

અપૂર્ણાંકો



0674CH07

યાદ રાખો કે જ્યારે કેટલીક આખી વસ્તુઓ અમુક લોકો વચ્ચે સરખી રીતે વહેંચવામાં આવે છે, ત્યારે અપૂર્ણાંક આપણને જણાવે છે કે દરેકનો ભાગ કેટલો છે.

શબ્દનમ: શું તને યાદ છે, જો એક રોટલી બે બાળકો વચ્ચે સરખી રીતે વહેંચવામાં આવે, તો દરેક બાળકને કેટલી રોટલી મળશે?

મુક્તા: દરેક બાળકને અડધી રોટલી મળશે.

શબ્દનમ: 'અડધો' અપૂર્ણાંક $\frac{1}{2}$ તરીકે લખાય છે. આપણે તેને ક્યારેક 'એક છેદમાં બે' એમ પણ વાંચીએ છીએ.

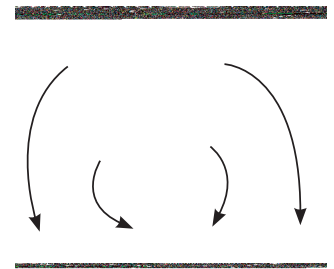
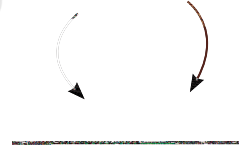
મુક્તા: જો એક રોટલી ૪ બાળકો વચ્ચે સરખી રીતે વહેંચવામાં આવે, તો એક બાળકને કેટલી રોટલી મળશે?

શબ્દનમ: દરેક બાળકના ભાગમાં $\frac{1}{4}$ રોટલી આવશે.

મુક્તા: અને $\frac{1}{2}$ રોટલી વધારે છે કે $\frac{1}{4}$ રોટલી?

શબ્દનમ: જ્યારે ૨ બાળકો ૧ રોટલી સરખી રીતે વહેંચે છે, ત્યારે દરેક બાળકને $\frac{1}{2}$ રોટલી મળે છે. જ્યારે ૪ બાળકો રોટલી સરખી રીતે વહેંચે છે, ત્યારે દરેક બાળકને $\frac{1}{4}$ રોટલી મળે છે. કારણ કે, બીજા જૂથમાં વધારે

બાળકો રોટલી વહેંચે છે..



એક જ રોટલી હોવાથી, દરેક બાળકને નાનો ભાગ મળે છે. તેથી $\frac{1}{2}$ રોટલી $\frac{1}{8}$ રોટલી કરતાં વધારે છે. $\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$

૭.૧ અપૂર્ણાંક એકમો અને સમાન ભાગ

બેની: કયો અપૂર્ણાંક વધારે છે - $\frac{1}{4}$ અથવા $\frac{1}{6}$?

અરવિંદ: ૯ એ ૫ કરતાં મોટો છે. તેથી હું અનુમાન લગાવીશ કે $\frac{1}{4}$ કે કરતા વધારે છે $\frac{1}{4}$. હું સાચો છું?

બેની: ના! તે એક સામાન્ય ભૂલ છે. આ અપૂર્ણાંકોને ભાગ તરીકે વિચારો.

અરવિંદ: જો એક રોટલી ૫ બાળકો વચ્ચે વહેંચવામાં આવે, તો દરેકને $\frac{1}{5}$ રોટલીનો ભાગ મળે છે. જો એક રોટલી ૭ બાળકો વચ્ચે વહેંચવામાં આવે, તો દરેકને $\frac{1}{7}$ રોટલીનો ભાગ મળે છે?

બેની: બરાબર! હવે ફરીથી વિચારો - કયો ભાગ મોટો છે?

અરવિંદ: જો હું વધારે લોકો સાથે વહેંચું, તો મને ઓછું મળશે. તેથી, $\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$.

બેની: તને ખબર પડી ગઈ!

ઓહ, તો $\frac{1}{400}$ એ $\frac{1}{200}$ કરતાં મોટો છે!

જ્યારે એક એકમને ઘણા સમાન ભાગોમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે, ત્યારે દરેક ભાગને અપૂર્ણાંક એકમ કહેવામાં આવે છે. આ બધા અપૂર્ણાંક એકમો છે:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{100}, \dots, \frac{1}{1000}, \dots$ વગેરે.

આપણે ક્યારેક અપૂર્ણાંક એકમોને 'એકમ અપૂર્ણાંક' તરીકે પણ ઓળખીએ છીએ.'

☀ યાલો તેને શોધીએ

ખાલી જગ્યાઓ અપૂર્ણાંકોથી પૂરો.

૧. ત્રણ જામફળનું વજન કિલોગ્રામ છે. જો તે લગભગ સમાન કદના હોય, તો દરેક જામફળનું વજન આશરે _____ કિલોગ્રામ હશે.
૨. એક જથ્થાબંધ વેપારીએ ૧ કિલોગ્રામ ચોખા ચાર સમાન વજનના પેકેટમાં ભર્યા. દરેક પેકેટનું વજન _____ કિલોગ્રામ છે.
૩. ચાર મિત્રોએ ૩ ગ્લાસ શેરડીનો રસ મંગાવ્યો અને તે બધાએ સરખી રીતે પીધો. દરેકે _____ ગ્લાસ શેરડીનો રસ પીધો..



૪. મોટી માછલીનું વજન $\frac{1}{2}$ કિ.ગ્રા. નાનાનું વજન $\frac{1}{8}$ કિ.ગ્રા. સાથે મળીને તેમનું વજન ____ કિગ્રા છે.



ભૂતકાળનું જ્ઞાન!

ભારતમાં પ્રાચીન સમયથી અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ અને નામકરણ કરવામાં આવ્યું છે. ઋગ્વેદમાં, $\frac{3}{4}$ અપૂર્ણાંકનો ઉલ્લેખ 'ત્રિ-પાદ' તરીકે કરવામાં આવ્યો છે. આનો અર્થ આજે ઘણી ભારતીય ભાષાઓમાં $\frac{3}{4}$ માટેના શબ્દો જેવો જ છે, ઉદાહરણ તરીકે, બોલચાલની હિન્દીમાં 'ત્રીન પાવ' અને તમિલમાં 'મુક્કાવ'. ખરેખર, ઘણી ભારતીય ભાષાઓમાં આજે વપરાતા અપૂર્ણાંકો માટેના શબ્દો પ્રાચીન સમયમાં પાછા જાય છે.

તમારા ઘર, શહેર અથવા રાજ્યમાં બોલાતી વિવિધ ભાષાઓમાં વપરાતા અપૂર્ણાંક માટેના શબ્દો શોધો અને ચર્ચા કરો. તમારા દાદા-દાદી, માતાપિતા, શિક્ષકો અને સહાધ્યાયીઓને પૂછો કે તેઓ જુદા જુદા અપૂર્ણાંકો માટે કયા શબ્દોનો ઉપયોગ કરે છે, જેમ કે દોઢ, ત્રણ ચતુર્થાંશ, એક અને એક ચતુર્થાંશ, અડધો, ચતુર્થાંશ અને અઢી માટે, અને તે અહીં લખો:

પ. આ અપૂર્ણાંક શબ્દોને નીચેના ખાલી ખાનામાં નાનામાં નાનાથી મોટામાં ક્રમમાં ગોઠવો:

દોઢ, ત્રણ ક્વાર્ટર, એક અને એક ક્વાર્ટર, અડધો, ક્વાર્ટર, અઢી, અઢી.

