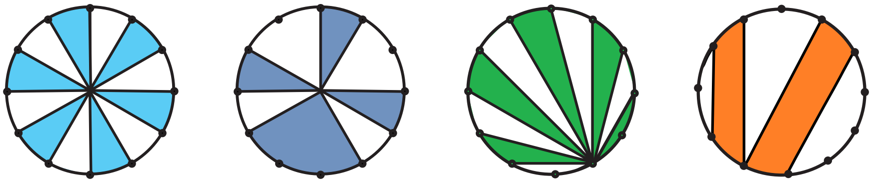


4674CH07

7

کسری اعداد
(Fractions)

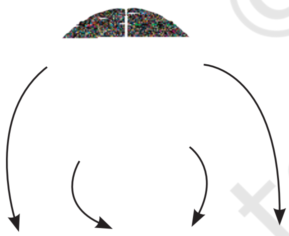
یاد کیجیے جب چیزوں کی مکمّل تعداد کچھ لوگوں میں برابر حصوں میں بانٹی جاتی ہیں، تو ہمیں کسری اعداد بتاتے ہیں کہ ہر حصے کی مقدار کتنی ہے۔

شبنم — کیا آپ کو یاد ہے، اگر ایک روٹی دو بچوں کے بیچ برابر حصوں میں تقسیم کی جاتی ہے تو ہر بچے کو کتنی روٹی ملے گی؟

مکتا — ہر بچے کو آدھی روٹی ملے گی۔

شبنم — کسری اعداد (Fraction) 'نصف' کو $\frac{1}{2}$ لکھا جاتا ہے۔ کبھی کبھی ہم اسے ایک بٹا دو بھی پڑھتے ہیں۔

مکتا — اگر ایک روٹی 4 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کی جاتی ہے، تو ہر ایک بچہ کو کتنی روٹی ملے گی؟



شبنم — ہر بچے کے حصے میں $\frac{1}{4}$ روٹی آئے گی۔

مکتا — اور کون سا زیادہ ہے $\frac{1}{2}$ روٹی یا $\frac{1}{4}$ روٹی؟

شبنم — جب 2 بچوں کے بیچ میں 1 روٹی برابر حصّوں میں تقسیم کی جاتی ہے، تو ہر بچے کو $\frac{1}{2}$ روٹی ملے گی۔ جب 1 روٹی 4 بچوں کے بیچ میں تقسیم کی جائے گی تو ہر بچے کے حصّے میں $\frac{1}{4}$ روٹی آئے گی۔

دوسرے گروپ میں یہ ایک روٹی زیادہ بچوں میں تقسیم کی جاتی ہے، اس گروپ کے ہر بچے کو کم حصہ ملتا ہے، اس لیے $\frac{1}{2}$ روٹی $\frac{1}{4}$ روٹی سے زیادہ ہے۔

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

© NCERT not to be republished

7.1 کسری اکائیاں اور برابر کے حصے

بینی — کون سا کسری عدد بڑا ہے؟ $\frac{1}{5}$ یا $\frac{1}{9}$؟

ارون — 9، 5 سے بڑا ہے۔ تو میرا اندازہ ہے کہ $\frac{1}{9}$، $\frac{1}{5}$ سے بڑا ہوگا۔ کیا میں صحیح ہوں؟

بینی — نہیں! یہ ایک عام غلطی ہے۔ ان کسری اعداد کو حصوں کی طرح سوچو۔

ارون — اگر ایک روٹی 5 بچوں میں تقسیم کی گئی تو ہر ایک کے حصے میں $\frac{1}{5}$ روٹی آئے گی۔ اگر ایک روٹی 9 بچوں میں تقسیم کی جاتی ہے تو ہر ایک کے حصے میں $\frac{1}{9}$ روٹی آئے گی۔

بینی — بالکل صحیح! اب دوبارہ سوچو۔ کون سا حصہ زیادہ ہوگا؟

ارون — اگر میں زیادہ لوگوں کے ساتھ تقسیم کروں گا تو مجھے کم ملے گی۔ اس لیے $\frac{1}{5} > \frac{1}{9}$ ۔

بینی — تم سمجھ گئے!

> اچھا تو $\frac{1}{100}$، $\frac{1}{200}$ سے بڑا ہے!

جب ایک اکائی کو کئی برابر حصوں میں تقسیم کرتے ہیں، تو ہر حصہ کسری اکائی (Fractional unit) کہلاتا ہے۔ یہ سبھی کسری اکائیاں ہیں:

$\frac{1}{2}$، $\frac{1}{3}$، $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{5}$، $\frac{1}{6}$، ...، $\frac{1}{10}$، ...، $\frac{1}{50}$، ...، $\frac{1}{100}$، وغیرہ۔

کبھی کبھی کسری اکائیوں کو ہم، '**کسری اعداد**' بھی کہتے ہیں۔

معلوم کیجیے

خالی جگہوں کو کسری اعداد سے پُر کیجیے۔

ریاضی بات چیت

1. چار امرود کا وزن ایک کلوگرام ہے۔ اگر موٹے طور پر وہ ایک ہی سائز کے ہیں، تو ہر امرود کا وزن ____ کلوگرام ہوگا۔

2. ایک تھوک سامان کا تاجر ایک کلوگرام چاول کو برابر وزن کے چار پیکٹ میں پیک کرتا ہے۔ ہر ایک پیکٹ کا وزن ____ کلوگرام ہوگا۔

© NCERT not to be republished

ریاضی بات چیت

3. چار دوستوں نے 3 گلاس گنّنے کا رس منگایا اور اس کو آپس میں برابر برابر تقسیم کر لیا۔ ہر ایک نے ـــــــ گلاس گنّنے کا رس پیا۔

4. ایک بڑی مچھلی کا وزن $\frac{1}{2}$ کلوگرام ہے۔ چھوٹی مچھلی کا وزن $\frac{1}{4}$ کلوگرام ہے۔ دونوں کا وزن مل کر ـــــــ کلوگرام ہوگا۔

ماضی سے معلومات!

کسری اعداد کا نام اور استعمال ہندوستان میں قدیم زمانے سے ہوتا آرہا ہے۔ رِگ وید میں کسری اعداد $\frac{3}{4}$ کو ’تری-پدا‘ کہا گیا ہے۔ اس کا وہی مطلب ہے جو آج بھی بہت سی ہندوستانی زبانوں میں $\frac{3}{4}$ کے لیے استعمال ہوتا ہے، مثال کے طور پر ہندی بول چال کی زبان میں، ’تین پاؤ‘ اور تمل میں ’مکّال‘ (Mukkaal)۔ درحقیقت آج بہت سی ہندوستانی زبانوں میں استعمال ہونے والے کسری اعداد کے الفاظ قدیم زمانے سے چلے آرہے ہیں۔

معلوم کیجیے کہ آپ کے گھر، شہر یا صوبہ میں بولی جانے والی مختلف زبانوں میں کسری اعداد کے لیے کون سے الفاظ استعمال ہوتے ہیں۔ اپنے دادا دادی، والدین، اساتذہ اور ہم جماعتوں سے پوچھیے کہ وہ مختلف کسری اعداد کے لیے کون سے الفاظ استعمال کرتے ہیں، جیسے کہ ڈیڑھ، تین چوتھائی، سوا، آدھا، پاؤ اور اڑھائی اور انھیں یہاں لکھیے:

---

5. ذیل میں خالی خانوں میں چھوٹے سے بڑے تک کسری اعداد کے الفاظ کو سائز کے اعتبار سے ترتیب دیجیے:

ایک اور آدھا، تین چوتھائی، ایک اور ایک چوتھائی، آدھا، پاؤ اور اڑھائی۔

اپنا جواب یہاں پر لکھیے

© NCERT not to be republished

7.2 کسی مکمل کے حصے کی شکل میں کسری اکائیاں

[redacted]

یہ تصویر ایک مکمل چِکّی کو ظاہر کرتی ہے۔

نیچے ایک مکمل چِکّی کو دو برابر حصوں میں توڑنے کی تصویر دکھائی گئی ہے۔ اصل چِکّی کا ہر حصہ کتنا ہوگا؟

ایک مکمل چِکّی

[redacted]

$\frac{3}{4}$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ بڑے حصے میں $\frac{1}{4}$ چِکّی والے 3 ٹکڑے ہیں۔ اس لیے ہم بڑے ٹکڑے کو کسری اکائی $\frac{1}{4}$ کا استعمال کرکے ناپ سکتے ہیں۔ ہم نے دیکھا کہ بڑا ٹکڑا $\frac{3}{4}$ چِکّی ہے۔

[redacted]

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

ایک مکمل چِکّی کو 6 برابر حصوں میں تراشا گیا۔

ایک مکمل چِکّی کو مختلف طریقے سے 6 برابر حصوں میں تراشا گیا۔

ریاضی بات چیت

ایک مکمل چِکّی کو مختلف طریقوں سے 6 برابر حصوں میں بانٹنے سے ہمیں مختلف شکلوں کے $\frac{1}{6}$ چِکّی کے ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں۔ کیا ان کا سائز ایک ہے؟

© NCERT not to be republished

مندرجہ ذیل چِکّی کی کسری اکائی کیا ہے؟

[redacted] [redacted]

یہ ٹکڑا ہمیں ایک مکمل چِکّی کو 3 برابر حصوں میں تقسیم کرنے سے حاصل ہوا۔اس لیے یہ $\frac{1}{3}$ چِکّی ہے۔

$\frac{1}{3}$

ایک مکمل چِکّی

معلوم کیجیے

مندرجہ ذیل تصویریں مکمل چِکّی کے مختلف کسری اکائیوں کو دکھاتی ہیں۔مکمل چِکّی کا ہر حصہ کتنا ہو گا؟

[redacted] [redacted] [redacted] [redacted]

a. b. c. d.

☐ ☐ ☐ ☐

[redacted] [redacted] [redacted]

e. f. g. h.

