் சமமா?
- $\frac{2}{4}$ மற்றும் $\frac{4}{8}$ நீளங்கள் சமமா?

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ என்று சொல்லலாம்.

இவை ஒரே நீளத்தைக் குறிக்கும் 'சமமான பின்னங்கள்', ஆனால் அவை வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளின் அடிப்படையில் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன.

இப்போது, காகித கீற்றுகளைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{2}{6}$ சமான பின்னங்களா இல்லையா, என்பதை சரிபார்க்கவும்.

கீழே உள்ள படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கீற்றுகளைப் பயன்படுத்தி உங்கள் சொந்த பின்ன சுவரை உருவாக்கவும்!

பின்னச் சுவரைப் பார்த்த பிறகு பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்:

1 அலகு					
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$				
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$			
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$		
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

1. $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{6}$ நீளங்கள் சமமா?
2. $\frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{4}{6}$ சமமான பின்னங்கள்? ஏன்?
3. $\frac{1}{6}$ நீளம் எத்தனை துண்டுகள் $\frac{1}{2}$ நீளத்தை உருவாக்கும்?
4. $\frac{1}{6}$ நீளம் எத்தனை துண்டுகள் $\frac{1}{3}$ நீளத்தை உருவாக்கும்??

© NCERT not to be republished

இந்த யோசனையை பின்ன அலகு வரை ஒரு பின்ன சுவரை உருவாக்க நாம் நீட்டிக்கலாம் $\frac{1}{10}$. (இந்த பின்னச் சுவருக்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது நூலின் முடிவு.)

1 அலகு									
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$								
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$							
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$						
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$					
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$				
$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{7}$			
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$		
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{9}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. $\frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ சமமான பின்னங்கள்? ஏன்?

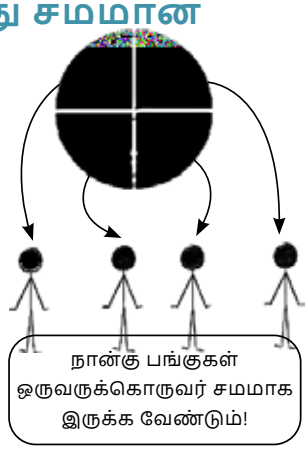
2. $\frac{2}{6}$ இரண்டு சமான பின்னங்களை எழுதுக.

3. $\frac{4}{6}$ = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ = ... (உங்களால் முடிந்தவரை எழுதுங்கள்)

சமமான பின்னங்களைப் புரிந்துகொள்வது சமமான பங்குகளைப் பயன்படுத்தி

ஒன்று ரொட்டி நான்கு குழந்தைகளால் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்பட்டது. ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் மொத்தத்தில் எவ்வளவு பின்னம் கிடைத்தது?

அருகிலுள்ள படம் நான்கு குழந்தைகளிடையே ஒரு ரொட்டியைப் பிரிப்பதைக் காட்டுகிறது.



ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் கிடைத்த ரொட்டியின் பின்னம் $\frac{1}{4}$.

© NCERT not to be republished

இந்த நிகழ்வை வகுத்தல் உண்மைகள், கூட்டல் உண்மைகள் மற்றும் பெருக்கல் உண்மைகள் மூலமாகவும் வெளிப்படுத்தலாம்.

வகுத்தல் உண்மை $1 \div 4 = \frac{1}{4}$.

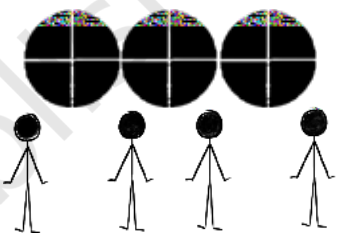
அவர் கூட்டல் உண்மை $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$.

பெருக்கல் உண்மை $1 = 4 \times \frac{1}{4}$.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. மூன்று ரொட்டிகள் நான்கு குழந்தைகளால் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்படுகின்றன. படத்தில் உள்ள பிரிவைக் காட்டி, ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் எவ்வளவு கிடைக்கும் என்பதற்கான ஒரு பகுதியை எழுதவும். மேலும், தொடர்புடைய வகுத்தல் உண்மைகள், கூட்டல் உண்மைகள் மற்றும் பெருக்கல் உண்மைகளை எழுதுக.

   பின்னம் ரொட்டி ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் கிடைக்கும் _____.

   வகுத்தல் உண்மை:

   கூடுதல் உண்மை:

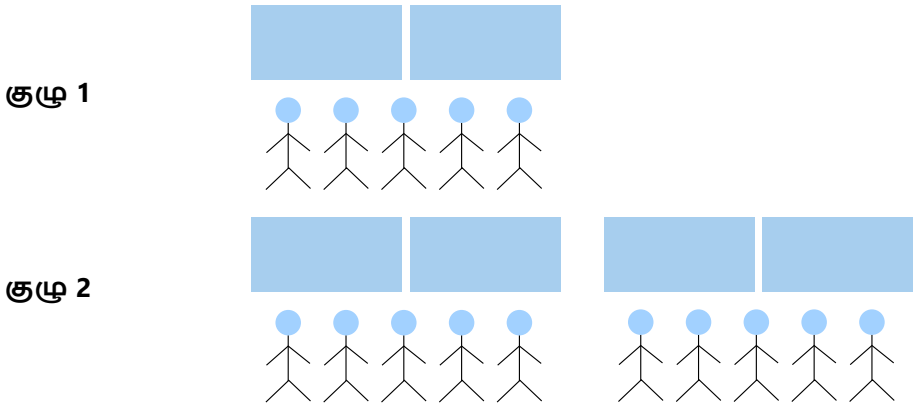
   பெருக்கல் உண்மை:

   உங்கள் படத்தையும் பதில்களையும் உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் ஒப்பிடுங்கள்!

2. ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் 2 ரொட்டிகள் எப்போது எவ்வளவு கிடைக்கும் என்பதைக் காட்ட ஒரு படத்தை வரையவும். 4 குழந்தைகளால் சமமாக பகிர்ந்து கொள்ளப்படுகின்றன. மேலும், தொடர்புடைய வகுத்தல் உண்மைகள், கூட்டல் உண்மைகள் மற்றும் பெருக்கல் உண்மைகளை எழுதவும்.

3. 2 கேக்குகளை 5 குழந்தைகளுக்கு சமமாக பிரித்துக் கொடுத்த குழுவில் அனில் இருந்தார். அனிலிக்கு எவ்வளவு கேக் கிடைக்கும்?

© NCERT not to be republished



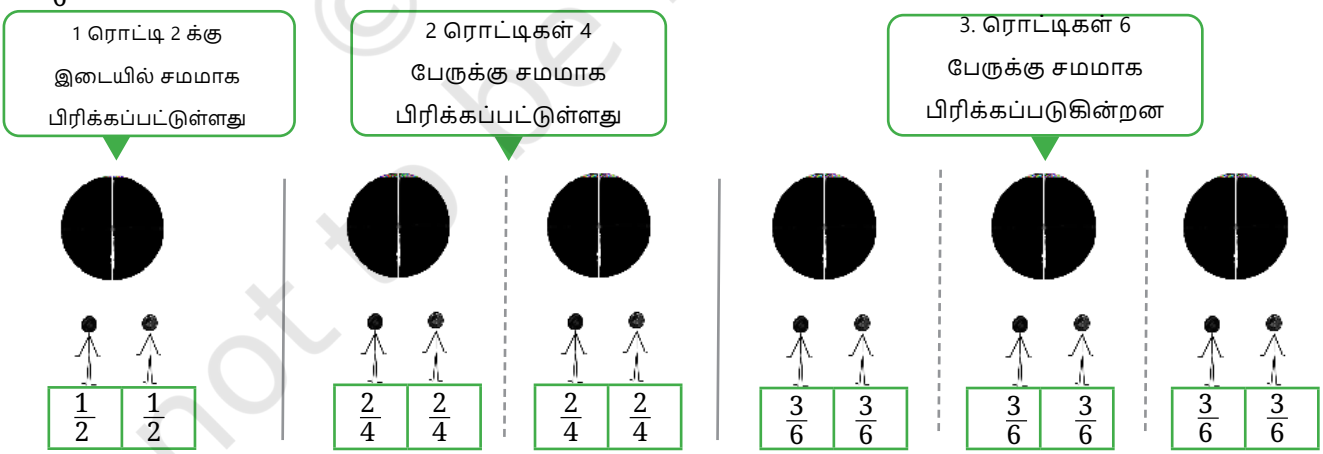
எனவே, இந்த இரண்டு சூழ்நிலைகளிலும் ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்கும் ஒன்றுதான்!