તમારો જવાબ અહીં લખો.

૭.૨ અપૂર્ણાંક એકમો સમગ્રના ભાગ તરીકે

ચિત્ર એક આખું બતાવે છે ચિક્કી.

ચિક્કીના ૨ ટુકડાઓમાં તૂટેલું ચિત્ર નીચે બતાવવામાં આવ્યું છે. દરેક ટુકડો મૂળ ચિક્કીનો કેટલો ભાગ છે?

એક આખી ચિક્કી



આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે મોટા ટુકડામાં ૩ ટુકડાઓ છે $\frac{3}{8}$ ચિક્કી તેમાં. તેથી, આપણે અપૂર્ણાંક એકમનો ઉપયોગ કરીને મોટા ભાગને માપી શકીએ છીએ $\frac{1}{8}$. આપણે જોઈએ છીએ કે મોટો ટુકડો છે $\frac{3}{8}$ ચિક્કી.

એક આખી ચિક્કી ૬ સરખા ટુકડામાં કાપો.

$$\frac{1}{6}$$

એક આખી ચિક્કી ૬ સરખા ટુકડામાં જુદી જુદી રીતે કાપો.

☀ પૂર્ણને વિભાજિત કરીને ચિક્કી ૬ સમાન ભાગોમાં જુદી જુદી રીતે, આપણને મળશે $\frac{1}{6}$ ચિક્કી જુદા જુદા આકારના ટુકડાઓ. શું તે સમાન કદના છે?



આનો અપૂર્ણાંક એકમ કયો છે ચિક્કી નીચે બતાવેલ છે?



આપણે આ ભાગને
તોડીને મેળવીએ છીએ
ચિક્કી ૩ સરખા
ટુકડાઓમાં. તો આ છે
 $\frac{1}{3}$ ચિક્કી.

એક આખી ચિક્કી



ચાલો તેને સમજીએ

નીચે આપેલા આંકડાઓ સમગ્રના વિવિધ અપૂર્ણાંક એકમો દર્શાવે છે ચિક્કી. કેટલું એક સંપૂર્ણ ચિક્કી શું દરેક ટુકડો છે?



a.



b.



c.



d.



e.



f.



g.

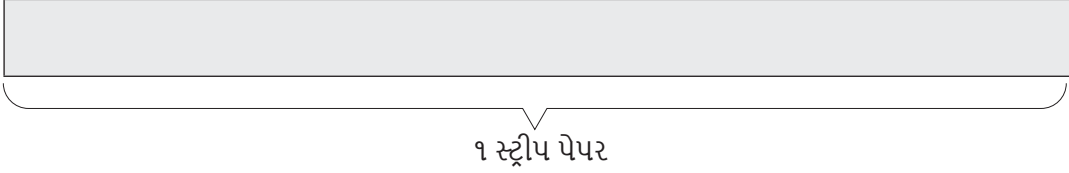


h.

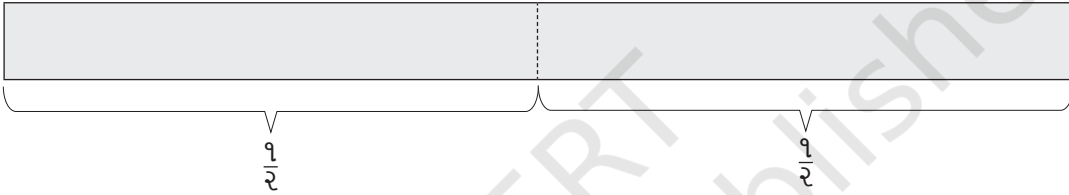


9.3 અપૂર્ણાંક એકમોનો ઉપયોગ કરીને માપન.

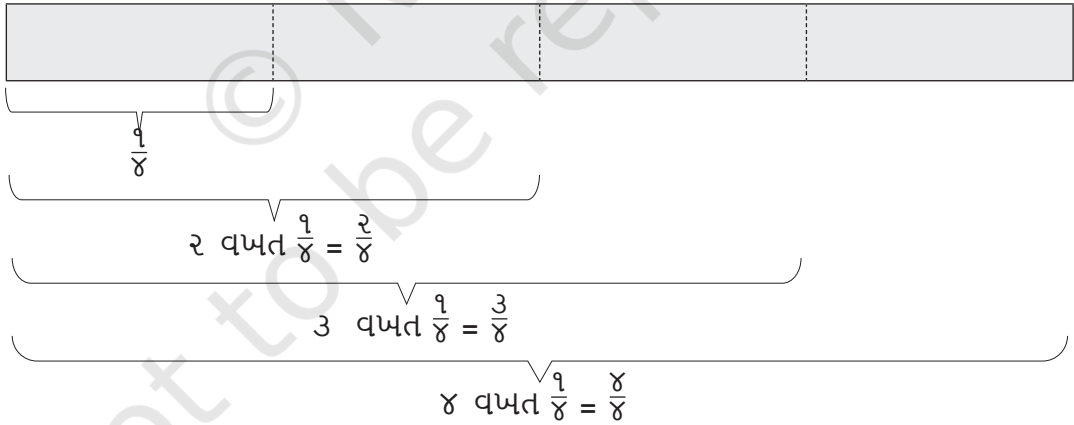
કાગળની એક પટ્ટી લો. અમે આ કાગળની પટ્ટીને એક એકમ લાંબી માનીએ છીએ.