[redacted]

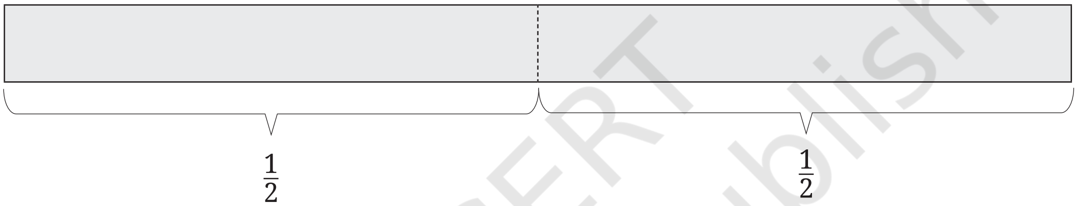
☐ ☐ ☐ ☐

© NCERT not to be republished

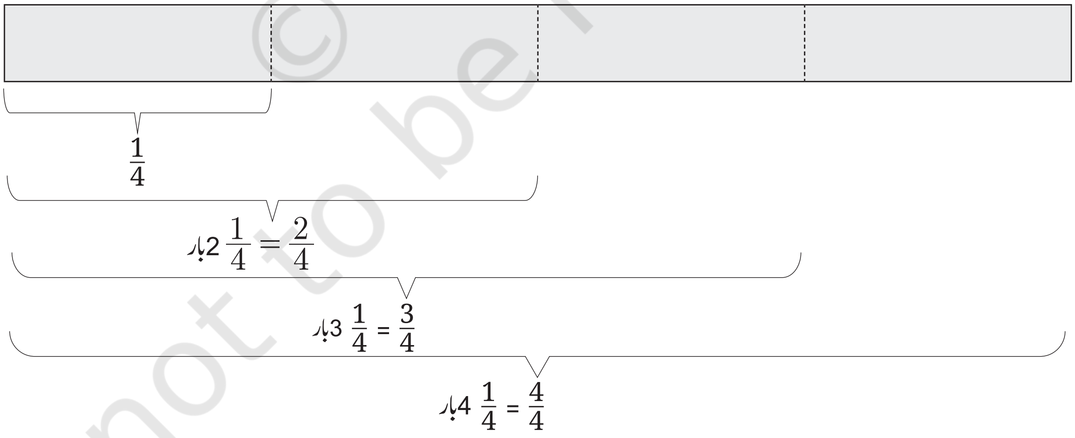
7.3 کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے پیمائش

کاغذ کی ایک پٹی لیجیے۔ ہم اس کاغذ کی پٹی کو ایک اکائی لمبی تصور کرتے ہیں۔

پٹی کو دو برابر حصّوں میں موڑیے اور پھر اس پٹی کو دوبارہ کھولیے۔ اگر پٹی کی لمبائی ایک اکائی مان لی جائے تو کریز کے ذریعے بننے والی پٹی کے دو نئے حصوں کی لمبائی کیا ہوگی؟

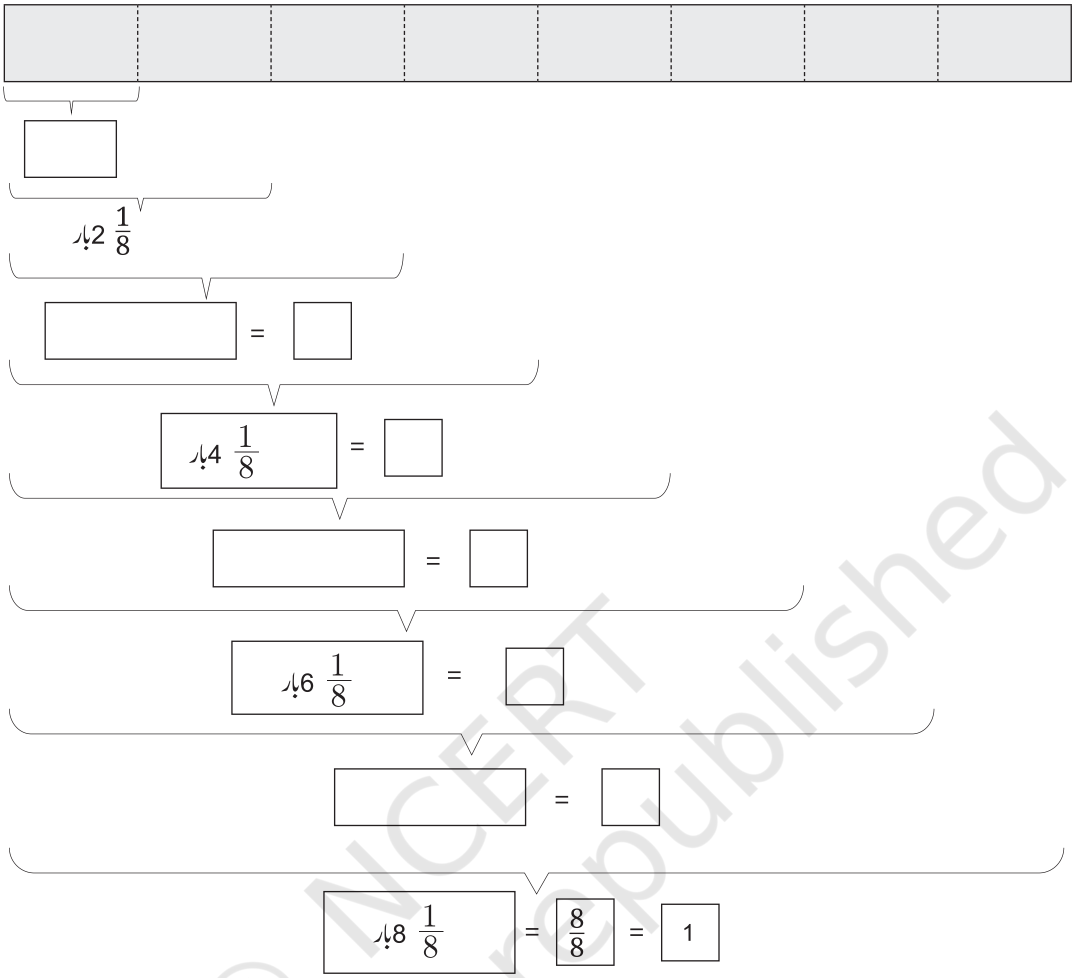


اگر آپ پہلے سے موڑی ہوئی پٹی کو دوبارہ دو برابر حصّوں میں موڑتے ہیں تو آپ کو کیا حاصل ہوگا ؟ آپ کو اب چار برابر حصے ملیں گے۔



اس کو ایک بار پھر سے دہرائیے! اور خالی جگہ کو بھریے۔

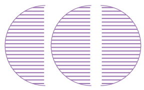
© NCERT not to be republished



کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے کسری مقدار کی پیمائش کی جاسکتی ہے۔

آیئے دوسری مثال دیکھتے ہیں،

یہ تصویر ایک مکمّل روٹی کو دکھاتی ہے

				
$\frac{1}{2}$ ایک بار نصف=	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ دو بار نصف=	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ تین بار نصف=	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ چار بار نصف=	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ پانچ بار نصف=

کسری اکائیوں کو ایک ساتھ جمع کر کے ہم بتا سکتے ہیں کہ مقدار کتنی ہے۔

© NCERT not to be republished

معلوم کیجیے

1. $\frac{1}{2}$ کے اس جدول کو مزید 2 مراحل تک جاری رکھیے۔
2. کیا آپ $\frac{1}{4}$ کے لیے ایسا ہی جدول بنا سکتے ہیں؟
3. کاغذ کی پٹی کا استعمال کر کے $\frac{1}{3}$ بنائیے۔ کیا اس پٹی کا استعمال آپ $\frac{1}{6}$ بنانے میں کر سکتے ہیں؟
4. ایک تصویر بنائیے اور مندرجہ ذیل کو دکھانے کے لیے اوپر کی طرح ایک اضافی بیان لکھیے:
   a. ایک روٹی کا $\frac{1}{4}$، 5 مرتبہ۔ b. ایک روٹی کا $\frac{1}{4}$، 9 مرتبہ۔
5. ہر ایک کسری اکائی کو اس کی صحیح تصویر سے ملائیے:

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$

کسری اعداد کو پڑھنا:
ہم عام طور پر کسری عدد $\frac{3}{4}$ کو 'تین چوتھائی' یا تین بٹا چار پڑھتے ہیں، لیکن اس کو "3 بار $\frac{1}{4}$" پڑھنے سے ہمیں کسری عدد کے سائز کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے کیوں کہ اس سے واضح ہوتا ہے کہ کسری اکائی ($\frac{1}{4}$) کیا ہے اور ایسی کتنی کسری اکائیاں ہیں۔

یاد کیجیے کسری اعداد، اوپر والے اعداد اور نیچے والے عدد کو ہم کیا کہتے ہیں۔ کسری عدد $\frac{5}{6}$ میں، 5 **شمار کنندہ** (Numerator) اور 6 **نسب نما** (Denominator) ہے۔

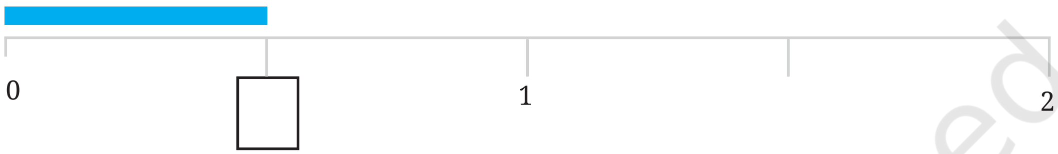
استاد کے لیے نوٹ
کسری اکائی کے تصور کو سمجھنے کے لیے بچوں کو مختلف شکلوں جیسے دائرے، مربع، مستطیل، مثلث کے ذریعے مواقع فراہم کیجیے۔

© NCERT not to be republished

7.4 کسری لمبائی کی عددی خط پر نشاندہی

ہم نے عددی خط پر 1، 2، 3،.... اکائیوں کے برابر لمبائیاں نشان زد کی ہیں۔ اب ہم عددی خط پر کسری اکائیوں کے برابر لمبائیوں کو نشان زد کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

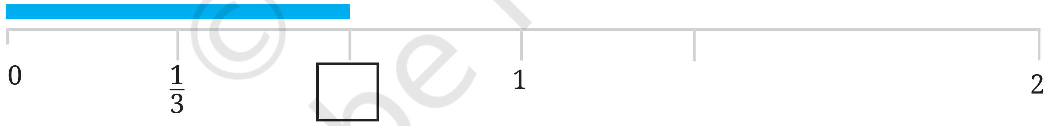
نیلے خط کی لمبائی کیا ہے؟ نیلے خط کی لمبائی بتانے والے کسری عدد کو خالی خانے میں لکھیے۔



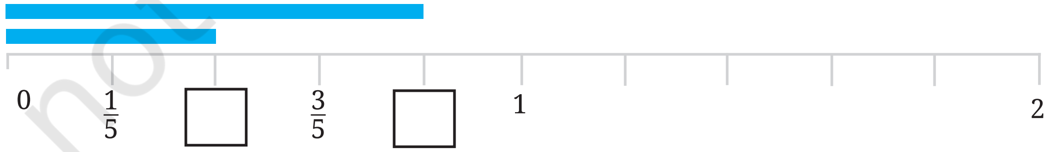
0 اور 1 کے بیچ کا فاصلہ ایک اکائی طویل ہے۔ اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اس لیے ہر حصّے کی لمبائی $\frac{1}{2}$ اکائی ہے۔ اس لیے یہ نیلا خط $\frac{1}{2}$ اکائی لمبا ہے۔

اب، کیا آپ مندرجہ ذیل مختلف نیلے خطوط کی لمبائی بتا سکتے ہیں؟ خالی خانوں کو بھی پُر کیجیے۔

1. یہاں پر کسری اکائی 1 اکائی لمبائی کو تین برابر حصّوں میں تقسیم کر رہی ہے۔ خالی خانے یا اپنی کاپی میں نیلے خط کی لمبائی بتانے والا کسری اعداد کو لکھیے۔



2. یہاں پر ایک اکائی کو پانچ برابر حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے متعلقہ خانوں میں یا اپنی کاپی میں نیلے خطوط کی لمبائی بتانے والا کسری عدد لکھیے۔