பின்வரும் சூழ்நிலைகளில் ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்குகளையும் ஆராய்வோம்.

- 1 ரொட்டி 2 குழந்தைகளுக்கு சமமாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- 2 ரொட்டிகள் 4 குழந்தைகளுக்கு சமமாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- 3 ரொட்டிகள் 6 குழந்தைகளுக்கு சமமாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

வரைந்து பகிர்வோம்!

ஒவ்வொரு சூழ்நிலையிலும் ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்கு ஒரே மாதிரியாக இருப்பதை நீங்கள் கவனித்தீர்களா? எனவே, நாம் அதை சொல்ல முடியும் $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.



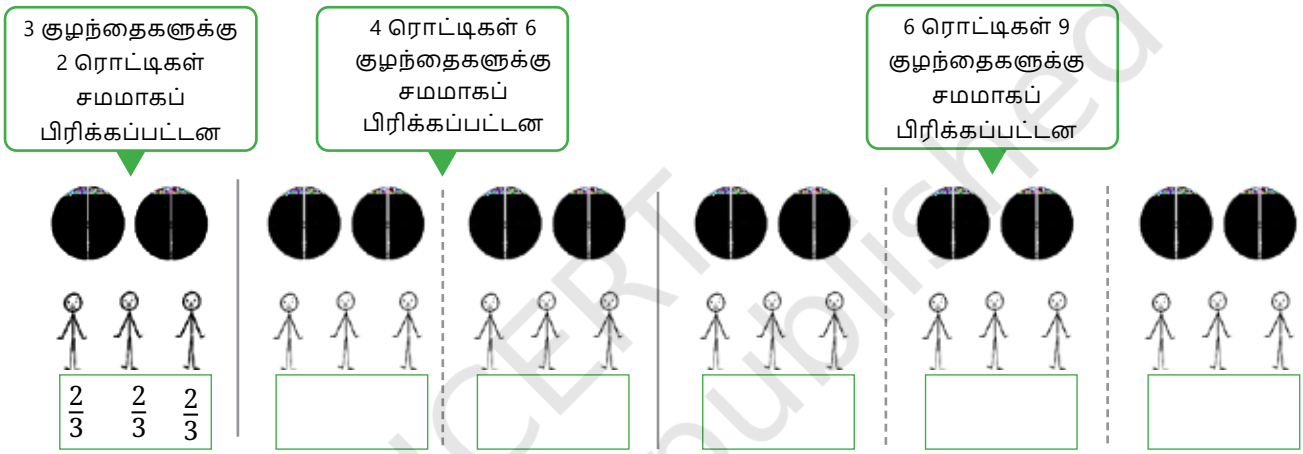
பங்குகள் சமமாக இருக்கும் பின்னங்கள் 'சம பின்னங்கள்' என்று அழைக்கப்படுகின்றன'.

© NCERT not to be republished

எனவே $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{6}$ அனைத்தும் **சமான பின்னங்கள்**.

$\frac{1}{2}$ க்கு சமமான இன்னும் சில பின்னங்களைக் கண்டறியவும் . அவற்றை இங்கே உள்ள பெட்டிகளில் எழுதவும்: ☐ ☐ ☐ ☐

கீழே காட்டப்பட்டுள்ள சூழ்நிலைகளில் ரொட்டிகளை சமமாகப் பிரித்து, ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்கையும் எழுதவும். இந்த ஒவ்வொரு விஷயத்திலும் பங்குகள் ஒரே மாதிரியானவையா? ஏன்?



$\frac{2}{3}$ என்பது $\frac{4}{6}$ இன் எளிய வடிவம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இது $\frac{6}{9}$ இன் எளிய வடிவமாகும்.

இந்த பின்னங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் தொகுதிக்கும் பகுதிக்கும் இடையேயான உறவைப் பற்றி நீங்கள் ஏதாவது கவனிக்கிறீர்களா?

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

விடுபட்ட எண்களை கண்டுபிடி:

a. 4 நண்பர்களுக்குள் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்பட்ட 5 கிளாஸ் பழச்சாறு, 8 நண்பர்களுக்குள் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ளப்பட்ட ___ கிளாஸ் பழச்சாறு க்குச் சமம்.

எனவே $\frac{5}{4} = \frac{\square}{8}$.

b. 4 கிலோ உருளைக்கிழங்கை 3 பைகளில் சமமாக வகுக்க வேண்டும், 12 கிலோ உருளைக்கிழங்கை ___ பைகளில் சமமாக வகுக்க வேண்டும்.

எனவே $\frac{4}{3} = \frac{12}{\square}$

கணிதப் பேச்சு

© NCERT not to be republished

c. 5 குழந்தைகளிடையே பிரிக்கப்பட்ட 7 ரொட்டிகள் _ _ _ _ _ _ குழந்தைகளிடையே பிரிக்கப்பட்ட _ _ _ _ _ ரொட்டிகளுக்கு சமம்.
எனவே $\frac{7}{5} = \frac{\square}{\square}$.

எந்த குழுவில் ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் அதிக சிக்கி கிடைக்கும்?

1 சிக்கியை 2 குழந்தைகளுக்கு அல்லது 5 சிக்கியை 8 குழந்தைகளுக்கு இடையில் பிரிப்பது.

முக்தா: எனவே, $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{5}{8}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிட வேண்டும் .எது அதிகம்?

ஷப்னம்: சரி, $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$; மற்றும் தெளிவாக $\frac{4}{8} < \frac{5}{8}$. எனவே, 8 பேருக்கு 5 சிக்கிகள் சமமாகப் பிரிக்கப்பட்ட குழந்தைகள், 2 பேருக்கு 1 சிக்கி சமமாகப் பிரிக்கப்பட்ட குழந்தைகளை விட அதிகமாகப் பெறுவார்கள். இரண்டாவது குழுவின் குழந்தைகள் ஒவ்வொருவருக்கும் அதிக சிக்கி கிடைக்கும்.

பின்வரும் குழுக்களைப் பற்றி என்ன? எந்தக் குழுவில் ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் அதிகமாகப் பெறப்படும்?

1 சிக்கியை 2 குழந்தைகளுக்கு இடையில் பிரிக்கலாம் அல்லது 7 குழந்தைகளுக்கு இடையில் பிரிக்கலாம்.

ஷப்னம்: இந்த முறை எந்தக் குழுவின் குழந்தைகள் அதிக சிக்கியைப் பெறுவார்கள்?

முக்தா: நாம் $\frac{1}{7}$ மற்றும் $\frac{4}{7}$ ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும்.