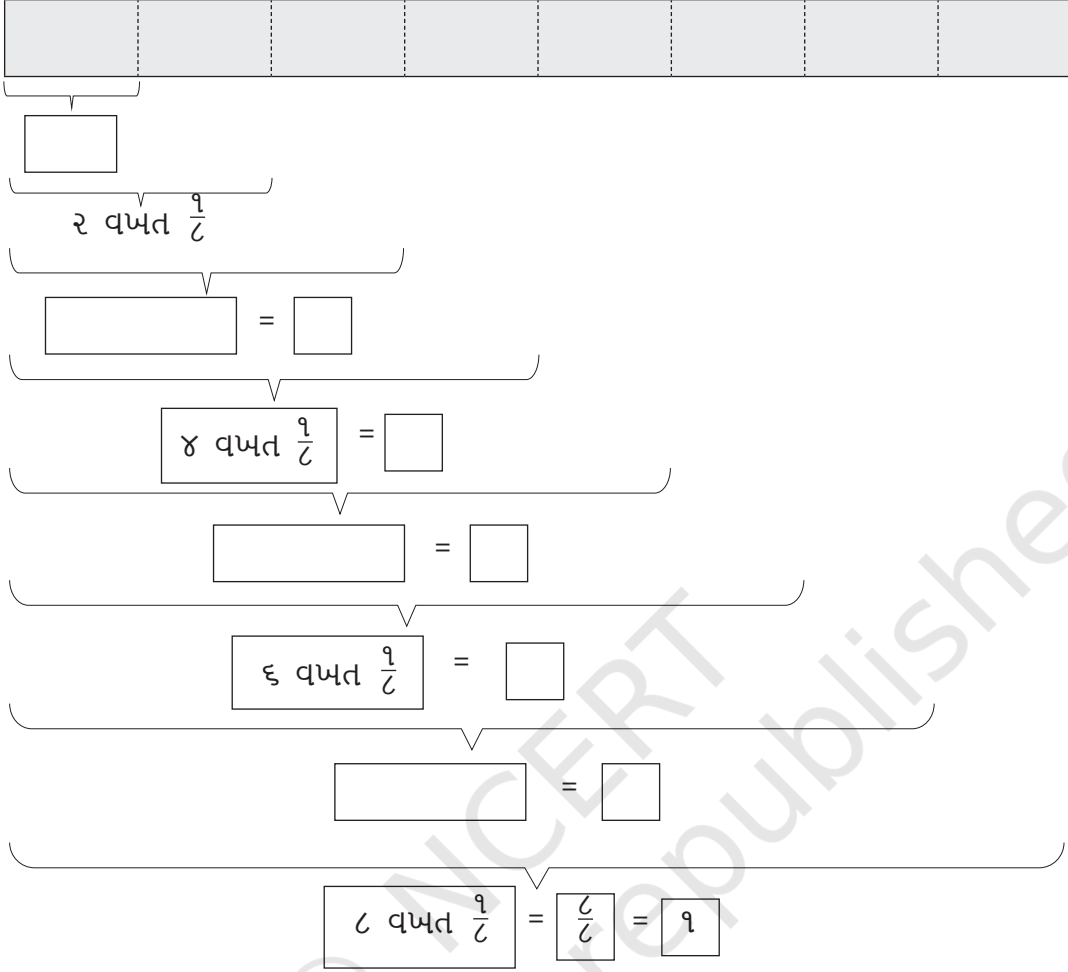
આ પટ્ટીને બે સરખા ભાગમાં વાળી લો અને ત્યારબાદ ફરીથી પટ્ટી ખોલો. સ્ટ્રીપને લંબાઈમાં એક એકમ ગણીએ તો કીઝ દ્વારા તૈયાર કરવામાં આવેલા સ્ટ્રીપના બે નવા ભાગની લંબાઈ કેટલી છે?



જો તમે અગાઉ વાળીને પટ્ટીને ફરીથી બે સરખા ભાગમાં વાળી લો તો તમને શું મળશે? હવે તમને ચાર સરખા ભાગ મળશે.

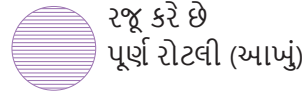


ફરી એકવાર કરો! ખાલી બોક્સ ભરો.



અપૂર્ણાંક જથ્થાને અપૂર્ણાંક એકમોનો ઉપયોગ કરીને માપી શકાય છે.

યાલો આપણે બીજું એક ઉદાહરણ જોઈએ,



$\frac{1}{2}$ = 1 ગુણ્યા અડધા	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 2 ગુણ્યા અડધા	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 3 ગુણ્યા અડધા	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 4 ગુણ્યા અડધા	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 5 ગુણ્યા અડધા

અપૂર્ણાંક એકમોને ભેગા કરીને આપણે જથ્થો કેટલો છે તેનું વર્ણન કરી શકીએ છીએ.

☀ યાલો તેને સમજાવો

૧. આ કોષ્ટક ચાલુ રાખો $\frac{1}{2}$ વધુ ૨ પગલાં માટે શું.
૨. શું તમે તેના માટે સમાન કોષ્ટક બનાવી શકો છો $\frac{1}{8}$?
૩. બનાવવું $\frac{1}{3}$ કાગળની પટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને. શું તમે આનો ઉપયોગ પણ બનાવવા માટે કરી શકો છો $\frac{1}{4}$?
૪. એક ચિત્ર દોરો અને તે દર્શાવવા માટે ઉપર પ્રમાણે એક વધારાનું વિધાન લખો:
 એ. ૫ વખત $\frac{1}{8}$ નું રોટલી બી. ૮ વખત $\frac{1}{8}$ નું રોટલી
૫. દરેક અપૂર્ણાંક એકમને યોગ્ય ચિત્ર સાથે સરખાવો:

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{8}$$



ભાગોને વાંચી રહ્યા છે

આપણે સામાન્ય રીતે અપૂર્ણાંક વાંચીએ છીએ $\frac{3}{8}$ 'ત્રણ ચતુર્થાંશ' અથવા 'ત્રણ ભાગ્યા ચાર' તરીકે, પરંતુ તેને '૩ વખત $\frac{1}{8}$ ' તરીકે વાંચવું $\frac{1}{8}$ આપણને અપૂર્ણાંકનું કદ સમજવામાં મદદ કરે છે કારણ કે તે સ્પષ્ટપણે દર્શાવે છે કે અપૂર્ણાંક એકમ શું છે ($\frac{1}{8}$) અને આવા કેટલા અપૂર્ણાંક એકમો (૩) છે.

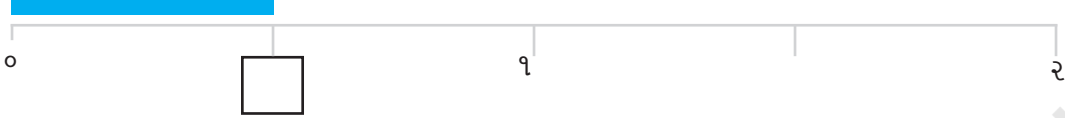
આપણે જેને ઉપરની સંખ્યા અને અપૂર્ણાંકોની નીચેની સંખ્યા કહીએ છીએ તે યાદ કરો. અપૂર્ણાંકમાં $\frac{4}{5}$, ૫ એ છે અંશ અને ૬ એ છે છેદ.

શિક્ષકની નોંધ

બાળકોને વર્તુળો, ચોરસ, લંબચોરસ, ત્રિકોણ, વગેરે જેવા વિવિધ આકારવાળા અપૂર્ણાંક એકમોના વિચારને અન્વેષણ કરવાની ઘણી તકો આપો.

૭.૪ સંખ્યા રેખા પર અપૂર્ણાંક લંબાઈને અંકિત કરવી

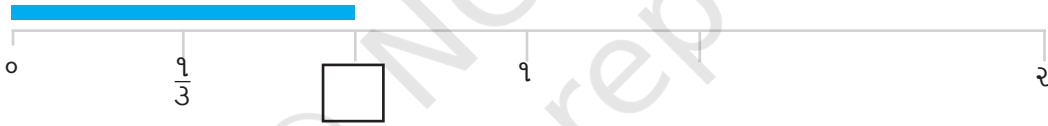
આપણે ૧, ૨, ૩, ... ની બરાબર લંબાઈ ચિહ્નિત કરેલ છે સંખ્યારેખા પરના એકમો. હવે, ચાલો આપણે સંખ્યારેખા પર અપૂર્ણાંકની બરાબર લંબાઈઓ દર્શાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ. વાદળી રેખાની લંબાઈ કેટલી છે? પેટીમાં વાદળી રેખાની લંબાઈ આપે તેવો અપૂર્ણાંક લખો.