3. اب ایک اکائی 8 برابر حصّوں میں تقسیم ہے۔ صحیح کسری اعداد کو اپنی کاپی میں لکھیے۔

© NCERT not to be republished

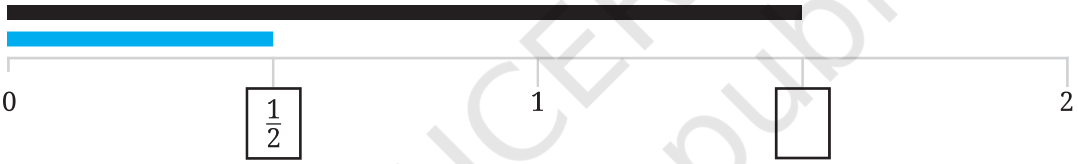
معلوم کیجیے

1. ایک عددی خط پر، $\frac{1}{10}$، $\frac{3}{10}$ اور $\frac{4}{5}$ کی لمبائی کے خطوط بنائیے۔

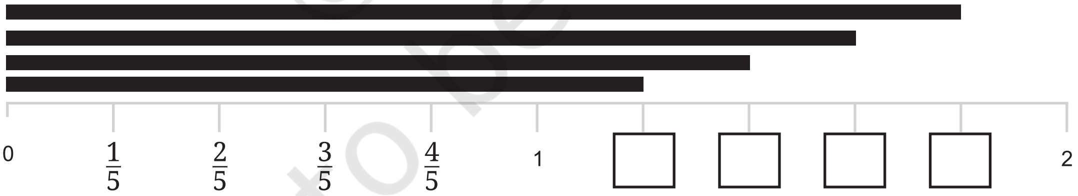
2. اپنی پسند کے 5 اور کسری اعداد لکھیے اور ان کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

3. 0 اور 1 کے درمیان کتنے کسری اعداد آتے ہیں، اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ بحث کیجیے اور اپنا جواب لکھیے۔

4. ذیل میں دیا گیا نیلا خط اور سیاہ خط کی لمبائی کیا ہے؟ 0 اور 1 کے درمیان کی لمبائی ایک اکائی ہے، اور اسے دو برابر حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ ہر حصے کی لمبائی $\frac{1}{2}$ ہے۔ اس لیے نیلا خط $\frac{1}{2}$ اکائی لمبا ہے، خالی خانے میں سیاہ خط کی لمبائی کے کسری اعداد لکھیے۔



5. متعلقہ خالی خانوں میں سیاہ خطوط کی لمبائی کا کسری عدد لکھیے۔



استاد کے لیے نوٹ

بورڈ پر یہ خط کھینچیے اور طلبا سے اپنی نوٹ بک میں جواب لکھنے کو کہیے۔

© NCERT not to be republished

7.5 مخلوط کسری اعداد

ایک سے بڑے کسری اعداد

آپ نے پہلے عددی خط پر کچھ کسری اعداد کو نشان زد کیا تھا، کیا آپ نے محسوس کیا کہ سبھی نیلے خطوط کی لمبائیاں ایک سے کم تھیں اور سبھی سیاہ خطوط کی لمبائیاں ایک سے زیادہ تھیں؟

ان سبھی کسری اعداد کو لکھیے جنھیں آپ نے عددی خط پر پہلے نشان زد کیے تھے۔

اب، آیئے! ہم ان کو دو گروہ میں بانٹتے ہیں:

ایک اکائی سے کم لمبائیاں	ایک اکائی سے زیادہ لمبائیاں

کیا آپ نے 1 سے بڑے کسری اعداد میں کچھ یکساں دیکھا؟

1 اکائی سے چھوٹے کسری اعداد میں شمار کنندہ (Numerator)، نسب نما (Denominator) سے چھوٹا ہوتا ہے، جب کہ 1 اکائی سے بڑے کسری اعداد میں شمار کنندہ، نسب نما سے بڑا ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ اور $\frac{7}{2}$ 1 اکائی سے بڑے ہیں، لیکن کیا ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ان سب میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

میں جانتی ہوں کہ $1 = \frac{3}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ اگر میں مزید ایک بار $\frac{1}{3}$ کا اضافہ کرتی ہوں تو، میں ایک اکائی سے زیادہ حاصل کروں گی! اس لیے، $1 < \frac{4}{3}$۔

معلوم کیجیے

1. $\frac{7}{2}$ میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟
2. $\frac{4}{3}$ اور $\frac{7}{2}$ میں کتنی مکمّل اکائیاں ہیں؟

ایک سے بڑے کسری اعداد کو مخلوط اعداد کی شکل میں لکھنا

ہم نے دیکھا ہے کہ: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ ۔

ہم دوسرے کسری اعداد کو بھی اسی طرح سے لکھ سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر،

$$\frac{4}{3} = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}_{3 \times \frac{1}{3} = 1} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}.$$

معلوم کیجیے

1. مندرجہ ذیل کسری اعداد میں ہر ایک کی مکمل اکائیوں کی تعداد معلوم کیجیے:

a. $\frac{8}{3}$ b. $\frac{11}{5}$ c. $\frac{9}{4}$

ہم نے دیکھا کہ

$$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

کسری عدد ($\frac{8}{3}$)، مخلوط عدد ($2 + \frac{2}{3}$)

ہم اسے $2\frac{2}{3}$ لکھ سکتے ہیں۔
اس عدد کو دو اور دو تہائی بھی کہا جاتا ہے۔

2. کیا تمام کسری اعداد جو 1 سے بڑے ہوں، انھیں مخلوط اعداد میں لکھا جاسکتا ہے؟

> **ایک مخلوط عدد یا مخلوط کسری عدد ایک مکمل عدد پر مشتمل ہوتا ہے (جو مکمل حصہ کہلاتا ہے) اور ایک کسری عدد جو 1 سے کم ہوتا ہے (کسری اکائی کہلاتی ہے)۔**

3. درج ذیل کسری اعداد کو مخلوط کسری اعداد کے طور پر لکھیے۔ (مثال $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$)

a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{9}{5}$ c. $\frac{21}{19}$ d. $\frac{47}{9}$ e. $\frac{12}{11}$ f. $\frac{19}{6}$

© NCERT not to be republished

کیاہم ایک مخلوط عدد (مخلوط کسری عدد) کو عام کسری عدد کی طرح لکھ سکتے ہیں؟

ہاں! میں نے مخلوط عدد کو عام کسری عدد کی شکل میں لکھنے کا ایک طریقہ نکالا ہے۔

جیا: جب میرے پاس $3+\frac{3}{4}$ ہے، اس کا مطلب یہ ہے کہ $1+1+1+\frac{3}{4}$ ۔ میں جانتی ہوں کہ

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

تو مجھے ملتا ہے

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{15}{4}.$$

اس لیے، $(4\times\frac{1}{4})\ (4\times\frac{1}{4}) + (4\times\frac{1}{4}) + (3\times\frac{1}{4}) = \frac{15}{4}$

معلوم کیجیے

درج ذیل مخلوط اعداد کو کسری شکل میں لکھیے:

a. $3\frac{1}{4}$ b. $7\frac{2}{3}$ c. $9\frac{4}{9}$

d. $3\frac{1}{6}$ e. $2\frac{3}{11}$ f. $3\frac{9}{10}$

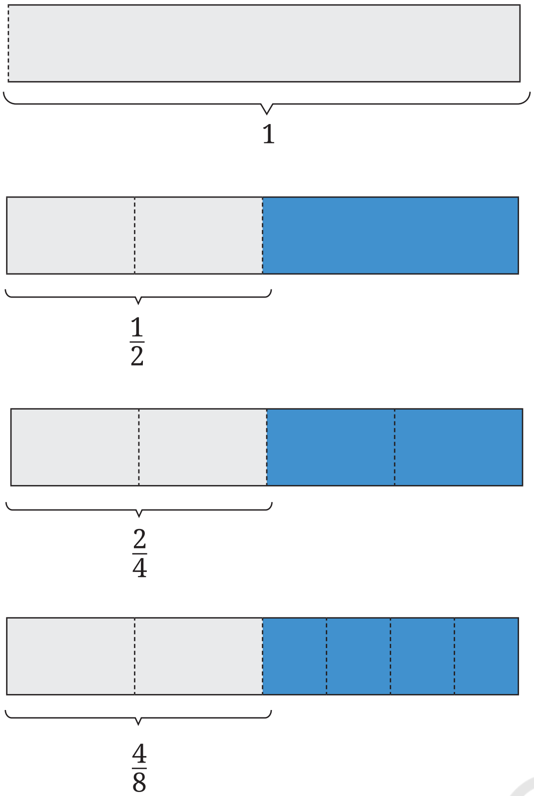
ریاضی بات چیت

7.6 مساوی کسری اعداد

ایک کسری دیوار کا استعمال کر کے مساوی کسری لمبائیوں کو نکالنا!

پچھلے حصے میں، آپ نے کاغذ موڑنے کی ترکیب کا استعمال کر کے مختلف کسری اعداد کو کسری اکائیوں کا استعمال کرتے ہوئے دکھایا ہے۔ آیئے ہم اسی طرح کے کاغذ کی پٹیوں سے کچھ اور سرگرمیاں کرتے ہیں۔

© NCERT not to be republished



آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟

- کیا $\frac{1}{2}$ اور $\frac{2}{4}$ لمبائیاں برابر ہیں؟
- کیا $\frac{2}{4}$ اور $\frac{4}{8}$ لمبائیاں برابر ہیں؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

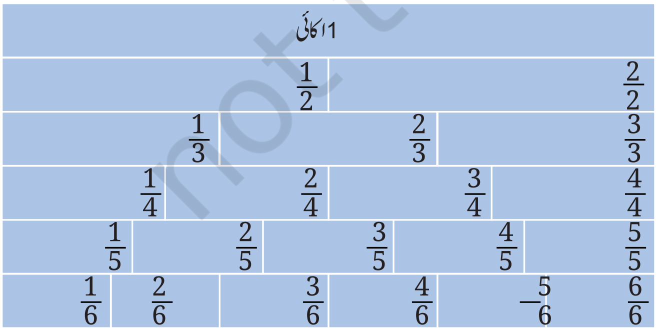
یہ سب 'مساوی کسری اعداد' ہیں، جو ایک جیسی لمبائی کو دکھاتے ہیں، لیکن انھیں مختلف کسری اکائیوں کے لحاظ سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

کاغذ کی پٹیوں کا استعمال کرتے ہوئے جانچیے $\frac{1}{3}$ اور $\frac{2}{6}$ مساوی کسری اعداد ہیں یا نہیں۔

تصویر میں دکھائی گئی پٹیوں کا استعمال کر کے اپنی کسری دیوار بنائیے!