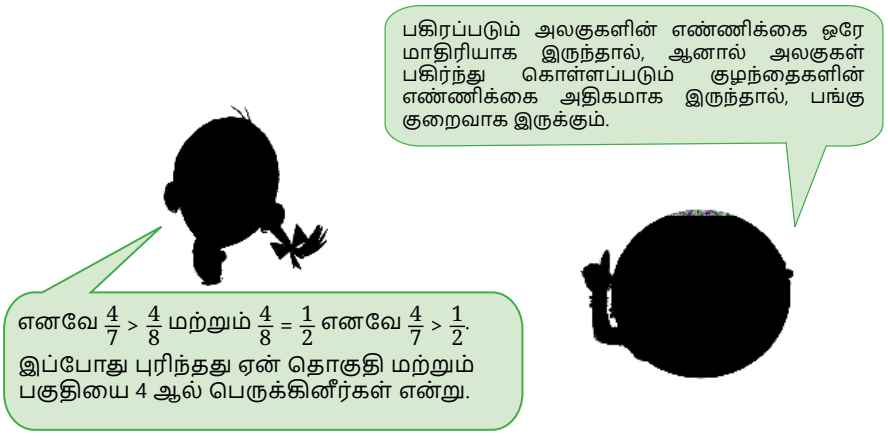
இப்பொழுது
$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$ எனவே $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.

ஷப்னம்: ஆனால் நீங்கள் ஏன் தொகுதியையும் பகுதியையும் மீண்டும் 4 ஆல் பெருக்கினீர்கள்?

முக்தா: பார்க்கலாம்!

4 சிக்கிகளை 7 குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பிரித்தால் ,ஒவ்வொருவருக்கும் $\frac{4}{7}$ சிக்கிகள் கிடைக்கும்.4 சிக்கிகளை சமமாகப் பிரித்தால் 8 குழந்தைகளுக்கு, ஒவ்வொருவருக்கும் $\frac{4}{8}$ சிக்கிகள் கிடைக்கும்.எனவே $\frac{4}{7} > \frac{4}{}$.

© NCERT not to be republished



குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை ஒரே மாதிரியாக வைக்கப்படுகிறது, ஆனால் பகிரப்படும் அலகுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம்? ஒவ்வொரு குழந்தையின் பங்கைப் பற்றி இப்போது நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்? ஏன்? உங்கள் பகுத்தறிவு எவ்வாறு விளக்குகிறது என்பதை விவாதிக்கவும் $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, $\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$ மற்றும் $\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$.

இப்பொழுது இரண்டு குழுக்களில் எந்தக் குழுவில் ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் அதிக பங்கு கிடைக்கும் என்பதை முடிவு செய்யுங்கள்:

கணிதப் பேச்சு

1. **குழு 1 :** 3 டம்ளர் கரும்புச் சாறு 4 குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பிரித்துக் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
   குழு 2: 7 டம்ளர் கரும்புச் சாற்றை 10 குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பிரித்துக் கொடுக்க வேண்டும்.
2. **குழு 1 :** 4 டம்ளர் கரும்புச் சாற்றை 7 குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பிரித்துக் கொடுக்க வேண்டும்.
   குழு 2: 5 டம்ளர் கரும்புச் சாற்றை 7 குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பிரித்துக் கொடுக்க வேண்டும்.

எந்த குழுக்களை ஒப்பிடுவது எளிது? ஏன்?

ஷப்னம்: முதல் இரண்டு குழுக்களை ஒப்பிட, பின்னங்களுக்குச் சமமான பின்னங்களைக் கண்டுபிடிக்க வேண்டும் $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$.

முக்தா: எப்படி? $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$?

© NCERT not to be republished

ஷப்னம்: ஒரு கண்டிஷன் இருக்கு. இரண்டு பின்னங்களுக்கும் பயன்படுத்தப்படும் பின்ன அலகு ஒரே மாதிரியாக இருக்க வேண்டும்! விரும்பு $\frac{2}{6}$ மற்றும் $\frac{3}{6}$ இரண்டும் ஒரே பின்ன அலகைப் பயன்படுத்துகின்றன $\frac{1}{6}$ (அதாவது, பகுதிகள் ஒன்றே). ஆனால் $\frac{6}{8}$ மற்றும் $\frac{21}{30}$ ஒரே பின்ன அலகுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டாம் (அவை வெவ்வேறு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளன).

முக்தா: சரி, நாம் சமமான பின்னங்களை உருவாக்கத் தொடங்குவோம்:

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$ ... ஆனால் நான் எப்போது நிறுத்துவது?

ஷப்னம்: புரிந்தது! 4 × 10 = 40 வரை சென்றால் எப்படி?

முக்தா: இவ்விரு பிரிவுகளின் பெருக்கற்பலன் என்கிறீர்களா?

நன்றாக இருப்பதாக தெரிகிறது!

எங்களிடம் இருப்பவை $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$. (4 மற்றும் 10) இரண்டு பகுதிகளின் பெருக்கற்பலன் 40 ஆகும்.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \cdots = \frac{27}{36} = \frac{30}{40}$.

$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \frac{21}{30} = \frac{28}{40}$.

40 என்ற பகுதியை அடையும் வரை செல்லுங்கள்.

ஷப்னம்: எனவே, பின்னங்கள் க்கு சமம் $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{7}{10}$ ஒரே பின்ன அலகுடன் (அதே பகுதிகள்) $\frac{30}{40}$ மற்றும் $\frac{28}{40}$ அல்லது 15 மற்றும் $\frac{14}{20}$.

தெளிவாக இருப்பதால் $30 > \frac{28}{40}$ என்ற முடிவுக்கு வருகிறோம். $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.

© NCERT not to be republished

பின்ன அலகுகள் ஒரே மாதிரியாக இருக்க, கொடுக்கப்பட்ட பின்னங்களின் ஜோடிகளுக்கு சமான பின்னங்களைக் கண்டுபிடி.

a. $\frac{7}{2}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ b. $\frac{8}{3}$ மற்றும் $\frac{5}{6}$ c. $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{3}{5}$ d. $\frac{6}{7}$ மற்றும் $\frac{8}{5}$

e. $\frac{9}{4}$ மற்றும் $\frac{5}{2}$ f. $\frac{1}{10}$ மற்றும் $\frac{2}{9}$ g. $\frac{8}{3}$ மற்றும் $\frac{11}{4}$ h. $\frac{13}{6}$ மற்றும் $\frac{1}{9}$

ஒரு பின்னத்தை மிகக் குறைந்த சொற்களில் (அல்லது அதன் எளிய வடிவத்தில்) வெளிப்படுத்துதல்

எந்த பின்னத்திலும், அதன் பகுதி மற்றும் பகுதி 1 தவிர எந்த பொதுவான காரணியையும் கொண்டிருக்கவில்லை என்றால், பின்னம் இல் என்று கூறப்படுகிறது **குறைந்த விதிமுறைகள்** அல்லது அதன் **எளிமையான வடிவ**ம். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு பின்னம் அதன் தொகுதி மற்றும் பகுதி முடிந்தவரை சிறியதாக இருந்தால் அது மிகக் குறைந்த சொற்களில் கூறப்படுகிறது.

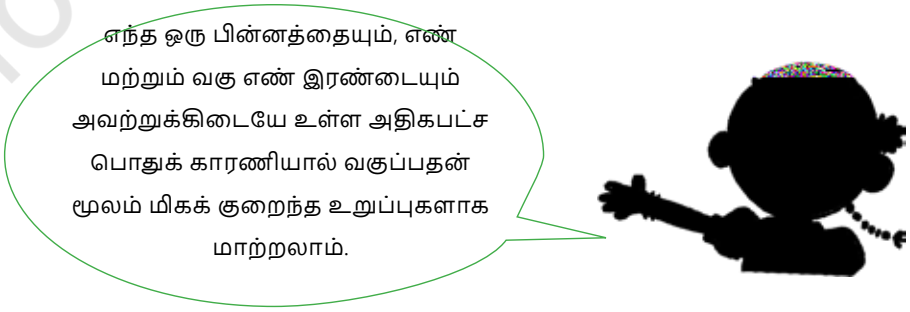
எந்த ஒரு பின்னத்தையும் இயன்றவரை சிறியதாக உள்ள ஒரு சமான பின்னத்தைக் கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் எந்த ஒரு பின்னத்தையும் மிகச்சிறிய சொற்களில் வெளிப்படுத்த முடியும்.