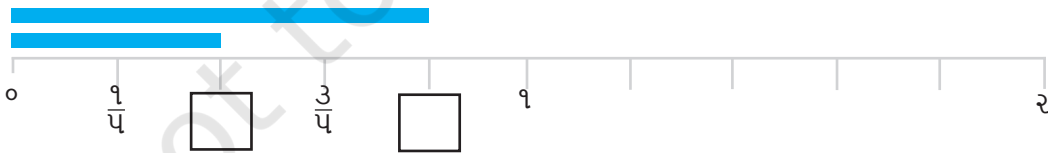
૦ અને ૧ વચ્ચેનું અંતર એક એકમ લાંબુ છે. તેને બે સમાન ભાગમાં વહેંચવામાં આવે છે. તેથી, દરેક ભાગની લંબાઈ છે $\frac{1}{2}$ એકમ. તેથી, આ ભૂરી રેખા છે $\frac{1}{2}$ એકમ લાંબું.

☀ હવે, શું તમે બતાવેલ વિવિધ વાદળી રેખાઓની લંબાઈ શોધી શકો છો નીચે? બોક્સમાં પણ ભરો.

૧. અહિંયા, અપૂર્ણાંક એકમ ૧ એકમની લંબાઈને ત્રણ સમાન ભાગમાં વિભાજિત કરે છે. અપૂર્ણાંક લખો કે જે બોક્સમાં અથવા તમારી નોટબુકમાં વાદળી રેખાની લંબાઈ આપે છે.



૨. અહિંયા, એકમને ૫ સરખા ભાગમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે. તે અપૂર્ણાંક લખો કે જે વાદળી રેખાઓની લંબાઈ આપે છે તે સંબંધિત બોક્સમાં અથવા તમારી નોટબુકમાં.



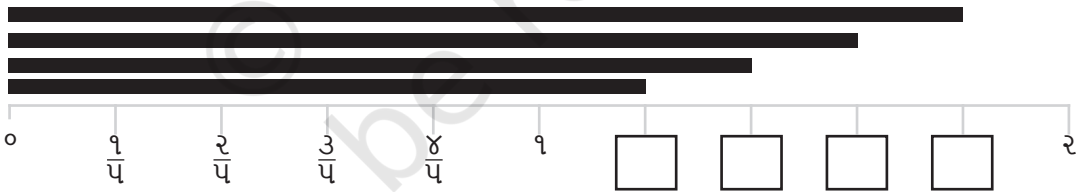
૩. હવે, એકમને ૮ બરાબર ભાગમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે. યોગ્ય લખો તમારી નોટબુકમાં અપૂર્ણાંકો.

ચાલો તેને સમજીએ

૧. સંખ્યાની લીટી પર, લંબાઈઓની લીટીઓ દોરો $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ અને $\frac{5}{8}$.
૨. તમારી પસંદગીના વધુ પાંચ અપૂર્ણાંક લખો અને તેમને નંબર લાઇન પર ચિહ્નિત કરો.
૩. ૦ અને ૧ ની વચ્ચે કેટલા અપૂર્ણાંકો આવેલા છે? વિચારો, તમારા સહાધ્યાયીઓ સાથે ચર્ચા કરો અને તમારો જવાબ લખો.
૪. નીચે દર્શાવેલી વાદળી રેખા અને કાળી રેખાની લંબાઈ કેટલી છે? ૦ અને ૧ વચ્ચેનું અંતર ૧ એકમ લાંબું છે, અને તેને બે સમાન ભાગમાં વિભાજિત કરવામાં આવે છે. દરેક ભાગની લંબાઈ છે $\frac{1}{2}$. તેથી વાદળી રેખા છે $\frac{1}{2}$ એકમો લાંબા છે. ખાનામાં કાળી રેખાની લંબાઈ આપે તેવો અપૂર્ણાંક લખો.



૫. સંબંધિત ખાનામાં કાળી રેખાઓની લંબાઈ આપે તેવો અપૂર્ણાંક લખો.



શિક્ષકની નોંધ

બોર્ડ પર આ લીટીઓ દોરો અને વિદ્યાર્થીઓને તેમની નોટબુકમાં જવાબો લખવા માટે કહો.

ગણિત
વાત કરો

૭.૫ મિશ્રિત ક્રિયાઓ

એક કરતાં મોટા અપૂર્ણાંકો.

તમે પહેલા સંખ્યારેખા પર કેટલાક અપૂર્ણાંકો ચિહ્નિત કરેલ છે. શું તમે નોંધ્યું છે કે બધી વાદળી રેખાઓની લંબાઈ એક કરતા ઓછી હતી અને બધી કાળી રેખાઓની લંબાઈ ૧ કરતા વધુ હતી?

સંખ્યારેખા પર તમે ચિહ્નિત કરેલ બધા અપૂર્ણાંકો અગાઉ લખો.

હવે, ચાલો આપણે તેને બે જૂથમાં વર્ગીકૃત કરીએ:

૧ એકમ કરતા ઓછી લંબાઈ	૧ એકમ કરતા વધારે લંબાઈ

☀ શું તમે ૧ કરતા મોટા અપૂર્ણાંકો વચ્ચે કંઈક સામાન્ય નોંધ્યું છે?

૧ એકમ કરતા ઓછા હોય તેવા તમામ અપૂર્ણાંકોમાં, અંશ છેદ કરતા નાનો હોય છે, જ્યારે અપૂર્ણાંક કે જે ૧ એકમ કરતા વધુ હોય છે, તેમાં અંશ છેદ કરતા મોટો હોય છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ અને $\frac{5}{2}$ બધા ૧ એકમ કરતા વધારે છે. પરંતુ શું આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે તેમાં કેટલા બધા એકમો છે?

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

મને એ ખબર છે $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. જો હું એક વધુ ઉમેરું તો $\frac{4}{3}$, મને ૧ થી વધુ યુનિટ મળશે! આમ $\frac{4}{3} > 1$.

☀ યાલો તેને સમજાવો

૧. કેટલા આખા એકમો છે $\frac{9}{2}$?

૨. કેટલા આખા એકમો છે $\frac{8}{3}$ અને માં $\frac{9}{3}$?



એક કરતાં મોટા અપૂર્ણાંકોને મિશ્ર સંખ્યાઓ તરીકે લખવા.

અમે જોયું કે: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.

આપણે બીજા અપૂર્ણાંકો પણ આવી જ રીતે લખી શકીએ. દાખલા તરીકે

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}.$$

$$3 \times \frac{1}{3} = 1$$

☀ યાલો તેને સમજાવો

૧. નીચેના દરેક અપૂર્ણાંકમાં સમગ્ર એકમોની સંખ્યા નક્કી કરો:

a. $\frac{6}{3}$

b. $\frac{11}{4}$

c. $\frac{6}{8}$

અમે જોયું કે

$$\frac{6}{3} = 2 + \frac{0}{3}$$

અપૂર્ણાંક મિશ્રિત સંખ્યા

આમ આ સંખ્યાને 'બે અને બે તૃતીયાંશ' પણ કહેવામાં આવે છે. આપણે તેને ૨ તરીકે પણ લખીએ છીએ $\frac{6}{3}$.