کسری دیوار کو دیکھ کر درج ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

1. کیا $\frac{1}{2}$ اور $\frac{3}{6}$ لمبائیاں برابر ہیں؟
2. کیا $\frac{2}{3}$ اور $\frac{4}{6}$ مساوی کسری اعداد ہیں؟ کیوں؟
3. $\frac{1}{6}$ لمبائی کے کتنے ٹکڑے مل کر $\frac{1}{2}$ لمبائی بنائیں گے؟
4. $\frac{1}{6}$ لمبائی کے کتنے ٹکڑے مل کر $\frac{1}{3}$ لمبائی بنائیں گے؟



© NCERT not to be republished

اس خیال کو بڑھا کر اسے ایک کسری دیوار میں تبدیل کر سکتے ہیں، جو $\frac{1}{10}$ کسری اکائی تک ہو۔ (یہ کسری دیوار کتاب کے آخر میں دی گئی ہے۔)

1 اکائی									
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}$								
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$							
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$						
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$					
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$				
$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{7}$			
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$		
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{9}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

معلوم کیجیے

1. کیا $\frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ مساوی کسری اعداد ہیں؟ کیوں؟
2. $\frac{2}{6}$ کے دو مساوی کسری اعداد لکھیے۔
3. (جتنے آپ لکھ سکتے ہیں اتنے لکھیے)۔ $\frac{4}{6} = \square = \square = \square =$ ....

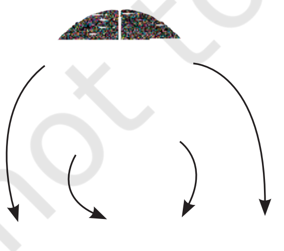
برابر کے حصوں کا استعمال کر کے مساوی کسری اعداد کو سمجھنا

ایک روٹی چار بچوں میں برابر تقسیم کی گئی ہے۔

ہر بچے کو مکمل روٹی کا کتنا حصہ ملا؟

پاس والی تصویر میں ایک روٹی کی تقسیم چار بچوں میں دکھائی گئی ہے۔

ہر بچے کو روٹی کا $\frac{1}{4}$ کسر حاصل ہوا۔



چاروں حصے آپس میں برابر ہونے چاہیے۔

© NCERT not to be republished

آپ اس واقعہ کا مظاہرہ تقسیمی حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق سے بھی کر سکتے ہیں۔

تقسیمی حقائق ہے $1 \div 4 = \frac{1}{4}$

اضافی حقائق ہے $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

ضربی حقائق ہے $1 = 4 \times \frac{1}{4}$

معلوم کیجیے

1. چار بچوں کے ذریعے تین روٹیاں برابر حصوں میں تقسیم کی گئیں۔ تقسیم کو تصویر کے ذریعہ دکھائیں اور ہر بچے کے حصے میں آئی روٹی کی کسر لکھیے۔ متعلقہ تقسیم کے حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق بھی لکھیے۔

ہر بچے کو ملی روٹی کا کسری عدد ________

تقسیمی حقائق:

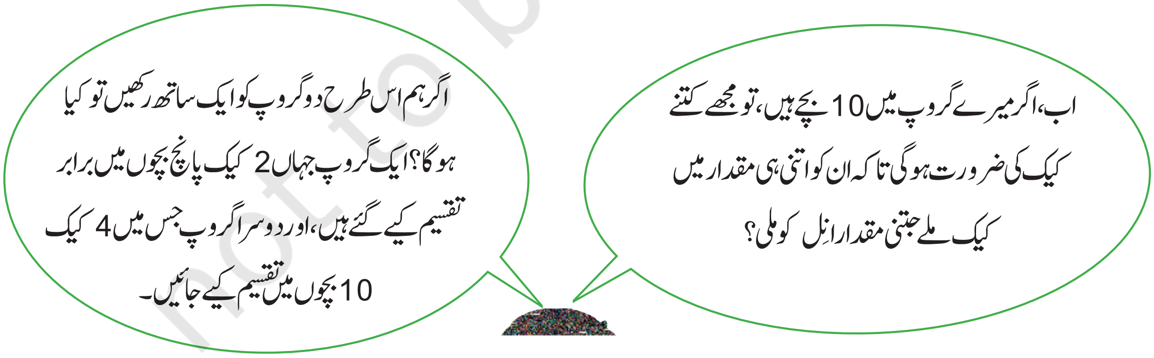
اضافی حقائق:

ضربی حقائق:

اپنی تصویر اور جوابوں کا موازنہ اپنے ہم جماعتوں کے ساتھ کیجیے!

2. ایک ایسی تصویر بنائیے جس میں یہ دکھایا جا سکے کہ اگر دو روٹیوں کو چار بچوں میں برابر تقسیم کی جائے تو ہر بچے کو کتنا حصّہ ملے گا؟ متعلقہ تقسیم کے حقائق، اضافی حقائق اور ضربی حقائق بھی لکھیے۔

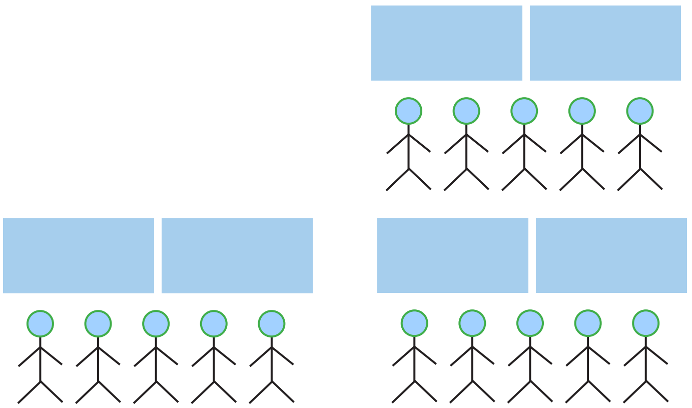
3. انِل ایک ایسے گروپ میں تھا جس میں دو کیک پانچ بچوں میں برابر تقسیم کیا گیا۔ انِل کو کتنا کیک ملے گا؟



© NCERT not to be republished

گروپ 1

گروپ 2



تو، $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

تو، ہر بچے کا حصّہ دونوں صورتوں میں یکساں ہے!

اب ہم مندرجہ ذیل صورتوں میں ہر بچے کے حصّے کا جائزہ لیتے ہیں۔

- 1 روٹی 2 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کی گئی۔
- 2 روٹیاں 4 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کی گئیں۔
- 3 روٹیاں 6 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کی گئیں۔

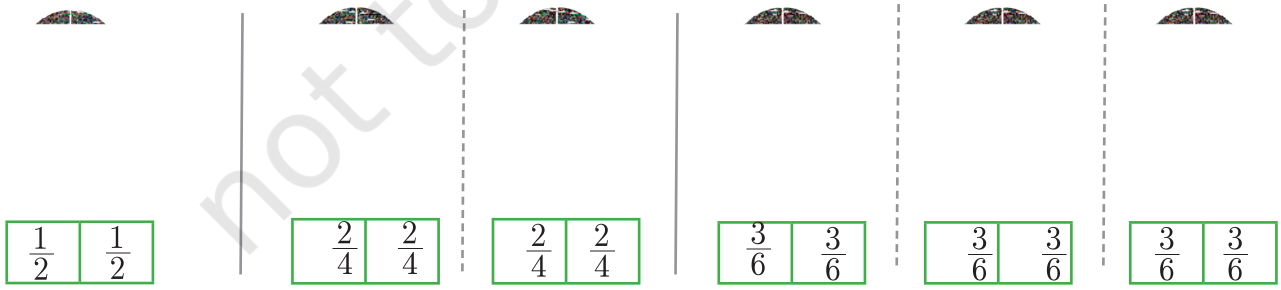
آیئے ہم تصویریں بنائیں اور سمجھا کریں!

کیا آپ نے دیکھا کہ ہر صورت میں ہر بچے کا حصّہ یکساں ہے؟ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$۔

1 روٹی 2 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہے۔

2 روٹیاں 4 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں۔

3 روٹیاں 6 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں۔



کسری اعداد جن میں برابر حصّے ہوتے ہیں 'مساوی کسری اعداد' (Equivalent fractions) کہلاتے ہیں۔

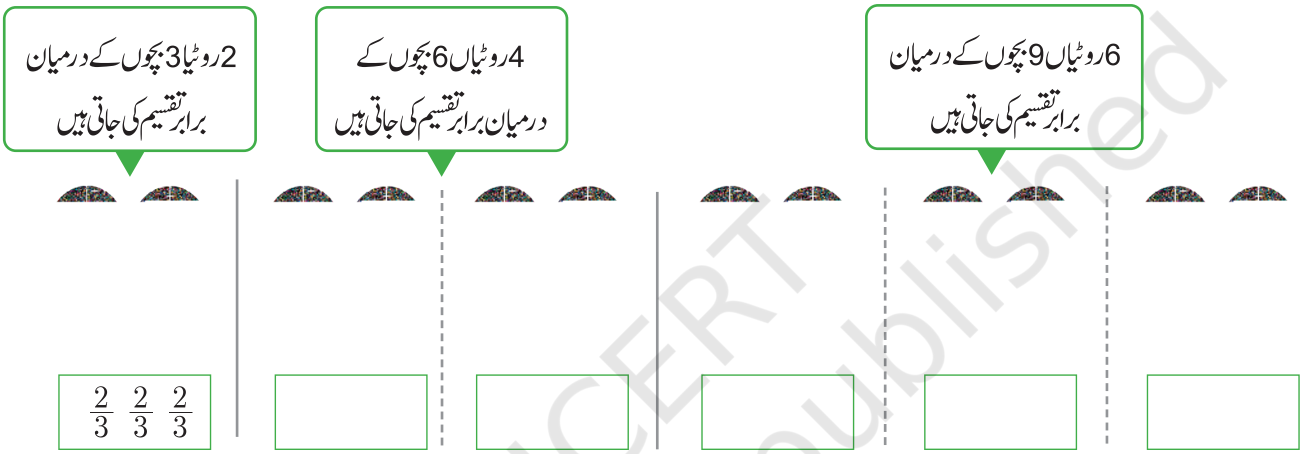
© NCERT not to be republished

اس لیے، $\frac{1}{2}$، $\frac{2}{4}$ اور $\frac{3}{6}$ سبھی **مساوی کسری اعداد** ہیں۔

کچھ ایسے کسری اعداد نکالیے جو $\frac{1}{2}$ کے مساوی ہوں۔ انہیں ذیل میں دیے گئے خانوں میں لکھیے۔

☐ ☐ ☐ ☐

مندرجہ ذیل صورتوں میں روٹیوں کو برابر تقسیم کیجیے اور ہر بچے کا حصّہ لکھیے۔ کیا تمام صورتوں میں بچوں کا حصہ یکساں ہے؟ کیوں؟



$\frac{2}{3}$ کو $\frac{4}{6}$ کی سادہ ترین شکل بھی کہتے ہیں۔ یہ $\frac{6}{9}$ کی سادہ ترین شکل بھی ہے۔

کیا آپ نے ان میں سے تمام کسری اعداد کے شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان تعلق پر غور کیا؟

معلوم کیجیے

غیر موجود اعداد کو تلاش کیجیے:

ریاضی بات چیت

a. 4 دوستوں کے درمیان یکساں طور پر تقسیم ہونے والے 5 گلاس جوس برابر ہیں — جوس کے گلاس جو 8 دوستوں میں یکساں تقسیم کیے گئے۔