பின்னங்களை குறைந்த சொற்களில் எவ்வாறு வெளிப்படுத்துவது என்று பார்ப்போம்.

உதாரணம்: பின்னம் ஆகும் $\frac{16}{20}$ குறைந்த அளவிலா? இல்லை, 4 ஒரு பொதுவானது காரணி 16 மற்றும் 20. குறைத்துக் கொள்வோம் $\frac{16}{20}$ குறைந்த அளவுக்கு.

16 (தொகுதி) மற்றும் 20 (பகுதி) இரண்டும் என்பதை நாம் அறிவோம் 4 ஆல் வகுபடும்.
எனவே $\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$.

இப்போது, 4 மற்றும் 5 க்கு இடையில் பொதுவான காரணி இல்லை. எனவே, $\frac{16}{20}$ மிகக் குறைந்த சொற்களில் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது $\frac{4}{5}$. எனவே $\frac{4}{5}$ என்ற எளிய வடிவம் எனப்படுகிறது. $\frac{16}{20}$, ஏனெனில் 4 மற்றும் 5 க்கு 1 தவிர வேறு பொதுவான காரணி இல்லை.



© NCERT not to be republished

ஒரு பின்னத்தை மிகக் குறைந்த சொற்களில் வெளிப்படுத்துவது படிகளிலும் செய்யப்படலாம்.

நாம் வெளிப்படுத்த விரும்புகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம் $\frac{36}{60}$ மிகக் குறைந்த அளவில். முதலில், நாம் கவனிக்கிறோம் தொகுதி மற்றும் பகுதி இரண்டும் இரட்டைப்படையானவை. எனவே, இரண்டையும் பிரிக்கிறோம் 2 மணிக்குள், என்று பாருங்கள் $\frac{36}{60} = \frac{18}{30}$.

தொகுதி மற்றும் பகுதி இரண்டும் மீண்டும் உள்ளன, எனவே நாம் செய்யலாம் அவை ஒவ்வொன்றையும் மீண்டும் 2 ஆல் வகுக்கவும்; நாம் பெறுகிறோம் $\frac{18}{30} = \frac{9}{15}$.

இப்போது 9 மற்றும் 15 இரண்டும் 3ன் மடங்குகள் என்பதை நாம் கவனிக்கிறோம், எனவே நாம் வகுக்கிறோம் இரண்டும் 3 ஆக வேண்டும் $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

இப்போது, 3 மற்றும் 5 க்கு 1 ஐத் தவிர வேறு பொதுவான காரணி இல்லை, எனவே, $\frac{36}{60}$ in குறைந்த விதிமுறைகள் இருக்கிறது $\frac{3}{5}$.

மாற்றாக, நாம் அதை கவனித்திருக்கலாம் $\frac{36}{60}$, இரண்டும் எண் மற்றும் பகுதி 12 இன் மடங்குகள் : 36 = 3 × 12 மற்றும் 60 = 5 × 12. எனவே, நாம் பின்வரும் முடிவுக்கு வந்திருக்கலாம் $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ நேராக.

எந்த முறையும் வேலை செய்கிறது மற்றும் அதே பதிலைக் கொடுக்கும்! ஆனால் சில நேரங்களில் படிகளில் செல்வது எளிதாக இருக்கும்.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

பின்வரும் பின்னங்களை மிகக் குறைந்த சொற்களில் வெளிப்படுத்துக:

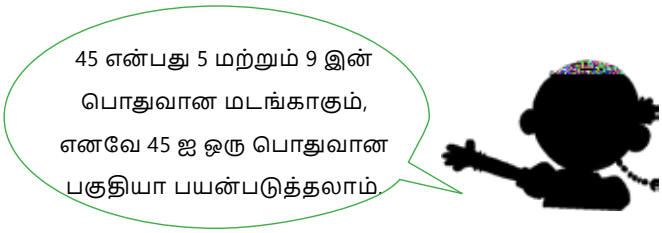
a. $\frac{17}{51}$ b. $\frac{64}{144}$ e. $\frac{126}{147}$ d. $\frac{525}{112}$

7.7 பின்னங்களை ஒப்பிடுதல்

எது பெரியது, $\frac{4}{5}$ அல்லது $\frac{7}{9}$? இதுபோன்ற இரண்டு பின்னங்களை நேரடியாக ஒப்பிடுவது கடினம். இருப்பினும், ஒரே பகுதியைக் கொண்ட இரண்டு பின்னங்களுக்குச் சமமான பின்னங்களை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பது எங்களுக்குத் தெரியும். அதை எப்படி பயன்படுத்தலாம் என்று பார்ப்போம்:

$\frac{4}{5} = \frac{4\times9}{5\times9} = \frac{36}{45}$

$\frac{7}{9} = \frac{7\times5}{8\times5} = \frac{35}{45}$.



© NCERT not to be republished

தெளிவாக $\frac{36}{45} > \frac{35}{45}$

எனவே $\frac{4}{5} > \frac{7}{9}$!

இன்னொரு ஜோடிக்கு இதை முயற்சிப்போம்: $\frac{7}{9}$ மற்றும் $\frac{17}{21}$.

63 என்பது 9 மற்றும் 21 இன் பொதுவான மடங்காகும். பின்னர் நாம் எழுதலாம்:
$\frac{7}{9} = \frac{7\times7}{9\times7} = \frac{49}{63}$, $\frac{17}{21} = \frac{17\times3}{21\times3} = \frac{51}{63}$.

தெளிவாக $\frac{49}{63} < \frac{51}{63}$. எனவே $\frac{7}{9} < \frac{17}{21}$!

சுருக்கமாகப் பார்ப்போம்!

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னங்களின் அளவுகளை ஒப்பிடுவதற்கான படிகள்:

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட பின்னங்களை சமமான பின்னங்களாக மாற்றவும், இதனால் அவை அனைத்தும் ஒரே பகுதி அல்லது ஒரே பின்ன அலகுடன் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன.

படி 2: இப்போது, சமான பின்னங்களை வெறுமனே எண்களை ஒப்பிடுவதன் மூலம் ஒப்பிடுங்கள், அதாவது ஒவ்வொன்றும் கொண்டிருக்கும் பின்ன அலகுகளின் எண்ணிக்கை.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பின்வரும் பின்னங்களை ஒப்பிட்டு உங்கள் பதில்களை நியாயப்படுத்துக:

a. $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ b. $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ c. $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

d. $\frac{12}{5}, \frac{8}{5}$ e. $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}$

2. பின்வரும் பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

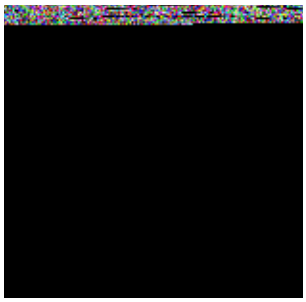
a. $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{5}$ b. $\frac{19}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

3. கீழ்க்காணும் பின்னங்களை இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

a. $\frac{25}{16}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4}, \frac{17}{32}$ b. $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{4}$

© NCERT not to be republished

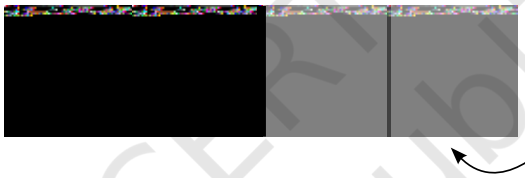
7.8 பின்னங்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்



மீனாவின் அப்பா கொஞ்சம் செய்தார் சிக்கி. மீனா சாப்பிட்டாள் $\frac{1}{2}$ அதையும் அவள் தம்பியும் சாப்பிட்டார்கள் $\frac{1}{4}$ அதை. மொத்தத்தில் எவ்வளவு சிக்கி செய்தார் மீனாவும் அவள் அண்ணனும் சேர்ந்து சாப்பிடுவார்களா?