૨. શું ૧ કરતા મોટા બધા અપૂર્ણાંકોને આવી મિશ્ર સંખ્યાઓ તરીકે લખી શકાય?

A મિશ્રિત સંખ્યા અથવા **મિશ્ર અપૂર્ણાંક** પૂર્ણાંક સંખ્યાને સમાવે છે (જેને પૂર્ણ ભાગ કહેવામાં આવે છે) અને અપૂર્ણાંક કે જે ૧ કરતા ઓછો છે (જેને અપૂર્ણાંક ભાગ કહેવામાં આવે છે).

૩. નીચેના અપૂર્ણાંકોને મિશ્ર અપૂર્ણાંકો તરીકે લખો (દા.ત., $\frac{6}{2} = 3 \frac{0}{2}$):

a. $\frac{6}{2}$

b. $\frac{6}{4}$

c. $\frac{21}{6}$

d. $\frac{89}{6}$

e. $\frac{12}{11}$

f. $\frac{16}{6}$

શું આપણે મિશ્રિત સંખ્યા
(મિશ્રિત અપૂર્ણાંક) ને નિયમિત
અપૂર્ણાંક તરીકે લખી શકીએ?

હા! મેં નિયમિત અપૂર્ણાંક તરીકે
મિશ્રિત સંખ્યા લખવાની એક રીત
શોધી કાઢી!

જયા: જ્યારે મારી પાસે ૩ છે + $\frac{3}{8}$, આનો અર્થ એ છે કે ૧ + ૧ + ૧ + $\frac{3}{8}$. હું જાણું છું

$$૧ = \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮}.$$

તેથી મને મળે છે

$$(\frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮}) + (\frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮}) + (\frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮}) + (\frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮} + \frac{૧}{૮}) = \frac{૧૫}{૮}.$$

$$તેથી, (૪) \times \frac{૧}{૮} + (૪ \times \frac{૧}{૮}) + (૪ \times \frac{૧}{૮}) + (૩ \times \frac{૧}{૮}) = \frac{૧૫}{૮}.$$

☀ યાલો તેને સમજાવો

ફોલ લખો મિશ્રિત સંખ્યાઓને અપૂર્ણાંકો તરીકે બાકી છે:

a. ૩ $\frac{૧}{૮}$

b. ૭ $\frac{૨}{૩}$

c. ૯ $\frac{૪}{૮}$

d. ૩ $\frac{૧}{૬}$

e. ૨ $\frac{૩}{૧૧}$

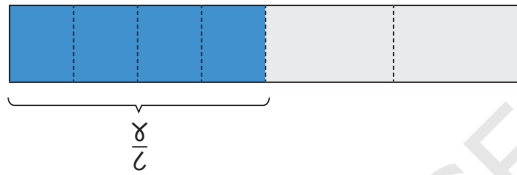
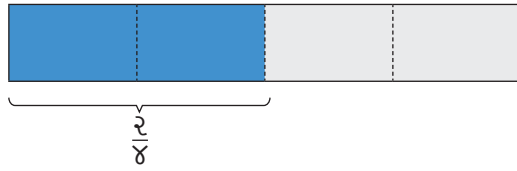
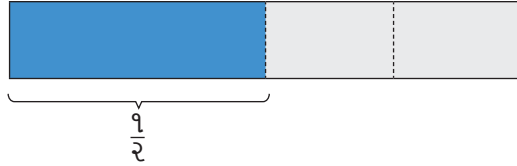
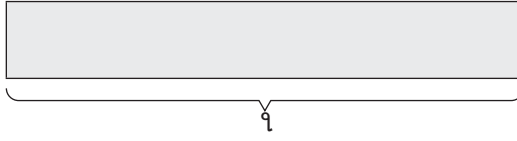
f. ૩ $\frac{૯}{૧૦}$



૭.૬ સમતુલ્ય અપૂર્ણાંકો

સમાન અપૂર્ણાંક લંબાઈઓ શોધવા માટે અપૂર્ણાંક દિવાલનો ઉપયોગ કરીને!

અગાઉના વિભાગમાં, તમે અપૂર્ણાંક એકમોનો ઉપયોગ કરીને વિવિધ અપૂર્ણાંકોને દર્શાવવા માટે પેપર ફોલ્ડિંગનો ઉપયોગ કર્યો હતો. યાલો આપણે તે જ કાગળની પટ્ટીઓ સાથે કેટલીક વધુ પ્રવૃત્તિઓ કરીએ.



તમે શું નિરીક્ષણ
કરો છો?

• શું લંબાઈ છે $\frac{1}{2}$ અને $\frac{2}{4}$ બરાબર?

• શું લંબાઈ છે $\frac{2}{4}$ અને $\frac{4}{8}$ બરાબર?

આપણે કહી શકીએ કે $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

આ 'સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો' છે જે સમાન લંબાઈ દર્શાવે છે, પરંતુ તે વિવિધ અપૂર્ણાંક એકમોના સંદર્ભમાં વ્યક્ત થાય છે.

હવે, ચકાસો કે શું $\frac{1}{3}$ અને $\frac{2}{6}$ સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો છે કે નહીં, કાગળની પટ્ટીઓનો ઉપયોગ કરીને.

નીચે આપેલા ચિત્રમાં આપેલી આવી સ્ટ્રીપ્સનો ઉપયોગ કરીને તમારી પોતાની અપૂર્ણાંકની દિવાલ બનાવો!

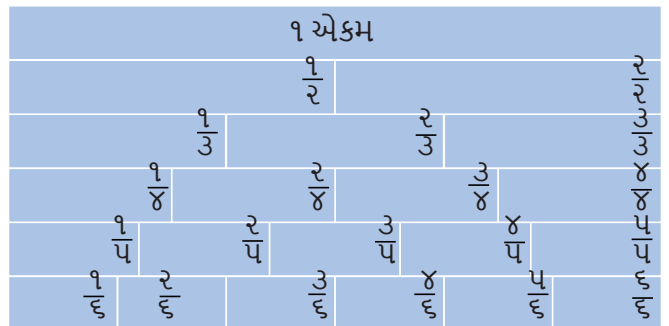
☀ અપૂર્ણાંકની દિવાલને જોયા પછી નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો:

૧. લંબાઈઓ છે $\frac{1}{2}$ અને $\frac{3}{6}$ બરાબર?

૨. છે $\frac{2}{3}$ અને $\frac{4}{6}$ સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો? કેમ?

૩. લંબાઈના કેટલા ટુકડા $\frac{1}{3}$ ની લંબાઈ બનાવશે $\frac{1}{2}$?

૪. લંબાઈના કેટલા ટુકડા $\frac{1}{3}$ ની લંબાઈ બનાવશે $\frac{1}{2}$?