اس لیے، $\frac{5}{4} = \frac{\square}{8}$

b. 3 تھیلوں میں برابر طور پر تقسیم کیے گئے 4 کلوگرام آلو برابر ہیں — تھیلوں میں برابر طور پر تقسیم کیے گئے 12 کلوگرام آلو کے۔

اس لیے $\frac{4}{3} = \frac{12}{\square}$

© NCERT not to be republished

c. 5 بچوں کے درمیان تقسیم کی گئیں 7 روٹیاں برابر ہیں ـــــ روٹیوں کے جو ـــــ بچوں کے درمیان تقسیم ہوئیں۔

اس لیے $\frac{7}{5} = \frac{\square}{\square}$

کس گروپ میں بچے کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

1 چِکّی جب 2 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے یا 5 چکّی کو جب 8 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہیں۔

مکتا: تو، ہمیں $\frac{1}{2}$ اور $\frac{5}{8}$ کا موازنہ کرنا چاہیے۔کون سا حصہ بڑا ہے۔

شبنم: ٹھیک ہے، ہم نے دیکھا ہے کہ $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$؛ اور واضح طور پر $\frac{5}{8} > \frac{4}{8}$ ہے۔لہٰذا، جن بچوں میں 5 چکّیاں 8 حصوں میں برابر تقسیم کی گئیں ہیں ان بچوں کے مقابلے میں زیادہ ملے گی جہاں ایک چِکّی کو دو بچوں میں برابر تقسیم کی گئی۔ دوسرے گروپ کے ہر بچے کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

مندرجہ ذیل گروپوں کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟ کون سے گروپ میں ہر بچے کو زیادہ حصّہ ملے گا؟

1 چِکّی کو دو بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے یا 4 چِکّیاں 7 بچوں کے بیچ تقسیم کی جاتی ہے۔

شبنم: اس بار کس گروپ کے بچوں کو زیادہ چِکّی ملے گی۔

مکتا: ہمیں $\frac{1}{7}$ اور $\frac{4}{7}$ کا موازنہ کرنا چاہیے۔

اب،

$\frac{1\times4}{2\times4} = \frac{4}{8}$ ، تو، $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

شبنم: لیکن یہاں پر آپ نے شمار کنندہ اور نسب نما کو دوبارہ 4 سے کیوں ضرب دیا؟

مکتا: آپ دیکھیں گی۔!

جب 4 چِکّیاں 7 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں تو ہر ایک کو $\frac{4}{7}$ چکّیاں ملیں گی۔جب 4 چِکّیاں 8 بچوں میں برابر تقسیم کی جاتی ہیں، تو ہر ایک کو $\frac{4}{8}$ چِکّی ملیں گی، $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$ ہے۔

© NCERT not to be republished

اگر تقسیم کی جانے والی اکائیوں کی تعداد یکساں ہو، لیکن جن بچوں میں وہ اکائیاں تقسیم کی جاتی ہیں ان کی تعداد زیادہ ہو، تو حصّہ کم ہوگا۔

اس لیے، $\frac{4}{7} < \frac{4}{8}$ اور $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ تو $\frac{4}{7} < \frac{1}{2}$

اب مجھے سمجھ آئی کہ آپ نے کیوں شمار کنندہ اور نسب نما کو 4 سے ضرب کیا۔

- مان لیجیے کہ بچوں کی تعداد کو یکساں رکھی جاتی ہے، لیکن تقسیم کی جانے والی اکائیوں کی تعداد بڑھادی جاتی ہے؟ اب آپ ہر بچے کے حصّے کے بارے میں کیا کہیں گے؟ کیوں؟ بیان کیجیے کہ آپ کا استدلال کس طرح وضاحت کرتا ہے۔

$\frac{5}{8} < \frac{1}{2}$ اور $\frac{4}{7} < \frac{3}{7}, \frac{2}{5} < \frac{1}{5}$

- اب فیصلہ کیجیے کہ کون سے دو گروپوں میں ہر بچے کو زیادہ حصّہ ملے گا:

ریاضی بات چیت

1. **گروپ 1:** 3 گلاس گنّے کے رس کو 4 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کیا گیا۔
2. **گروپ 2:** 7 گلاس گنّے کے رس کو 10 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کیا گیا۔
3. **گروپ 3:** 4 گلاس گنّے کے رس کو 7 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کیا گیا۔
4. **گروپ 4:** 5 گلاس گنّے کے رس کو 7 بچوں کے بیچ برابر تقسیم کیا گیا۔

کون سے گروپوں کا موازنہ کرنا آسان تھا؟ کیوں؟

جب بچوں کی تعداد یکساں ہے تو موازنہ کرنا آسان ہے۔ کیا ایسا نہیں ہے؟

شبنم: پہلے دو گروپوں کا موازنہ کرنے کے لیے ہمیں کسری اعداد $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ کے مساوی کسری اعداد کو تلاش کرنا ہوگا۔

مکتا: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ اور $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ کیسے؟

© NCERT not to be republished

شبنم: یہاں ایک شرط ہے۔ کسری اکائی جس کا استعمال دونوں کسری اعداد کے لیے کیا جاتا ہے یکساں ہونا چاہیے! جیسے کہ $\frac{2}{6}$ اور $\frac{3}{6}$ دونوں میں ایک ہی کسری اکائی $\frac{1}{6}$ (یعنی ان کے نسب نما یکساں ہیں) ہے لیکن $\frac{6}{8}$ اور $\frac{21}{30}$ میں کسری اکائی یکساں نہیں ہیں (ان کے نسب نما مختلف ہیں)۔

مکتا: ٹھیک ہے، آیئے، ہم اب مساوی کسری اعداد بنانا شروع کرتے ہیں:

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} \ldots$ لیکن میں کب رکوں؟

شبنم: سمجھ میں آ گیا! $4 \times 10 = 40$ تک جانے میں کیا خیال ہے۔

مکتا: تمہارا مطلب ہے دو نسب نماؤں کی حاصل ضرب؟ سننے میں اچھا لگتا ہے!

اگر ہمارے پاس $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ ہیں۔ تو دونوں نسب نماؤں کا حاصل ضرب (4 اور 10) 40 ہے۔

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \ldots = \frac{27}{36} = \frac{30}{40}.$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \frac{21}{30} = \frac{28}{40}.$$

جاری رکھیے جب تک ہم نسب نما 40 تک نہ پہنچ جائیں۔

ہاں! ہمیں ہر کسری اعداد کے لیے یکساں کسری اکائی حاصل کرنے کی ضرورت تھی۔

لیکن غور کیجیے کہ $\frac{15}{20}$ اور $\frac{14}{20}$ کے بھی یکساں نسب نما تھے!

شبنم: اس لیے $\frac{3}{4}$ اور $\frac{7}{10}$ کے مساوی کسری اعداد ایک ہی کسری اکائی (یکساں نسب نماؤں) کے ساتھ، $\frac{30}{40}$ اور $\frac{28}{40}$ یا $\frac{15}{20}$ اور $\frac{14}{20}$ ہیں۔

چوں کہ واضح طور پر $\frac{30}{40} > \frac{28}{40}$ ہے تو ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$ ہے۔

© NCERT not to be republished

دیے ہوئے کسری اعداد جوڑوں کے لیے مساوی کسری اعداد تلاش کیجیے جن کی کسری اکائیاں یکساں ہوں۔

a۔ $\frac{7}{2}$ اور $\frac{3}{5}$ b۔ $\frac{8}{3}$ اور $\frac{5}{6}$ c۔ $\frac{3}{4}$ اور $\frac{3}{5}$ d۔ $\frac{6}{7}$ اور $\frac{8}{5}$

e۔ $\frac{9}{4}$ اور $\frac{5}{2}$ f۔ $\frac{1}{10}$ اور $\frac{2}{9}$ g۔ $\frac{8}{3}$ اور $\frac{11}{4}$ h۔ $\frac{13}{6}$ اور $\frac{1}{9}$

کسی کسری عدد کو کمترین شکل (Lowest Form) میں ظاہر کرنا (یا اس کی سادہ ترین شکل میں)

کسی بھی کسری عدد میں، اس کے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہو، تو اس کسری عدد کو اس کی **کمترین شکل** یا **سادہ ترین شکل** میں کہا جاتا ہے۔ دوسرے لفظوں میں، ایک کسر اپنی ادنیٰ شکل میں کہا جاتا ہے اگر اس کا شمار کنندہ اور نسب نما ممکنہ طور پر سب سے چھوٹے ہوں۔

کسی بھی کسری عدد کو کمترین شکل میں بیان کیا جاسکتا ہے اگر ہم ایسا مساوی کسری عدد تلاش کر پائیں جس کا شمار کنندہ اور نسب نما ممکنہ طور پر سب سے چھوٹے ہوں۔

آیئے! ہم اب دیکھیں کہ کسری عدد کو کمترین شکل میں کیسے تبدیل کرتے ہیں۔

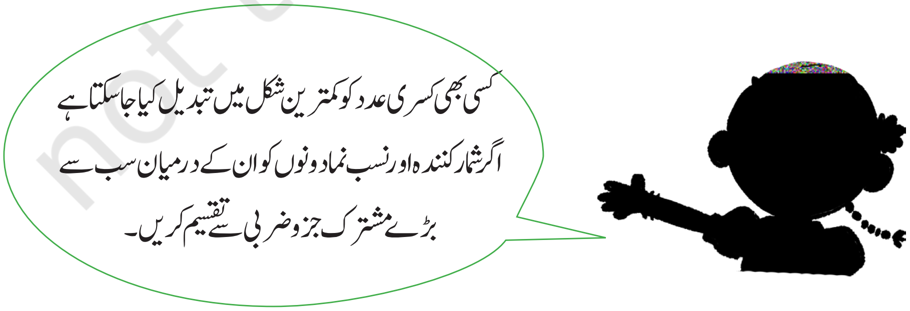
مثال: کیا کسری عدد $\frac{16}{20}$ کمترین شکل میں ہے؟ نہیں، 16 اور 20 کا مشترک جزو ضربی 4 ہے۔

آیئے، ہم اب $\frac{16}{20}$ کو اس کی کمترین شکل میں بدلتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ 16 (شمار کنندہ) اور 20 (نسب نما) دونوں 4 سے تقسیم ہوتے ہیں۔

اس لیے، $\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$ ۔

اب 4 اور 5 کے درمیان کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہیں، اس لیے $\frac{16}{20}$ کی کمترین شکل $\frac{4}{5}$ ہے۔ اس لیے، $\frac{4}{5}$، $\frac{16}{20}$ کی سادہ ترین شکل ہے، کیوں کہ 4 اور 5 میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے۔



© NCERT not to be republished

کسی کسری عدد کو اس کی کمترین شکل میں مرحلے وار بھی کیا جاسکتا ہے۔

مان لیجیے کہ ہم $\frac{36}{60}$ کو کمترین شکل میں بیان کرنا چاہتے ہیں۔ سب سے پہلے ہم غور کرتے ہیں کہ دونوں شمار کنندہ اور نسب نما دونوں جفت عدد ہیں۔ اس لیے ہم دونوں کو 2 سے تقسیم کرتے ہیں اور حاصل ہوتا ہے، $\frac{36}{60} = \frac{18}{30}$ ۔