அதை கற்பனை செய்வதன் மூலம் நாம் பதிலுக்கு வரலாம். ஒரு துண்டு எடுத்துக்கொள்வோம் சிக்கி அதை முதலில் இப்படி இரண்டு பகுதிகளாக பிரிக்கவும்.

மீனா சாப்பிட்டாள் $\frac{1}{2}$ என படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



இப்போது மீதமுள்ள பாதியை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மேலும் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். இந்த துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் $\frac{1}{4}$ முழுமையின் சிக்கி.

மீனாவின் அண்ணன் சாப்பிட்டார் $\frac{1}{4}$ முழுமையின் சிக்கி, உள்ளது என படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

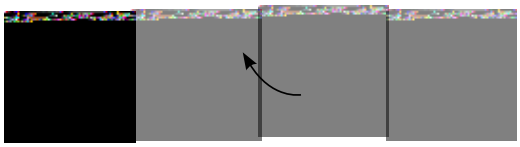
மொத்தம் சிக்கி உண்பது என்பது $\frac{1}{2}$ (மீனா) மற்றும் $\frac{1}{4}$ (அண்ணன்)

மொத்தம் சிக்கி சாப்பிட்டேன்

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$= 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.



மொத்தத்தில் எவ்வளவு சிக்கி எஞ்சியிருக்கிறதா?

© NCERT not to be republished

ஒரே பின்ன அலகு அல்லது பகுதியுடன் கொண்ட பின்னங்களைக் கூட்டுதல்

உதாரணம்: $\frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{5}$ இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டறியவும்.

செவ்வகக் கீற்றுகளைப் பயன்படுத்தி இரண்டையும் குறிப்போம். இரண்டு பின்னங்களிலும், பின்ன அலகு $\frac{1}{5}$, ஆகும், எனவே, ஒவ்வொரு பட்டையும் 5 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்படும்.

எனவே $\frac{2}{5}$ என்பது -

மற்றும் $\frac{1}{5}$ என்பது -

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு பின்னங்களைக் கூட்டுவது, ஒவ்வொன்றும் ஒரே பின்ன அலகுன $\frac{1}{5}$ ஐக் குறிக்கும் மொத்த நிழல் பகுதிகளின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறிவதற்குச் சமம்.

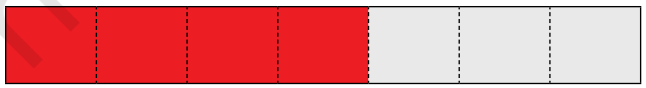
இந்த வழக்கில், நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 3 ஆகும். ஏனெனில், ஒவ்வொருவரும் நிழலிடப்பட்ட பகுதி பின்ன அலகைக் குறிக்கிறது $\frac{1}{5}$, ஐக் குறிப்பதால், 3 நிழல் பகுதிகள் ஒன்றாக பின்னம் $\frac{3}{5}$ ஐக் குறிப்பதைக் காண்கிறோம்.

எனவே $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$?

உதாரணம்: $\frac{4}{7}$ மற்றும் $\frac{6}{7}$ இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடி

செவ்வக துண்டு மாதிரியைப் பயன்படுத்தி இரண்டையும் மீண்டும் குறிப்பிடுவோம். இங்கே இரண்டு பின்னங்களும், பின்ன அலகு ஒன்றே, அதாவது, $\frac{1}{7}$, எனவே ஒவ்வொரு பட்டையும் 7 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்படும்.

அப்பொழுது $\frac{4}{7}$ என குறிப்பிடப்படும் -

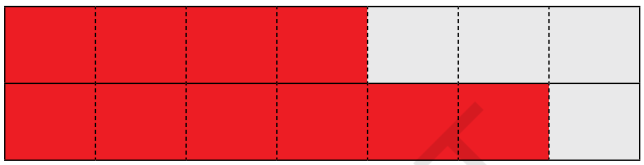


© NCERT not to be republished

மற்றும் $\frac{6}{7}$ என குறிப்பிடப்படும் -

இந்த நிகழ்வில், நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 10 ஆகும், மேலும் ஒவ்வொரு நிழலிடப்பட்ட பகுதியும் பின்ன அலகு $\frac{1}{7}$ ஐக் குறிக்கிறது, எனவே, 10 நிழலிடப்பட்ட பகுதிகள் ஒன்றாக இங்கே காணப்படுவது போல் பின்னம் $\frac{10}{7}$ ஐக் குறிக்கின்றன.

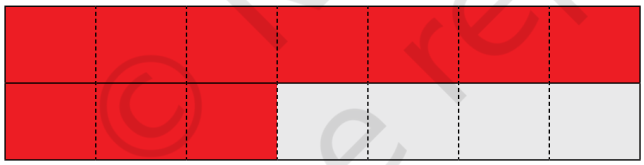
ஒரே பின்ன அலகுடன் பின்னங்களைக் கூட்டும்போது, ஒவ்வொரு பின்னத்திலிருந்தும் பின்ன அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டவும்.



எனவே $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$

$= 1 + \frac{3}{7}$

$= 1\frac{3}{7}$.



எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி $\frac{4}{7} + \frac{6}{7}$ ஐக் கூட்ட முயற்சிக்கவும். உங்களுக்கு ஒரே பதில் கிடைக்குமா?

வெவ்வேறு பின்ன அலகுகள் அல்லது பகுதிகளுடன் பின்னங்களைச் சேர்த்தல்

உதாரணம்: இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடி $\frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{3}$.

வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளுடன் பின்னங்களைச் சேர்க்க, முதலில் மாற்றவும் பின்னங்கள் ஒரே பகுதி அல்லது பின்ன அலகு கொண்ட சமான பின்னங்களாக.

© NCERT not to be republished

இந்த வழக்கில், பொதுவான வகுப்பை உருவாக்கலாம் 3 × 4 = 12, என உருவாக்கலாம், அதாவது, பின்ன அலகு $\frac{1}{12}$ உடன் சமமான

பின்னங்களைக் காணலாம்.

கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் சமான பின்னத்தை எழுதுவோம்.

$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$, $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}$.

இப்பொழுது $\frac{3}{12}$ மற்றும் $\frac{4}{12}$ ஒரே பின்ன அலகைப் பெற்றிருக்கும். $\frac{1}{12}$.

எனவே $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$.

எந்தவொரு பின்னங்களின் எண்ணிக்கையையும் கூட்டுவதற்கு வேலை செய்யும் இந்தக் கூட்டல் முறை, முதலில் பிரம்மகுப்தரால் வெளிப்படையாக விவரிக்கப்பட்டது கி.பி. 628 ஆம் ஆண்டில் பின்னங்களின் வளர்ச்சியின் வரலாற்றை பின்னர் அத்தியாயத்தில் விரிவாக விவரிப்போம். இப்போதைக்கு, நாம் பிரம்மகுப்தரின் பின்னக் கூட்டல் முறையின் படிகளைச் சுருக்கமாகக் கூறுகிறோம்.

பிரம்மகுப்தரின் பின்னக் கூட்டல் முறை

1. அனைத்து பின்னங்களுக்கும் பின்ன அலகு பொதுவானதாக இருக்கும் வகையில் சமமான பின்னங்களைக் கண்டறியவும். வகுகளின் பொதுவான பெருக்கல் (எ.கா., வகுகளின் பெருக்கல் அல்லது வகுகளின் மிகச் சிறிய பொது மடங்கு) கண்டுபிடிப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்).
2. இந்த சமமான பின்னங்களை ஒரே பின்ன அலகுகளுடன் சேர்க்கவும். எண்களைக் கூட்டி அதே வகுத்தல் முறையை வைத்திருப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.
3. தேவைப்பட்டால் முடிவை மிகக் குறைந்த சொற்களில் வெளிப்படுத்தவும்.

பிரம்மகுப்தரின் வழிமுறைக்கு மற்றொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம்: $\frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{5}$ இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடி.