અપૂર્ણાંક એકમ સુધી અપૂર્ણાંક દિવાલ બનાવવા માટે આપણે આ વિચારને વિસ્તૃત કરી શકીએ છીએ $\frac{1}{10}$. (આ અપૂર્ણાંક દિવાલને એક આપેલ છેપુસ્તકના અંતમાં.)

૧ એકમ									
$\frac{1}{2}$					$\frac{2}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{2}{3}$			$\frac{3}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{4}$		$\frac{5}{4}$	
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{4}{6}$		$\frac{5}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{2}{7}$		$\frac{3}{7}$		$\frac{4}{7}$		$\frac{5}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{2}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{8}$		$\frac{5}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{3}{9}$		$\frac{4}{9}$		$\frac{5}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{2}{10}$		$\frac{3}{10}$		$\frac{4}{10}$		$\frac{5}{10}$	

ચાલો તેને સમજીએ

૧. છે $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{10}$ સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો? કેમ?

૨. આના માટે બે સમકક્ષ અપૂર્ણાંક લખો $\frac{2}{4}$.

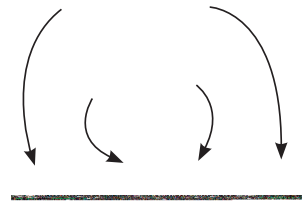
૩. $\frac{8}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$ (તમે જેટલું લખી શકો તેટલું લખો)

સમાન ભાગોનો ઉપયોગ કરીને સમતુલ્ય અપૂર્ણાંકોને સમજવા.

એક રોટલી ચાર બાળકો દ્વારા સમાનરૂપે વહેંચવામાં આવી હતી. દરેક બાળકને સંપૂર્ણનો કેટલો ભાગ મળ્યો?

નજીકનું ચિત્ર એ નું વિભાજન બતાવે છે રોટલી જેમાં ચાર બાળકોનો સમાવેશ થાય છે.

અપૂર્ણાંક રોટલી દરેક બાળકને છે $\frac{1}{4}$.



ચાર શેર એકબીજાની બરાબર હોવા જોઈએ!

તમે આ ઘટનાને વિભાજનના તથ્યો, વધારાના તથ્યો અને ગુણાકાર તથ્યો દ્વારા પણ વ્યક્ત કરી શકો છો.

વિભાજનની હકીકત ૧ છે $\div ૪ = \frac{૧}{૪}$.

તે વધારાની હકીકત ૧ છે $= \frac{૧}{૪} + \frac{૧}{૪} + \frac{૧}{૪} + \frac{૧}{૪}$.

ગુણાકાર તથ્ય ૧ છે $= ૪ \times \frac{૧}{૪}$.

☀ યાલો તેને સમજાવો

૧. ત્રણ રોટલીઓ ચાર બાળકો દ્વારા સમાનરૂપે વહેંચવામાં આવે છે. ચિત્રમાં વિભાગ બતાવો અને દરેક બાળકને કેટલું મળે છે તેના માટે અપૂર્ણાંક લખો. આ ઉપરાંત, સંબંધિત વિભાજન તથ્યો, વધારાની હકીકતો અને ગુણાકાર તથ્યો લખો.

નો અપૂર્ણાંક રોટલી દરેક બાળકને મળે છે તે _____ છે.

વિભાજન તથ્ય:

વધારાની હકીકત:

ગુણાકાર તથ્ય:

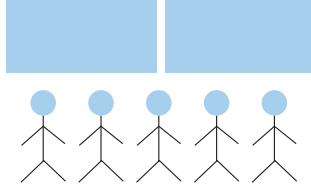
તમારા ચિત્ર અને જવાબોની તમારા ક્લાસના મિત્રો સાથે તુલના કરો!

૨. જ્યારે ૨ હોય ત્યારે દરેક બાળકને કેટલું મળે છે તે બતાવવા માટે એક ચિત્ર દોરો રોટલીઓ ૪ બાળકો દ્વારા સમાનરૂપે વહેંચવામાં આવે છે. આ ઉપરાંત, સંબંધિત વિભાજન તથ્યો, વધારાની હકીકતો અને ગુણાકાર તથ્યો લખો.
૩. અનિલ એક જૂથમાં હતો જ્યાં ૨ કેકને ૫ બાળકોમાં સમાનરૂપે વહેંચવામાં આવી હતી. અનિલને કેટલી કેક મળશે?

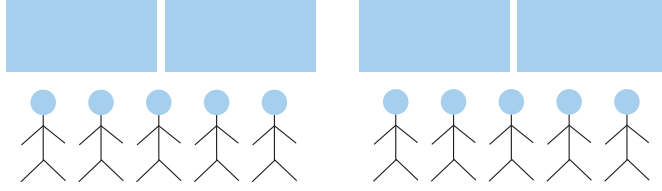
હવે જો મારા ગ્રૂપમાં ૧૦ બાળકો હોય તો મને કેટલી કેકની જરૂર પડે જેથી તેમને અનિલ જેટલી જ માત્રામાં કેક મળે?

જો આપણે આવા બે જૂથોને એક સાથે રાખીએ તો? એક જૂથ જ્યાં ૨ કેકને ૫ બાળકો વચ્ચે સમાન રીતે વહેંચવામાં આવી છે, અને બીજા જૂથને ફરીથી ૪ કેક અને ૧૦ બાળકો સાથે વહેંચવામાં આવે છે.

સમૂહ ૧



સમૂહ ૨



તેથી, આ બંને પરિસ્થિતિઓમાં દરેક બાળકનો હિસ્સો સમાન છે!

આમ $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$!

ચાલો આપણે નીચેની પરિસ્થિતિઓમાં દરેક બાળકના હિસ્સાની તપાસ કરીએ.

- ૧ રોટલી ૨ બાળકો વચ્ચે સરખા ભાગે વિભાજિત થાય છે.
- ૨ રોટલીઓ ૪ બાળકોમાં સમાન રીતે વિભાજિત છે.
- ૩ રોટલીઓ ૬ બાળકોમાં સમાનરૂપે વહેંચાયેલા છે.

ચાલો આપણે દોરીએ અને શેર કરીએ!

શું તમે નોંધ્યું છે કે દરેક પરિસ્થિતિમાં દરેક બાળકનો હિસ્સો એકસરખો જ હોય છે? તેથી, આપણે કહી શકીએ કે $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.

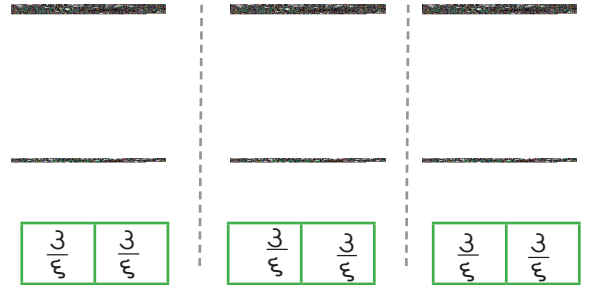
૧ રોટલી ને ૨ ની વચ્ચે સરખી રીતે વિભાજિત કરવામાં આવે છે



૨ રોટલીઓ ને ૪ વચ્ચે સરખી રીતે વિભાજિત કરવામાં આવે છે



૩ રોટલી ને ૬ વચ્ચે સરખા ભાગે ભાગ્યા છે



અપૂર્ણાંકો કે જ્યાં શેર સમાન હોય તેને કહેવામાં આવે છે 'સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો'.