شمار کنندہ اور نسب نما دونوں پھر سے جفت عدد ہیں، اس لیے دوبارہ ہم دونوں کو 2 سے تقسیم کر سکتے ہیں، ہمیں $\frac{18}{30} = \frac{9}{15}$ حاصل ہوتا ہے۔

اب ہم غور کرتے ہیں کہ، 9 اور 15 دونوں 3 کے اضعاف ہیں، اس لیے ہم دونوں کو 3 سے تقسیم کرتے ہیں تا کہ $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ حاصل ہو۔

اب 3 اور 5 میں 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہے اس لیے $\frac{36}{60}$ کی کمترین شکل $\frac{3}{5}$ ہے۔

متبادل صورت میں، ہم غور کر سکتے تھے کہ $\frac{36}{60}$ میں شمار کنندہ اور نسب نما دونوں 12 کے اضعاف ہیں: ہم دیکھتے کہ $12 \times 3 = 36$ اور $12 \times 5 = 60$۔ اس لیے ہم سیدھے طور پر $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ یہ نتیجہ نکال سکتے ہیں۔

ہم کوئی سا بھی طریقہ اختیار کریں ہمیں ایک ہی جواب ملے گا! لیکن کبھی کبھی مرحلے وار حل کرنا آسان ہوتا ہے۔

معلوم کیجیے

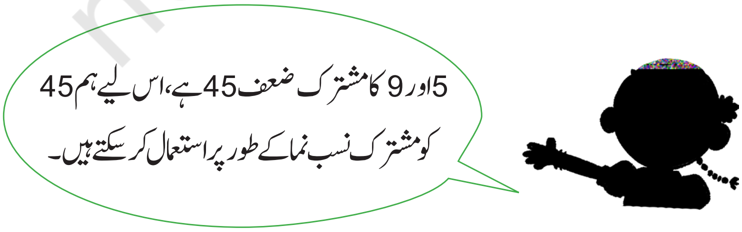
مندرجہ ذیل کسری اعداد کو ان کی کمترین شکل میں بیان کیجیے:

a. $\frac{17}{51}$ b. $\frac{64}{144}$ c. $\frac{126}{147}$ d. $\frac{525}{112}$

7.7 کسری اعداد کا موازنہ

کون سا بڑا ہے، $\frac{4}{5}$ یا $\frac{7}{9}$ ؟ اس طرح دو کسری اعداد کا سیدھے طور پر موازنہ کرنا مشکل ہو سکتا ہے۔ حالاں کہ ہم جانتے ہیں کہ ایک ہی نسب نما والے دو کسری اعداد کے مساوی کسری اعداد کو کیسے تلاش کیا جاتا ہے۔ آیئے ہم دیکھتے ہیں انہیں کیسے استعمال کر سکتے ہیں:-

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} = \frac{36}{45}$$



$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{8 \times 5} = \frac{35}{45}$$

© NCERT not to be republished

صاف طور سے $\frac{36}{45} < \frac{35}{45}$

اس لیے، $\frac{4}{5} < \frac{7}{9}$!

آیئے ہم اسے دوسرے جوڑے کے لیے آزما کر دیکھتے ہیں: $\frac{7}{9}$ اور $\frac{17}{21}$ کے لیے۔

9 اور 21 کا مشترک ضعف 63 ہے۔ تب ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{7}{9} = \frac{7\times7}{9\times7} = \frac{49}{63}, \frac{17}{21} = \frac{17\times3}{21\times3} = \frac{51}{63}$$

صاف طور پر، $\frac{51}{63} < \frac{49}{63}$ اس لیے $\frac{17}{21} < \frac{7}{9}$

آیئے ہم خلاصہ کرتے ہیں!

دو یا دو سے زیادہ دیے گئے کسری اعداد کا موازنہ کرنے کے مراحل:

مرحلہ 1: دیے گئے کسری اعداد کو مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے تاکہ ان سب کو یکساں نسب نما یا کسری اکائی میں ظاہر کیا جا سکے۔

مرحلہ 2: اب مساوی کسری اعداد کا موازنہ صرف شمار کنندہ کا موازنہ کر کے کیجیے، یعنی، ہر ایک کسری اکائی کی تعداد کو ملحوظ رکھتے ہوئے۔

معلوم کیجیے

1. مندرجہ ذیل کسری اعداد کا موازنہ کیجیے اور اپنے جواب کا جواز پیش کیجیے:

a. $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ b. $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ c. $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

d. $\frac{12}{5}, \frac{8}{5}$ e. $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}$

2. مندرجہ ذیل کسری اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔

a. $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{5}$ b. $\frac{19}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

3. مندرجہ ذیل کسری اعداد کو گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھیے۔

a. $\frac{25}{16}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4}, \frac{17}{32}$ b. $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{4}$

© NCERT not to be republished

7.8 کسری اعداد کی جمع اور تفریق

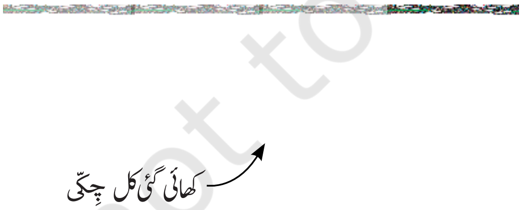
مینا کے والد نے کچھ چِکّی بنائی۔ مینا نے اس کا $\frac{1}{2}$ کھایا اور اس کے چھوٹے بھائی نے اس کا $\frac{1}{4}$ کھایا۔ مینا اور اس کے بھائی نے مل کر کل چِکّی کا کتنا حصّہ کھایا؟

اس تصویر کو دیکھ کر ہم اس کے جواب تک پہنچ سکتے ہیں۔ آیئے ہم اب چِکّی کا ایک ٹکڑا لیتے ہیں اور اسے پہلے اس طرح دو نصف حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں۔

مینا نے اس کا $\frac{1}{2}$ حصہ کھایا جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے۔

آیئے ہم اب بچے ہوئے نصف حصّے کو مزید دو حصّوں میں تقسیم کرتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ ان میں سے ہر ٹکڑا مکمّل چِکّی کا $\frac{1}{4}$ حصہ ہے۔

مینا کے بھائی نے مکمل چِکّی کا $\frac{1}{4}$ حصہ کھایا، جیسا کہ تصویر میں دکھایا گیا ہے



کھائی گئی کل چِکّی $\frac{1}{2}$ (مینا کے ذریعے)

اور $\frac{1}{4}$ (اس کے بھائی کے ذریعے)

کھائی گئی کل چِکّی

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

پوری چِکّی کا کتنا حصہ باقی بچا ہے؟

© NCERT not to be republished

یکساں نسب نماؤں یا کسری اکائی والے کسری اعداد کو جوڑنا

مثال: $\frac{2}{5}$ اور $\frac{1}{5}$ کا حاصل جمع تلاش کیجیے۔

آیئے ہم مستطیل پٹیوں کا استعمال کرتے ہوئے دونوں کی نمائندگی کرتے ہیں۔ یہاں دونوں کسری اعداد میں کسری اکائی یکساں ہے، یعنی $\frac{1}{5}$ — اس لیے ہر پٹی 5 مساوی حصّوں میں تقسیم کی جائے گی۔

اس لیے، $\frac{2}{5}$ کو اس طرح دکھایا جائے گا —

اور $\frac{1}{5}$ کو اس طرح دکھایا جائے گا —

دیے گئے دو کسری اعداد کو جمع کرنا ایسا ہی ہے جیسا کہ رنگے ہوئے حصّوں کی کل تعداد معلوم کرنا، جن میں سے ہر ایک کسری اکائی $\frac{1}{5}$ کی نمائندگی کرتا ہے۔

اس صورت میں، رنگے ہوئے خانوں کی کل تعداد 3 ہے۔ چوں کہ ہر رنگا ہوا خانہ کسری اکائی $\frac{1}{5}$ کی نمائندگی کرتا ہے، اس لیے ہم دیکھتے ہیں کہ 3 رنگے ہوئے خانے مل کر کسری اعداد $\frac{3}{5}$ کی نمائندگی کرتے ہیں۔

اس لیے، $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$؟

مثال: $\frac{4}{7}$ اور $\frac{6}{7}$ کا حاصل جمع تلاش کیجیے۔

آیئے ہم دوبارہ دونوں کو مستطیل پٹی کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کرتے ہیں۔ یہاں دونوں کسری اعداد میں، کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{7}$، اس لیے ہر پٹی 7 برابر حصّوں میں تقسیم ہوگی۔

پھر $\frac{4}{7}$ کو اس طرح سے دکھایا جائے گا —

© NCERT not to be republished

اور $\frac{6}{7}$ کو اس طرح سے دکھایا جائے گا—

اس صورت میں رنگے ہوئے حصّوں کی کل تعداد 10 ہے اور ہر رنگا ہوا حصّہ کسری اکائی $\frac{1}{7}$ کی نمائندگی کرتا ہے، اس لیے 10 رنگے ہوئے حصّے مل کر کسری عدد $\frac{10}{7}$ کی نمائندگی کرتے ہیں۔ جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔

یکساں کسری اکائی کے ساتھ کسری اعداد جمع کرتے وقت ہر ایک میں موجود کسری اکائیوں کی تعداد کو جمع کیجیے۔

اس لیے، $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$

$= 1 + \frac{3}{7}$

$= 1\frac{3}{7}$

$\frac{4}{7} + \frac{6}{7}$ کو عددی خط کا استعمال کر کے جمع کرنے کی کوشش کیجیے۔ کیا آپ کو یکساں جواب حاصل ہوتا ہے؟

مختلف نسب نما یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کو جوڑنا

مثال: $\frac{1}{4}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

مختلف کسری اکائیوں کے ساتھ کسری اعداد کو جوڑنے کے لیے، پہلے کسری اعداد کو ایک ہی نسب نما یا کسری اکائی کے ساتھ مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے۔ اس صورت میں، مشترک نسب نما کو $4 \times 3 = 12$ بنایا جا سکتا ہے، یعنی ہم کسری اکائی $\frac{1}{12}$ کے ساتھ مساوی کسری اعداد کو معلوم کر سکتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

آیئے ہم دیے گئے ہر کسری اعداد کے لیے مساوی کسری عدد لکھتے ہیں۔

$$\frac{1}{4} = \frac{1\times 3}{4\times 3} = \frac{3}{12}, \frac{1}{3} = \frac{1\times 4}{3\times 4} = \frac{4}{12}$$

اب $\frac{3}{12}$ اور $\frac{4}{12}$ کی کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{12}$ ۔

اس لیے، $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$

جمع کرنے کا یہ طریقہ، جو کسری اعداد کے کسی بھی عدد کو جمع کرنے میں کارگر ہے، اسے سب سے پہلے برہم گپت نے سال 628 عیسوی میں بیان کیا تھا! ہم بعد کے باب میں مزید تفصیل سے کسری اعداد کی نشوونما کی تاریخ بیان کریں گے۔ فی الحال ہم برہم گپت کے طریقے کے مطابق کسری اعداد کو جوڑنے کے اقدامات کا خلاصہ کرتے ہیں۔