கொடுக்கப்பட்ட பின்னங்களின் பகுதிகள் 3 மற்றும் 5 ஆகும். மிகக் குறைவு 3 மற்றும் 5 இன் பொதுவான பெருக்குகள் 15 ஆகும். அதைப் பார்க்கிறோம்

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$, $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$.

© NCERT not to be republished

எனவே $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$.

உதாரணம்: $\frac{1}{6}$ மற்றும் $\frac{1}{3}$ இன் கூட்டுத்தொகையைக் கண்டுபிடி.

6 மற்றும் 3 இன் மிகச்சிறிய பொது பெருக்கல் 6 ஆகும்.

$\frac{1}{6}$ இருக்கும் $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

எனவே $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$.

தேவைப்பட்டால், பின்னம் $\frac{3}{6}$ ஐ இப்போது மிகக் குறைந்த சொற்களில் மீண்டும் வெளிப்படுத்தலாம். தொகுதி மற்றும் வகுத்தல் இரண்டையும் 3 ஆல் வகுப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம் (3 மற்றும் 6 இன் மிகப்பெரிய பொதுவான காரணி):

$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$.

எனவே $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பிரம்மகுப்தரின் முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் பின்னங்களைக் கூட்டவும்:

   a. $\frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ b. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{2}{7}$ e. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

   f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ g. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ h. $\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$ i. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4}$ j. $\frac{8}{3} + \frac{2}{7}$

   k. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ l. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$ m. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6}$

2. ரஹீம் $\frac{2}{3}$ லிட்டர் மஞ்சள் வண்ணப்பூச்சை $\frac{3}{4}$ லிட்டர் நீல வண்ணப்பூச்சு பச்சை வண்ணப்பூச்சு செய்யுங்கள். அவர் செய்த பச்சை வண்ணப்பூச்சின் அளவு என்ன?

3. கீதா $\frac{2}{5}$ மீட்டர் சரிகை வாங்கினார், ஷமிம் $\frac{3}{4}$ மீமீட்டர் அதே சரிகை வாங்கினார், 1 மீட்டர் சுற்றளவு கொண்ட ஒரு மேஜை துணியில் முழுமையான பார்டரை வைக்க. அவர்கள் இருவரும் வாங்கிய லேஸின் மொத்த நீளத்தைக் கண்டறியவும். லேஸ் முழு பார்டரையும் மறைக்க போதுமானதாக இருக்குமா?

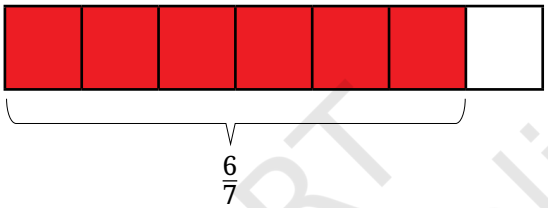
© NCERT not to be republished

ஒரே பின்ன அலகு அல்லது பகுதி கொண்ட பின்னங்களைக் கழித்தல்

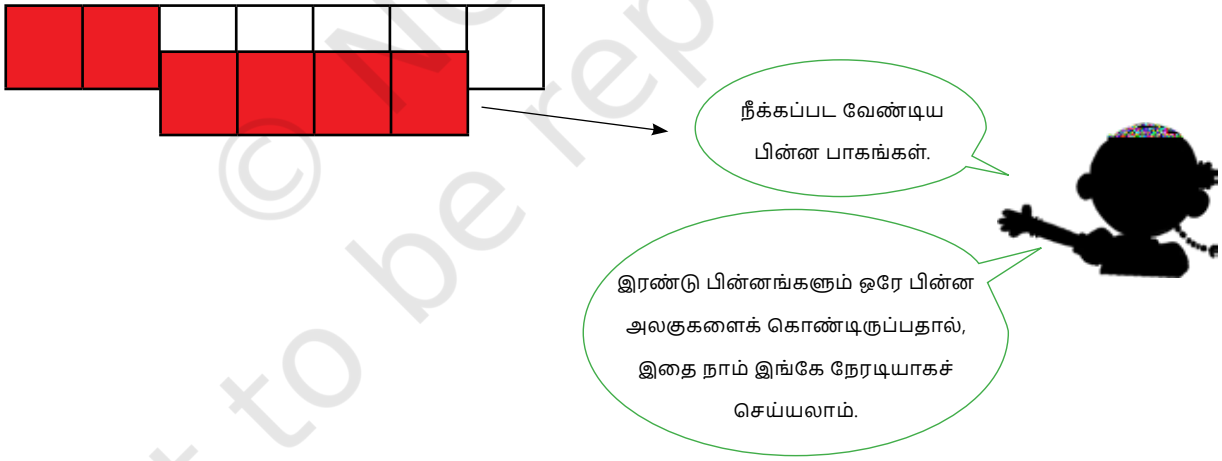
பிரம்மகுப்தரின் முறை பின்னங்களைக் கழிக்கும் போதும் பொருந்தும்!

$\frac{4}{7}$ இலிருந்துது $\frac{6}{7}$, ஐக் கழிப்பதில் உள்ள சிக்கலுடன் தொடங்குவோம், அதாவது $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$ என்றால் என்ன??

இந்த சிக்கலை தீர்க்க, நாம் மீண்டும் செவ்வக கீற்றுகளைப் பயன்படுத்தலாம். இரண்டு பின்னங்களிலும், பின்ன அலகு ஒன்றே, அதாவது, $\frac{1}{7}$. முதலில் ஒரு செவ்வகப் பட்டையைப் பயன்படுத்தி பெரிய பின்னத்தைக் குறிப்பிடுவோம் காட்டப்பட்டுள்ளபடி மாதிரி:



ஒவ்வொரு நிழலிடப்பட்ட பகுதியும் $\frac{1}{7}$ ஐக் குறிக்கிறது. இப்போது, நாம் $\frac{4}{7}$ ஐக் கழிக்க வேண்டும். இதைச் செய்ய நிழலிடப்பட்ட 4 பகுதிகளை அகற்றுவோம்:



எனவே, நமக்கு 2 நிழல் பகுதிகள் உள்ளன, அதாவது, $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$.

எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி இதே பயிற்சியைச் செய்ய முயற்சிக்கவும்.

© NCERT not to be republished

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$ 2. $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ 3. $\frac{10}{27} - \frac{1}{27}$

வெவ்வேறு பின்ன அலகுகள் அல்லது பகுதிகளைக் கொண்டு பின்னங்களைக் கழித்தல்

உதாரணம்: $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ என்றால் என்ன??

ஒரே பின்ன அலகுகளைக் கொண்ட பின்னங்களைக் கழிப்பதற்கான நடைமுறையை நாம் ஏற்கனவே அறிந்திருப்பதால், கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் ஒரே பின்ன அலகுகளைக் கொண்ட சமமான பின்னங்களாக மாற்றுவோம்.

$\frac{3}{4} = \frac{(3\times3)}{(4\times3)} = \frac{9}{12}$

ஆம்! இதைச் செய்வதன் மூலம் நாம் இரண்டு பின்னங்களையும் எளிதாகக் கழிக்க முடியும்.

சிந்தித்துப் பாருங்கள்! தொகுதி மற்றும் பகுதி இரண்டையும் 3 ஆல் பெருக்க நாம் ஏன் தேர்வு செய்தோம்?

இதேபோல்,
$\frac{2}{3} = \frac{(2\times4)}{(3\times4)} = \frac{8}{12}$.

மீண்டும்! இங்கே தொகுதி மற்றும் பகுதி இரண்டையும் 4 ஆல் பெருக்க நாம் ஏன் தேர்வு செய்தோம்?

எனவே $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$.