આમ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{8}$ અને $\frac{3}{6}$ બધા જ છે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો.

તેને સમકક્ષ કેટલાક વધુ અપૂર્ણાંકો શોધો $\frac{1}{2}$. તેમને આમાં લખો અહીં બોક્સ:

સરખી રીતે વિભાજિત કરો રોટલીઓ નીચે બતાવેલી પરિસ્થિતિઓમાં અને દરેક બાળકનો હિસ્સો લખો. શું આ દરેક કિસ્સામાં શેર સમાન છે? કેમ?

૨ રોટલીઓ ની વચ્ચે સરખા ભાગે વિભાજિત ૩ બાળકો

૪ રોટલીઓ વિભાજિત થયેલ સમાનરૂપે વચ્ચે ૬ બાળકો

૬ રોટલીઓ વિભાજિત થયેલ સમાનરૂપે વચ્ચે ૯ બાળકો

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ ને પણ કહેવામાં આવે છે સરળ ફોર્મ નું $\frac{2}{3}$. તે પણ છે સરળ ફોર્મ નું $\frac{2}{3}$ તેમજ તા.

શું તમે આ દરેક અપૂર્ણાંકમાં અંશ અને છેદ વચ્ચેના સંબંધ વિશે કંઈપણ નોંધ્યું છે?

☀ યાલો તેને સમજીએ

ગુમ થયેલ સંખ્યાઓને શોધો:

- a. ૫ ગ્લાસ જ્યુસ ૪ મિત્રો વચ્ચે સરખા ભાગે વહેંચાયેલો છે, જે _____ ગ્લાસ જ્યુસ જેવો જ છે, જે ૮ મિત્રો વચ્ચે સમાનરૂપે વહેંચાયેલો છે.

આમ $\frac{5}{4} = \frac{\square}{8}$.

- b. ૩ થેલીમાં સરખા ભાગે ભાગતા ૪ કિલો બટાટા એ _____ બેગમાં સરખા ભાગે ભાગતા ૧૨ કિલો બટાટા જેટલા જ હોય છે.

આમ $\frac{3}{4} = \frac{12}{\square}$



- c. ૭ રોટલીઓ ૫ બાળકોમાં વિભાજિત એ ___ ની જેમ જ છે રોટલીઓ વિભાજિત થયેલ ___ બાળકોમાં.
આમ $\frac{૭}{૫} = \frac{\square}{\square}$.

☀ કયા ગ્રુપમાં દરેક બાળકને વધુ મળશે ચિક્કી?

૧ ચિક્કી ૨ બાળકો અથવા ૫ વચ્ચે વિભાજિત ચિક્કીસ ૮ બાળકોમાં વહેંચાયેલું છે.
મુક્તા: તેથી, આપણે સરખામણી કરવી જોઈએ $\frac{૧}{૨}$ અને $\frac{૫}{૮}$. કયું વધારે છે?

શબ્દનમ : અચ્છા, આપણે એ જોયું છે. $\frac{૧}{૨} = \frac{૪}{૮}$; અને સ્પષ્ટ પણે $\frac{૪}{૮} < \frac{૫}{૮}$. તેથી, બાળકો

કે જેમના માટે ૫ ચિક્કીસ ને ૮ વચ્ચે સરખા ભાગે ભાગ્યા હોય તો વધુ મળશે જે બાળકો માટે ૧ ચિક્કી ને ૨ વચ્ચે સરખી રીતે વિભાજિત કરવામાં આવે છે. બીજા જૂથના બાળકોને વધુ મળશે ચિક્કી પ્રત્યેક.

☀ નીચેના જૂથોનું શું? કયા ગ્રુપમાં દરેક બાળકને વધુ મળશે?

૧ ચિક્કી ૨ બાળકો અથવા ૪ વચ્ચે વિભાજિત ચિક્કીસ ૭ બાળકોમાં વહેંચાયેલું છે.

શબ્દનમ: કયા ગ્રુપના બાળકોને આ વખતે વધુ ચિક્કી મળશે?

મુક્તા: આપણે સરખામણી કરવી જોઈએ $\frac{૧}{૭}$ અને $\frac{૪}{૭}$.

હવે

$$\frac{૧ \times ૪}{૨ \times ૪} = \frac{૪}{૮} \text{ આમ } \frac{૧}{૨} = \frac{૪}{૮}.$$

શબ્દનમ: પણ તમે અંશ અને છેદને ફરીથી ૪ વડે શા માટે ગુણાકાર કર્યો?

મુક્તા : તમે જોઈ જશો!

જ્યારે ૪ ચીક્કીને ૭ બાળકો વચ્ચે સરખા ભાગે વહેંચવામાં આવે, ત્યારે દરેકને મળશે $\frac{૪}{૭}$ ચિક્કી. જ્યારે ૪ ચિક્કીસ ૮ બાળકોમાં સમાનરૂપે વહેંચાયેલા છે, દરેકને મળશે $\frac{૪}{૮}$ ચિક્કી. આમ $\frac{૪}{૭} > \frac{૪}{૮}$.

જો વહેંચવામાં આવેલા એકમોની સંખ્યા સમાન હોય, પરંતુ જે બાળકો વચ્ચે એકમો વહેંચાયેલા હોય તેની સંખ્યા વધુ હોય, તો તેનો હિસ્સો ઓછો હોય છે.

તેથી, $\frac{૪}{૭} > \frac{૪}{૮}$ અને $\frac{૪}{૮} = \frac{૧}{૨}$ આમ $\frac{૪}{૭} > \frac{૧}{૨}$.
હવે મને સમજાયું કે શા માટે તમે અંશ અને છેદને ૪ વડે ગુણાકાર કર્યો.

☀ ધારો કે બાળકોની સંખ્યા એકસરખી જ રાખવામાં આવી છે, પરંતુ જે એકમોની વહેંચણી કરવામાં આવી રહી છે તેની સંખ્યા વધી ગઈ છે? હવે તમે દરેક બાળકના હિસ્સા વિશે શું કહી શકો? કેમ? તમારો તર્ક કેવી રીતે સમજાવે છે તેની ચર્ચા કરો $\frac{૧}{૫} < \frac{૨}{૫}$, $\frac{૩}{૭} < \frac{૪}{૭}$ અને $\frac{૧}{૨} < \frac{૫}{૮}$.

☀ હવે, નક્કી કરો કે બે જૂથોમાંથી કયા જૂથમાં દરેક બાળકને મોટો હિસ્સો મળશે:

૧. **સમૂહ ૧ :** ૩ ગ્લાસ શેરડીનો રસ ૪ બાળકોમાં સરખા ભાગે વહેંચાયેલો છે.

સમૂહ ૨ : ૭ ગ્લાસ શેરડીનો રસ ૧૦ બાળકોમાં સરખા ભાગે વહેંચાયેલો છે.