کسری اعداد کو جوڑنے کا برہم گپت کا طریقہ

1. ایسے مساوی کسری اعداد کو تلاش کیجیے جن میں سبھی کسری اعداد کے لیے یکساں کسری اکائی ہو۔ ایسا نسب نماؤں کے (یعنی نسب نما کی ضرب، یا نسب نما کی سب سے چھوٹی مشترک ضعف) مشترک ضعف تلاش کر کے کیا جا سکتا ہے۔

2. مساوی کسری اکائیوں کے ساتھ جوڑیے۔ شمار کنندہ کو جوڑ کر اور نسب نما کو یکساں رکھ کر ایسا کیا جا سکتا ہے۔

3. اگر ضرورت ہو تو نتیجے کو ادنیٰ شکل میں ظاہر کیجیے۔

آیئے ہم اب برہم گپت کے طریقے کی دوسری مثال بیان کرتے ہیں۔

مثال: $\frac{2}{3}$ اور $\frac{1}{5}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

دیے گئے کسری اعداد کے نسب نما 3 اور 5 ہیں۔ 3 اور 5 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 15 ہے۔ پھر ہم دیکھتے ہیں کہ

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times 5}{3\times 5} = \frac{10}{15}, \frac{1}{5} = \frac{1\times 3}{5\times 3} = \frac{3}{15}$$

اس لیے، $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$

© NCERT not to be republished

مثال: $\frac{1}{6}$ اور $\frac{1}{3}$ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

3 اور 6 کا سب سے چھوٹا مشترک ضعف 6 ہے۔

$\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{6}$ ہی رہے گا۔

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

اس لیے، $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

اب کسری عدد $\frac{3}{6}$ کو اس کی کمترین مقدار میں دوبارہ بیان کیا جاسکتا ہے۔ ایسا شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 3 (3 اور 6 کا سب سے بڑا اجزو ضربی) سے تقسیم کر کے کیا جاسکتا ہے:

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

اس لیے، $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

معلوم کیجیے

1. مندرجہ ذیل کسری اعداد کو برہم گپت کے طریقے سے جوڑیئے:

a. $\frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ b. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{2}{7}$ e. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ g. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ h. $\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$ i. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4}$ j. $\frac{8}{3} + \frac{2}{7}$

k. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ l. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$ m. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6}$

2. رحیم $\frac{2}{3}$ لیٹر پیلے رنگ کے پینٹ کو $\frac{3}{4}$ لیٹر نیلے رنگ کے ساتھ ملا کر ہرا رنگ بناتا ہے۔ ہرے رنگ کے پینٹ کی مقدار کیا ہے جو اس نے بنایا؟

3. گیتا نے 1 میٹر لمبائی کے احاطہ والے میز پوش کے کناروں پر لگانے کے لیے $\frac{2}{5}$ میٹر بیل خریدی اور شمیم نے اسی طرح کی $\frac{3}{4}$ میٹر بیل خریدی۔ خریدی گئی بیل کی کل لمبائی معلوم کیجیے۔ کیا پورے کناروں پر لگانے کے لیے کل خریدی گئی بیل کافی ہوگی؟

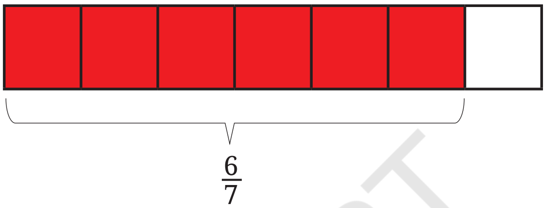
© NCERT not to be republished

ایک ہی نسب نماؤں یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق

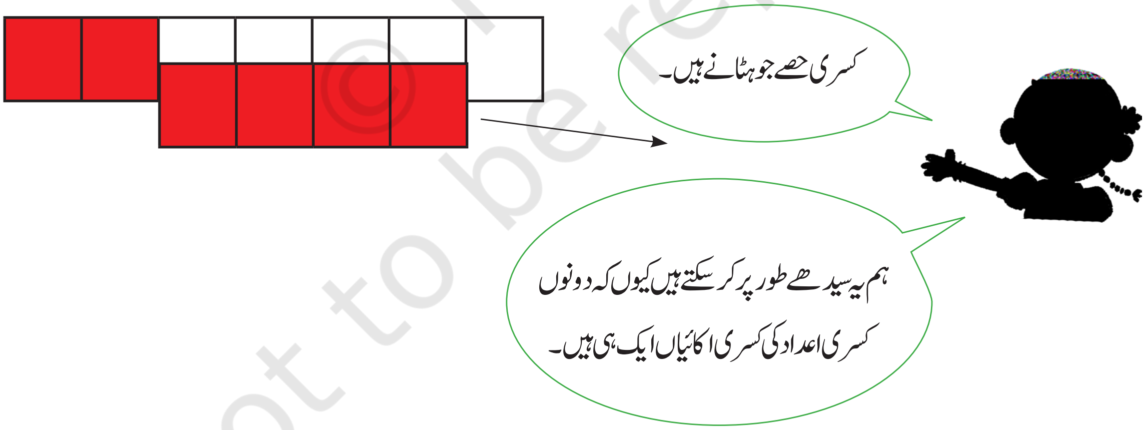
برہم گپت کا طریقہ کسری اعداد کی تفریق کے لیے بھی استعمال ہوتا ہے!

آیئے ہم اب $\frac{6}{7}$ سے $\frac{4}{7}$ کی تفریق کرنے کے مسئلے سے شروع کرتے ہیں، یعنی $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}$ کیا ہے؟

اس مسئلے کو حل کرنے کے لیے ہم پھر مستطیل پٹی والے ماڈل کا استعمال کر سکتے ہیں۔ دونوں کسری اعداد میں کسری اکائی ایک ہی ہے، یعنی $\frac{1}{7}$۔ آیئے ہم سب سے پہلے بڑے کسری اعداد کو مستطیل پٹی والے ماڈل کا استعمال کر کے ظاہر کرتے ہیں جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔



ہر رنگا ہوا خانہ $\frac{1}{7}$ کی نمائندگی کرتا ہے۔ اب ہمیں $\frac{6}{7}$ میں سے $\frac{4}{7}$ کو تفریق کرنا ہے۔ اس کو حل کرنے کے لیے ہم رنگے ہوئے خانوں میں سے 4 خانوں کو ہٹا دیتے ہیں۔



اس لیے اب ہمارے پاس دو رنگے ہوئے خانے بچے ہیں، یعنی $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=\frac{2}{7}$۔

یہی مشق عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے کرنے کی کوشش کیجیے۔

© NCERT not to be republished

معلوم کیجیے

1. $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$ 2. $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$ 3. $\frac{10}{27}-\frac{1}{27}$

مختلف نسب نماؤں یا کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق

مثال: $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ کیا ہے؟

جیسا کے ہم پہلے سے ہی یکساں کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق کرنے کا طریقہ جانتے ہیں، آیئے ہم اب ہر دیے ہوئے کسری اعداد کو یکساں کسری اکائیوں میں تبدیل کرتے ہیں۔

ہاں! ایسا کرنے سے ہم آسانی کے ساتھ دو کسری اعداد کی تفریق کر سکتے ہیں۔

$$\frac{3}{4}=\frac{(3\times 3)}{(4\times 3)}=\frac{9}{12}$$

سوچیے! ہم نے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 3 سے ضرب کرنے کا انتخاب کیوں کیا؟

پھر سے! ہم نے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں کو 4 سے ضرب کرنے کا انتخاب کیوں کیا؟

اور اسی طرح

$$\frac{2}{3}=\frac{(2\times 4)}{(3\times 4)}=\frac{8}{12}$$

اس لیے، $\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$

کسری اعداد کی تفریق کے لیے برہم گپت کا طریقہ——

1. دیے ہوئے کسری اعداد کو یکساں کسری اکائی والے مساوی کسری اعداد میں تبدیل کیجیے، یعنی یکساں نسب نماؤں میں۔
2. یکساں کسری اکائیوں والے کسری اعداد کی تفریق کیجیے۔ یہ شمار کنندہ کی تفریق کر کے اور ایک ہی نسب نما رکھ کر کیا جاسکتا ہے۔
3. اس نتیجے کو ضرورت پڑنے پر کمترین شکل میں تبدیل کیجیے۔

© NCERT not to be republished

معلوم کیجیے

1. برہم گپت کے طریقہ کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل تفریق کو انجام دیجیے:

a. $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$　b. $\frac{2}{5} - \frac{4}{15}$　c. $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$　d. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

2. اشارے کے مطابق تفریق کیجیے:

a. $\frac{13}{4}$ سے $\frac{10}{3}$　b. $\frac{18}{5}$ سے $\frac{23}{3}$　c. $\frac{29}{7}$ سے $\frac{45}{7}$

3. مندرجہ ذیل سوالوں کو حل کیجیے:

a. جیا کا اسکول اس کے گھر سے $\frac{7}{10}$ کلومیٹر کی دوری پر ہے۔ وہ روزانہ اپنے گھر سے $\frac{1}{2}$ کلومیٹر کے لیے آٹو لیتی ہے۔ اور پھر اسکول پہنچنے کے لیے باقی دوری کو پیدل چل کر طے کرتی ہے۔ اسکول پہنچنے کے لیے وہ روزانہ کتنی دوری پیدل طے کرتی ہے؟

b. جیویکا ایک پارک کا پورا چکّر لگانے میں $\frac{10}{3}$ منٹ لیتی ہے اور اس کا دوست نمت ایسا کرنے میں $\frac{13}{4}$ منٹ لیتا ہے۔ کون کم وقت لیتا ہے اور کتنا؟

7.9 تاریخ سے ایک چٹکی

کیا آپ جانتے ہیں کے قدیم ہندوستان میں کسری عدد کو کیا کہتے تھے؟ اس کو سنسکرت میں بھِنّ (Bhinna) کہتے تھے، جس کا مطلب ہے 'ٹوٹا ہوا'۔ اس کو بھاگ یا انش یعنی 'حصّہ' یا 'ٹکڑا' بھی کہا جاتا تھا۔

آج کل پوری دنیا میں جس طرح کسری اعداد کو لکھا جاتا ہے، دراصل اس کی شروعات ہندوستان میں ہوئی۔ قدیم ہندوستانی ریاضی کی کتابوں میں، جیسا کہ بکشالی دستاویز (تقریباً 300 عیسوی سے) جب وہ $\frac{1}{2}$ لکھنا چاہتے تھے، تو وہ اسے $\frac{1}{2}$ لکھتے تھے جو کہ بالکل ویسا ہی ہے جیسا کہ ہم آج کل لکھتے ہیں۔ کسری اعداد کے ساتھ لکھنے اور کام کرنے کا یہ طریقہ ہندوستان میں اگلی کئی صدیوں تک جاری رہا، جس میں آریہ بھٹ (499 عیسوی)، برہم گپت (628 عیسوی)، سری دھر آچاریہ (750 عیسوی)، مہاویر آچاریہ (850 عیسوی) شامل ہیں۔ '$\frac{1}{2}$' اور دیگر شمار کنندہ اور نسب نما کے بیچ جو لکیر کا حصہ ہے اسے بعد میں