இரண்டு பின்னங்களைக் கழிக்க பிரம்மகுப்தரின் முறை -

1. கொடுக்கப்பட்ட பின்னங்களை ஒரே பின்ன அலகு கொண்ட சமமான பின்னங்களாக மாற்றவும், அதாவது அதே பகுதி.
2. ஒரே பின்ன அலகுகளைக் கொண்ட பின்னங்களின் கழித்தலை மேற்கொள்ளவும். தொகுதிகளைக் கழித்து அதே பகுதியை வைப்பதன் மூலம் இதைச் செய்யலாம்.
3. தேவைப்பட்டால் முடிவை மிகக் குறைந்த சொற்களில் எளிமைப்படுத்துங்கள்.

© NCERT not to be republished

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பிரம்மகுப்தரின் முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் கழித்தல்களைச் செய்யவும்:

   a. $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$ b. $\frac{2}{5} - \frac{4}{15}$ c. $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$ d. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

2. குறிப்பிட்டுள்ளபடி கழிக்கவும்:

   a. $\frac{13}{4}$ இருந்து $\frac{10}{3}$ b. $\frac{18}{5}$ இருந்து $\frac{23}{3}$ c. $\frac{29}{7}$ இருந்து $\frac{45}{7}$

3. பின்வரும் சிக்கல்களைத் தீர்க்கவும்:

   a. ஜெயாவின் பள்ளி $\frac{7}{10}$ அவள் வீட்டிலிருந்து கி.மீ. இதற்காக ஆட்டோவில் செல்கிறாள் $\frac{1}{2}$ மீதமுள்ள தூரத்தை நடந்து சென்று பள்ளிக்கு அழைத்துச் செல்கிறார். பள்ளியை அடைய அவள் தினமும் எவ்வளவு நடக்கிறாள்?

   b. ஜீவிகா எடுக்கிறார் $\frac{10}{3}$ பூங்காவை முழுமையாக சுற்றி வர சில நிமிடங்கள் ஆகும், அவரது நண்பர் நமித் எடுக்கிறார் $\frac{13}{4}$ அதையே செய்ய நிமிடங்கள். யார் குறைந்த நேரம், எவ்வளவு எடுத்துக்கொள்கிறார்கள்?

7.9 ஒரு சிறு வரலாறு

பண்டைய இந்தியாவில் ஒரு பின்னம் என்ன அழைக்கப்பட்டது தெரியுமா? என்று அழைக்கப்பட்டது பின்னா சமஸ்கிருதத்தில் 'உடைந்தது' என்று பொருள். என்றும் அழைக்கப்பட்டது பாகா அல்லது அன்ஷா 'பகுதி' அல்லது 'துண்டு' என்று பொருள்.

இன்று நாம் பின்னங்களை எழுதும் முறை, உலகளவில், இந்தியாவில் தோன்றியது. பண்டைய இந்திய கணித நூல்களில், பக்ஷிலி கையெழுத்துப் பிரதி (கி.பி. 300 ஆம் ஆண்டிலிருந்து), அவர்கள் எழுத விரும்பிய போது $\frac{1}{2}$, அவர்கள் எழுதினார்கள் என அது $\frac{1}{2}$ இது உண்மையில் இன்று நாம் எழுதும் விதத்திற்கு

மிகவும் ஒத்திருக்கிறது! பின்னங்களுடன் எழுதுவதற்கும் வேலை செய்வதற்கும் இந்த முறை தொடர்ந்து பயன்படுத்தப்பட்டது ஆரியபட்டா (கி.பி. 499), பிரம்மகுப்தர் (கி.பி.628), ஸ்ரீதாராச்சாரியார் (கி.பி.750) மற்றும் மகாவீராச்சாரியார் (கி.பி. 850) உட்பட அடுத்த பல நூற்றாண்டுகளுக்கு இந்தியாவில் இருந்தார். ' இல் உள்ள தொகுதிக்கும் பகுதிக்கும் இடைப்பட்ட கோட்டுத்துண்டு $\frac{1}{2}$' பின்னர்

© NCERT not to be republished

மொராக்கோ கணிதவியலாளரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது அல்-ஹசார் (12 ஆம் நூற்றாண்டில்). அடுத்த சில நூற்றாண்டுகளில் இந்த குறியீடு பின்னர் ஐரோப்பாவிற்கும் உலகெங்கிலும் பரவியது.

பண்டைய எகிப்திய மற்றும் பாபிலோனிய நாகரிகங்கள் போன்ற பிற கலாச்சாரங்களிலும் பின்னங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன, ஆனால் அவை முதன்மையாக பின்ன அலகுகளை மட்டுமே பயன்படுத்தின, அதாவது தொகுதியில் 1 கொண்ட பின்னங்கள். மேலும் பொதுவான பின்னங்கள் பின்ன அலகுகளின் கூட்டுத்தொகைகளாக வெளிப்படுத்தப்பட்டன, அவை இப்போது 'எகிப்திய பின்னங்கள்' என்று அழைக்கப்படுகின்றன. பின்னங்களின் கூட்டுத்தொகையாக எண்களை எழுதுதல் அலகுகள், எ.கா. $\frac{19}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$, ஒரு கலை இருக்க முடியும் மற்றும் அழகான வழிவகுக்கிறது புதிர்கள். அத்தகைய ஒரு புதிரை கீழே பார்ப்போம்.

பொது பின்னங்கள் (இதில் எண் 1 ஆக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை) முதன்முதலில் இந்தியாவில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டன.கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் பின்னங்களின் வகுத்தல் போன்ற எண்கணித செயல்பாடுகளின் விதிகள். 'சுல்பா-சூத்திரங்கள்' என்று அழைக்கப்படும் பண்டைய இந்திய நூல்கள், வேத காலங்களில்கூட, இந்தியர்கள் பின்னங்களைக் கொண்டு செயல்படுவதற்கான விதிகளைக் கண்டுபிடித்தனர் என்பதைக் காட்டுகிறது. பின்னங்களுடன் பணிபுரிவதற்கும் கணக்கிடுவதற்கும் பொது விதிகள் மற்றும் நடைமுறைகள் முதன்முதலில் பிரம்மகுப்தரால் முறையாக மற்றும் நவீன வடிவத்தில் தொகுக்கப்பட்டன.

பின்னங்களுடன் பணிபுரிவதற்கும் கணக்கிடுவதற்கும் பிரம்மகுப்தரின் முறைகள் இன்றும் நாம் பயன்படுத்துகிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, பிரம்மகுப்தர் பின்னங்களை எவ்வாறு கூட்டுவது மற்றும் கழிப்பது என்பதை பின்வருமாறு விவரித்தார்:

"ஒவ்வொரு பின்னத்தின் பகுதியையும் மற்ற பகுதிகளால் பெருக்குவதன் மூலம், பின்னங்கள் ஒரு பொதுவான பகுதியாகக் குறைக்கப்படுகின்றன. பின்னர், கூட்டல் எனில், எண்கள் (மேற்கண்ட குறைப்புக்குப் பிறகு பெறப்பட்டவை) சேர்க்கப்படுகின்றன. கழித்தல் விஷயத்தில், அவற்றின் வேறுபாடு எடுக்கப்படுகிறது. (பிரம்மகுப்தர், பிரம்மஸ்புதசித்தாந்தம், வசனம் 12.2, 628 CE)

பின்னங்களை உள்ளடக்கிய இந்திய கருத்தாக்கங்கள் மற்றும் முறைகள் அடுத்த சில நூற்றாண்டுகளில் அரேபியர்கள் வழியாக ஐரோப்பாவிற்கு அனுப்பப்பட்டன, மேலும் அவை 17 ஆம் நூற்றாண்டில் ஐரோப்பாவில் பொதுவான பயன்பாட்டிற்கு வந்தன, பின்னர் உலகம் முழுவதும் பரவின.

© NCERT not to be republished

புதிர்!

பின்ன அலகுகளைக் கூட்டி கூட்டுத்தொகை 1 பெறுவது எளிது, உதாரணமாக, ஒரே பின்ன அலகைப் பயன்படுத்தினால். எடுத்துக்காட்டாக,

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$, முதலியன.