© NCERT not to be republished

مراقشی (Moroccan) ریاضی دان الحصّار نے (12 ویں صدی میں) متعارف کرایا۔ اس کے بعد چند صدیوں میں یہ علامت یا لکھنے کا یہ طریقہ یورپ اور پھر پوری دنیا میں پھیل گیا۔

کسری اعداد کا استعمال دوسری ثقافتوں مثلاً مصری اور بابلی (Babylonion) تہذیبوں میں بھی کیا گیا تھا، لیکن شروعات میں انہوں نے صرف کسری اکائی کا استعمال کیا یعنی 1 شمار کنندہ والا کسری اعداد۔ مزید کسری اعداد کو کسری اکائیوں کا حاصل جمع کے طور پر ظاہر کیا گیا تھا، اب یہ ''مصری کسری اعداد'' کہلاتے ہیں۔ اعداد کو کسری اکائیوں کا حاصل جمع کے طور پر لکھنا مثال کے طور پر، $\frac{19}{24}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$ یہ ایک فن ہو سکتا ہے جو خوبصورت پہیلیوں کی طرف لے جاتا ہے۔ ہم نیچے اسی طرح کی ایک پہیلی پر غور کریں گے۔

عام کسری اعداد (جن میں شمار کنندہ کا 1 ہونا ضروری نہیں ہے) پہلی بار ہندوستان میں متعارف کیے گئے تھے، ان کے حسابی عمل جیسے کہ جمع، تفریق، ضرب اور حتی کہ کسری اعداد کی تقسیم کے قواعد بھی۔ قدیم ہندوستانی تحریریں، جن کو 'سولبہ-سوترہ' (Sulba-sutras) کہتے ہیں، یہ ظاہر کرتی ہیں کہ ویدک دور میں بھی ہندوستانیوں نے کسری اعداد کے ساتھ عمل کے قواعد دریافت کر لیے تھے۔ کسری اعداد کے ساتھ کام کرنے اور انہیں حاصل کرنے کے عمومی اصول اور طریقہ کار کو سب سے پہلے برہم گپت نے باضابطہ اور جدید شکل میں مرتب کیا تھا۔

برہم گپت کے کسری اعداد کے ساتھ کام کرنے اور حساب کرنے کے طریقے اب بھی وہی ہیں جو ہم آج استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر، برہم گپت نے بیان کیا کہ کسری اعداد کی جمع اور تفریق کیسے کی جاتی ہے جو کہ مندرجہ ذیل ہے:

''ہر ایک کسری اعداد کے شمار کنندہ اور نسب نما کو دوسرے نسب نما سے ضرب دینے سے کسری اعداد کو ایک مشترک نسب نما میں تبدیل کیا جاتا ہے۔ پھر جمع کے معاملے میں شمار کنندہ کو (مندرجہ بالا کمی کے بعد حاصل ہوئے) جمع کیا جاتا ہے اور تفریق کے معاملے میں ان کے درمیان کا فرق نکالا جاتا ہے۔'' (برہم گپت، برہم اسپوت سدھانت، بول 12.2، 628 عیسوی)۔

کسری اعداد سے متعلق ہندوستانی تصوّرات اور طریقے جو اگلی چند صدیوں میں عربوں کے ذریعے یورپ میں منتقل ہوئے اور 17 ویں صدی کے قریب یورپ میں عام استعمال میں آئے اور پھر پوری دنیا میں پھیل گئے۔

© NCERT not to be republished

معمہ!

اگر ایک ہی کسری اکائی استعمال کی جائے تو کسری اکائیوں کو جمع کر کے حاصل جمع 1 حاصل کرنا آسان ہے، مثال کے طور پر،

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1, \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1, \frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ وغیرہ۔

تاہم، کیا آپ مختلف کسری اکائیوں کو اس طرح جمع کرنے کا طریقہ سوچ سکتے ہیں کہ حاصل جمع 1 بن جائے؟

دو مختلف کسری اکائیوں والے کسری اعداد کو جوڑ کر 1 حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ $\frac{1}{2}$ سب سے بڑی کسری اکائی ہے، اور $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ ہوتا ہے۔

مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لئے ہمیں کم سے کم ایک $\frac{1}{2}$ کو کچھ چھوٹی کسری اکائیوں والے کسری اعداد سے بدلنا پڑے گا — لیکن اس کے بعد حاصل جمع 1 سے کم ہو گا! اس لیے دو مختلف کسری اکائی والے کسری اعداد کو جمع کر کے 1 حاصل کرنا ممکن نہیں ہے۔

کوشش کیجیے

ہم اس کے بجائے 1 کو تین مختلف کسری اکائیوں کے مجموعے کے طور پر لکھنے کا طریقہ تلاش کر سکتے ہیں۔

1. کیا آپ تین مختلف کسری اکائیوں کو تلاش کر سکتے ہیں جن کو جمع کر کے 1 حاصل کیا جا سکتا ہے؟

یہ پتہ چلتا ہے کہ اس مسئلے کا صرف ایک ہی حل ہے (3 کسری اعداد کی ترتیب بدلنے کے علاوہ)! کیا آپ اسے تلاش کر سکتے ہیں؟ آگے پڑھنے سے پہلے اس کو تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

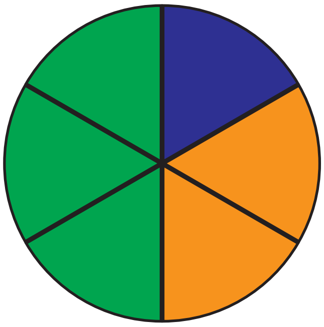
یہاں حل تلاش کرنے کا ایک منظم طریقہ ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$ ہے۔ مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لیے ہمیں کسی ایک $\frac{1}{3}$ میں اضافہ کرنا پڑے گا اور دوسرے $\frac{1}{3}$ میں سے کم سے کم کسی ایک کو گھٹانا پڑے گا۔ دوسری کسری $\frac{1}{3}$ اکائی میں اضافہ کرنے کا واحد طریقہ ہے کہ ہم اسے $\frac{1}{2}$ سے بدل دیں۔ اس لیے $\frac{1}{2}$ سبھی کسری اکائیوں میں سے ایک کسری اکائی ہونی چاہیے۔

اب $1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$۔ مختلف کسری اکائیاں حاصل کرنے کے لیے ہمیں $\frac{1}{4}$ میں سے ایک کا اضافہ کرنا ہو گا اور اضافے کی تلافی کے لیے دوسرے $\frac{1}{4}$ کو گھٹانا ہو گا۔ اب دوسری کسری اکائیوں میں $\frac{1}{4}$ کا اضافہ کرنے کا واحد طریقہ ہے کہ اسے $\frac{1}{3}$ سے بدل دیا جائے جو $\frac{1}{2}$ سے مختلف ہو۔ اس لیے تمام کسری اعداد میں سے دو کسری اعداد $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{3}$ ہوں گے! پھر تیسرا کسری عدد کیا

© NCERT not to be republished

ہو گا، تا کہ تینوں کسری اعداد جمع ہو کر 1 بنائیں؟

یہ واضح کرتا ہے کیوں اس مسئلے کا صرف ایک ہی حل ہے۔



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$$

اگر ہم 4 مختلف کسری اکائیاں تلاش کریں جو جمع ہو کر 1 بناتے ہیں تو کیا؟

2. کیا آپ چار مختلف کسری اکائیاں تلاش کر سکتے ہیں، جو جمع ہو کر 1 بنائیں؟

پتہ چلتا ہے کہ اس مسئلے کے چھ حل ہیں! کیا آپ ان میں سے کم از کم ایک حل تلاش کر سکتے ہیں؟ کیا آپ ان سب کو تلاش کر سکتے ہیں؟ آپ اسی استدلال کا استعمال کر سکتے ہیں جو دو اور تین کسری اکائیوں کے لیے کر رہے تھے۔ یا خود اپنا طریقہ تلاش کیجیے!

ایک بار آپ کو ایک حل مل جائے، تو اسے تصور میں لانے کے لیے اوپر دی گئی تصویر کی طرح دائرے کو مختلف حصوں میں تقسیم کرنے کی کوشش کیجیے۔

© NCERT not to be republished

خلاصہ

- **کسری عدد برابر حصّوں کی شکل میں:** جب ایک مکمّل عدد کی اکائیوں کو برابر حصّوں میں تقسیم کیا جاتا ہے اور مساوی طور پر بانٹا جاتا ہے تو ہمیں ایک **کسری عدد** ملتا ہے۔
- **کسری اکائیاں:** جب ایک مکمّل بنیادی اکائی کو برابر حصّوں میں تقسیم کیا جاتا ہے تو ہر حصّہ **کسری اکائی** کہلاتا ہے۔
- **کسری اعداد کا مطالعہ:** ایک کسری عدد مثلاً $\frac{5}{6}$ میں، 5 **شمار کنندہ** کہلاتا ہے اور 6 **نسب نما** کہلاتا ہے۔
- **مخلوط کسری اعداد** میں ایک مکمّل عددی حصّہ اور ایک کسری حصّہ ہوتا ہے۔
- **عددی خط:** کسری عدد کو عددی خط پر بھی دکھایا جاسکتا ہے۔ ہر کسری عدد کے ساتھ عددی خطوط پر ایک متعلقہ نقطہ ہوتا ہے۔
- **مساوی کسری اعداد:** جب دو یا دو سے زیادہ کسری اعداد برابر حصّے یا عدد کی نمائندگی کرتے ہیں تو وہ **مساوی کسری اعداد** کہلاتے ہیں۔
- **کمترین ارکان** (Lowest terms): ایک کسری عدد جس کے شمار کنندہ اور نسب نما کے درمیان 1 کے علاوہ کوئی مشترک جزو ضربی نہ ہو تو کہا جاتا ہے کہ وہ کسری عدد اپنے کمترین ارکان میں ہے یا سادہ شکل میں ہے۔
- **کسری اعداد کو جمع کرنے کے لیے برہم گپت کا طریقہ:** جب کسری اعداد کو جمع کرتے ہیں، تو انھیں ایک ہی کسری اکائی (یعنی ایک ہی نسب نما) کے ساتھ مساوی کسری اعداد میں تبدیل کرتے ہیں۔ اور اس کے بعد جمع حاصل کرنے کے لیے ہر کسری اکائیوں کی تعداد کو جمع کیجیے۔ ایسا شمار کنندہ کو جمع کرکے حاصل کیا جاسکتا ہے۔
- **کسری اعداد کی تفریق کے لیے برہم گپت کا طریقہ:** جب کسری اعداد کی تفریق کرتے ہیں تو انہیں مساوی کسری اکائی (یعنی ایک ہی نسب نما) کے ساتھ مساوی کسری عدد میں تبدیل کرتے ہیں اور پھر کسری اکائیوں کی تعداد کی تفریق کرتے ہیں۔ یہ شمار کنندہ کو تفریق کرکے اور نسب نما کو وہی رکھ کر حاصل کرتے ہیں۔

© NCERT not to be republished