இருப்பினும், 1 ஐப் பெற வேறுபட்ட பின்ன அலகுகளைச் சேர்ப்பதற்கான வழியைப் பற்றி நீங்கள் சிந்திக்க முடியுமா?

1 ஐப் பெற இரண்டு வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைக் கூட்ட முடியாது. காரணம் இதுதான் $\frac{1}{2}$ என்பது மிகப்பெரிய பின்ன அலகு, மற்றும் $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைப் பெற, நாம் குறைந்தது ஒன்றையாவது மாற்ற வேண்டும் $\frac{1}{2}$சில சிறிய பின்ன அலகுடன் உள்ளது - ஆனால் கூட்டுத்தொகை 1 க்கும் குறைவாக இருக்கும்! எனவே, இரண்டு வெவ்வேறு பின்ன அலகுகள் 1 வரை கூட்ட முடியாது.

அதற்கு பதிலாக 1 ஐ மூன்று வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளின் கூட்டுத்தொகையாக எழுதுவதற்கான வழியைத் தேட முயற்சிக்கலாம்.

முயற்சி செய்

1. 1 இன் கூட்டு மூன்று வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

   இந்த சிக்கலுக்கு ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டுமே உள்ளது (3 பின்னங்களின் வரிசையை மாற்றுவது வரை)! உங்களால் அதைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? மேற்கொண்டு படிக்கும் முன் அதைக் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும்.

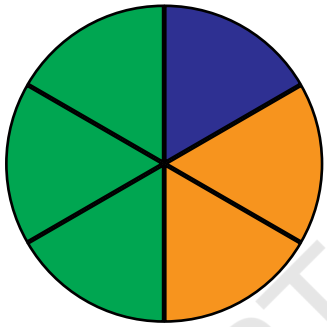
தீர்வு காண ஒரு முறையான வழி இங்கே. என்பதை நாம் அறிவோம் $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$. பின்ன அலகுகள் வேறுபட்டிருக்க, நாம் குறைந்தது ஒன்றை அதிகரிக்க வேண்டும் $\frac{1}{3}$'கள், மற்றும் மற்றொன்றில் குறைந்தது ஒன்றையாவது குறைக்கவும் $\frac{1}{3}$அந்த அதிகரிப்பை ஈடுகட்ட வேண்டும். அதிகரிக்க ஒரே வழி $\frac{1}{3}$ மற்றொரு பின்ன அலகு அதை ஆல் மாற்றுவதாகும் $\frac{1}{2}$. எனவே $\frac{1}{2}$ பின்ன அலகுகளில் ஒன்றாக இருக்க வேண்டும்.

இப்பொழுது $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$. பின்ன அலகுகள் வேறுபட்டிருக்க, நாம் இவற்றில் ஒன்றை அதிகரிக்க வேண்டும் $\frac{1}{4}$இன் மற்றும் மற்றொன்று குறைக்கவும் $\frac{1}{4}$ அந்த அதிகரிப்பை ஈடுகட்ட வேண்டும். இப்போது அதிகரிக்க ஒரே வழி $\frac{1}{4}$ மற்றொரு

© NCERT not to be republished

பின்ன அலகுக்கு, இது வேறுபட்டது $\frac{1}{2}$, அதை மாற்ற வேண்டும் $\frac{1}{3}$. எனவே பின்னங்களில் இரண்டு இருக்க வேண்டும் $\frac{1}{2}$ மற்றும் $\frac{1}{3}$! அப்படியானால் மூன்றாவது பின்னம் என்னவாக இருக்க வேண்டும், அதனால் மூன்று பின்னங்களும் 1 ஆக இருக்கும்?

மேற்கண்ட பிரச்சினைக்கு ஒரே ஒரு தீர்வு ஏன் உள்ளது என்பதை இது விளக்குகிறது.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

முயற்சி செய்

கூட்டும் நான்கு வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைத் தேடினால் என்ன ஆகும் 1 க்கு?

2. 1 ஐக் கூட்டும் நான்கு வெவ்வேறு பின்ன அலகுகளைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

இந்த பிரச்சனைக்கு ஆறு தீர்வுகள் உள்ளன என்று மாறிவிடும்! அவர்களில் ஒருவரையாவது நீங்கள் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? அவை அனைத்தையும் கண்டுபிடிக்க முடியுமா? இரண்டு மற்றும் மூன்று பின்ன அலகுகளின் நிகழ்வுகளைப் போலவே இதேபோன்ற பகுத்தறிவைப் பயன்படுத்த முயற்சி செய்யலாம் - அல்லது உங்கள் சொந்த முறையைக் கண்டறியவும்!

நீங்கள் ஒரு தீர்வைக் கண்டறிந்ததும், அதைக் காட்சிப்படுத்த மேலே உள்ள படத்தில் உள்ளதைப் போல ஒரு வட்டத்தை பகுதிகளாகப் பிரிக்க முயற்சிக்கவும்!

© NCERT not to be republished

சுருக்கம்

- **சம பங்காக பின்னம்:** ஒரு முழு எண்ணிக்கையிலான அலகுகள் சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு சமமாகப் பகிரப்படும்போது, a **பின்னம்** முடிவுகள்.
- **பின்ன அலகுகள்:** ஒரு முழு அடிப்படை அலகு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டால், ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரு என்று அழைக்கப்படுகிறது **பின்ன அலகு.**
- **பின்னங்களைப் படித்தல்:** போன்ற ஒரு பின்னத்தில் $\frac{5}{6}$, 5 என்று அழைக்கப்படுகிறது **தொகுதி** மற்றும் 6 என்று அழைக்கப்படுகிறது **பகுப்பு.**
- **கலப்பு பின்னங்கள்** ஒரு முழு எண் பகுதி மற்றும் ஒரு பின்ன பகுதியைக் கொண்டுள்ளது.
- **எண் கோடு:** பின்னங்களை எண் கோட்டில் காட்டலாம். ஒவ்வொரு பின்னமும் எண் கோட்டில் அதனுடன் தொடர்புடைய ஒரு புள்ளியைக் கொண்டுள்ளது.
- **சமான பின்னங்கள்:** இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பின்னங்கள் ஒரே பங்கு அல்லது எண்ணைக் குறிக்கும்போது, அவை அழைக்கப்படுகின்றன **சமான பின்னங்கள்**.
- **குறைந்த விதிமுறைகள்:** 1 ஐத் தவிர வேறு எந்தப் பொதுக் காரணியும் இல்லாத பகுதியின் தொகுதி குறைந்த விதிமுறைகள் அல்லது அதன் எளிமையான வடிவம்.
- **பின்னங்களைச் சேர்ப்பதற்கான பிரம்மகுப்தரின் முறை:** பின்னங்களைச் சேர்க்கும்போது, அவற்றை ஒரே பின்ன அலகு (அதாவது, அதே பகுதி) கொண்ட சமமான பின்னங்களாக மாற்றவும், பின்னர் கூட்டுத்தொகையைப் பெற ஒவ்வொரு பின்னத்திலும் பின்ன அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டவும். ஒரே பகுதியை வைத்துக் கொண்டு எண்களைக் கூட்டுவதன் மூலம் இது நிறைவேற்றப்படுகிறது.
- **பின்னங்களைக் கழிப்பதற்கான பிரம்மகுப்தரின் முறை:** பின்னங்களைக் கழிக்கும்போது, அவற்றை ஒரே பின்ன அலகு (அதாவது, அதே பகுதி) கொண்ட சமமான பின்னங்களாக மாற்றவும், பின்னர் பின்ன அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் கழிக்கவும். ஒரே பகுதியை வைத்துக் கொண்டு எண்களைக் கழிப்பதன் மூலம் இது நிறைவேற்றப்படுகிறது.

© NCERT not to be republished