૨. **સમૂહ ૧ :** ૪ ગ્લાસ શેરડીનો રસ ૭ બાળકોમાં સરખા ભાગે વહેંચાયેલો છે.

સમૂહ ૨ : ૫ ગ્લાસ શેરડીનો રસ ૭ બાળકોમાં સરખા ભાગે વહેંચાયેલો છે.

કયા જૂથોની તુલના કરવી વધુ સરળ હતી? કેમ?

શબ્દનમ: પ્રથમ બે જૂથોની તુલના કરવા માટે, આપણે અપૂર્ણાંકને સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો શોધવા પડશે $\frac{૩}{૪}$ અને $\frac{૭}{૧૦}$.

મુક્તા: કેવી રીતે $\frac{૬}{૮} = \frac{૩}{૪}$ અને $\frac{૨૧}{૩૦} = \frac{૭}{૧૦}$?

ગણિત
વાત કરો

જ્યારે બાળકોની સંખ્યા સમાન હોય, ત્યારે તેની તુલના કરવી સરળ છે, તે નથી?

શબ્દનમ: એક શરત છે. બે અપૂર્ણાંકો માટે વપરાતો અપૂર્ણાંક એકમ સમાન હોવો જોઈએ!
જેમ કે $\frac{2}{4}$ અને $\frac{3}{6}$ બંને સમાન અપૂર્ણાંક એકમનો ઉપયોગ કરે છે $\frac{1}{2}$ (એટલે કે છેદ સરખા જ હોય છે). પણ $\frac{5}{7}$ અને $\frac{2}{3}$ સમાન અપૂર્ણાંક એકમનો ઉપયોગ કરશો નહીં (તેઓ વિવિધ છેદ ધરાવે છે).

મુક્તા: ઠીક છે, તો ચાલો આપણે પછી સમકક્ષ અપૂર્ણાંક બનાવવાનું શરૂ કરીએ:

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} \dots \text{પણ હું ક્યારે અટકી શકું?}$$

શબ્દનમ : સમજાઈ ગયું! આપણે $8 \times 10 = 80$ સુધી કેવી રીતે આગળ વધીશું.

મુક્તા: તમારો મતલબ બે છેદનું ઉત્પાદન?

સારું લાગે છે!

અમારી પાસે $\frac{3}{8}$ અને $\frac{9}{16}$. બે છેદ (૪ અને ૧૬)ની પુદ્ગાશ ૪૦ છે.

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} = \frac{18}{48} = \dots = \frac{30}{80}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{18}{32} = \frac{27}{48} = \frac{36}{64}$$

આપણે છેદ ૪૦ સુધી પહોંચીએ ત્યાં સુધી જાઓ.

પરંતુ નોંધ લો કે $\frac{14}{20}$ અને $\frac{18}{20}$ પણ એ જ છેદ ધરાવતો હતો!

હા! અમારે દરેક અપૂર્ણાંક માટે સમાન અપૂર્ણાંક એકમો મેળવવાની જરૂર હતી.

શબ્દનમ: તેથી, આના સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો $\frac{3}{8}$ અને $\frac{9}{16}$ સમાન અપૂર્ણાંક એકમ સાથે (સમાન છેદ) છે $\frac{30}{80}$ અને $\frac{36}{80}$ અથવા $\frac{15}{40}$ અને $\frac{18}{40}$.

$$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{9}{24} = \frac{12}{32} = \frac{15}{40} = \frac{18}{48} = \dots = \frac{30}{80}$$

કારણ કે સ્પષ્ટ છે $\frac{3}{8} > \frac{2}{8}$, અમે નિષ્કર્ષ કાઢીએ છીએ કે $\frac{3}{8} > \frac{9}{16}$.

☀ અપૂર્ણાંકોની આપેલી જોડ માટે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો શોધો કે જેથી અપૂર્ણાંક એકમો સમાન હોય.

a. $\frac{9}{2}$ અને $\frac{3}{4}$

b. $\frac{6}{3}$ અને $\frac{4}{5}$

c. $\frac{3}{8}$ અને $\frac{3}{4}$

d. $\frac{6}{9}$ અને $\frac{6}{4}$

e. $\frac{6}{8}$ અને $\frac{4}{2}$

f. $\frac{1}{10}$ અને $\frac{2}{5}$

g. $\frac{6}{3}$ અને $\frac{11}{8}$

h. $\frac{13}{5}$ અને $\frac{1}{5}$

અપૂર્ણાંકને તેના સૌથી નીચા પદોમાં (અથવા તેના સરળ સ્વરૂપમાં) દર્શાવવું.

કોઈપણ અપૂર્ણાંકમાં, જો તેના અંશ અને છેદમાં ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય, તો અપૂર્ણાંક માં હોવાનું કહેવાય છે **ન્યૂનતમ શરતો** અથવા તેનામાં **સૌથી સરળ સ્વરૂપ**. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો, જો અપૂર્ણાંક તેના અંશ અને છેદ શક્ય તેટલા નાના હોય તો તે સૌથી નીચા શબ્દોમાં કહેવાય છે.

કોઈ પણ અપૂર્ણાંકને સૌથી નીચા શબ્દોમાં સમકક્ષ અપૂર્ણાંક શોધીને વ્યક્ત કરી શકાય છે જેનો અંશ અને છેદ શક્ય તેટલો નાનો હોય છે.

ચાલો જોઈએ કે અપૂર્ણાંકને સૌથી નીચા શબ્દોમાં કેવી રીતે વ્યક્ત કરવા.

ઉદાહરણ: અપૂર્ણાંક છે $\frac{16}{20}$ સૌથી નીચી દ્રષ્ટિએ? ના, ૪ એ સામાન્ય બાબત છે અવયવ ૧૬ અને ૨૦ ની છે. ચાલો આપણે ઘટાડીએ $\frac{16}{20}$ સૌથી નીચી શરતો સુધી.

આપણે જાણીએ છીએ કે ૧૬ (અંશ) અને ૨૦ (છેદ) બંને છેદ છે ૪ વડે ભાગી શકાય છે.

$$\text{આમ } \frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}.$$

હવે, ૪ અને ૫ વચ્ચે કોઈ સામાન્ય પરિબળ નથી. આથી, $\frac{4}{5}$ સૌથી નીચા શબ્દોમાં વ્યક્ત કરવામાં આવે છે $\frac{4}{5}$. આમ $\frac{4}{5}$ નું સૌથી સરળ સ્વરૂપ કહેવામાં આવે છે $\frac{4}{5}$, કારણ કે ૪ અને ૫ માં ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય પરિબળ નથી.

કોઈપણ અપૂર્ણાંકને તેમની વચ્ચેના સૌથી વધુ સામાન્ય પરિબળ દ્વારા અંશ અને છેદ બંનેને વિભાજિત કરીને સૌથી નીચી શરતોમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય છે.

અપૂર્ણાંકને સૌથી નીચી દ્રષ્ટિએ વ્યક્ત કરવો તે પણ પગલાંમાં કરી શકાય છે.

ધારો કે આપણે વ્યક્ત કરવા માગીએ છીએ $\frac{3}{5}$ સૌથી નીચી દ્રષ્ટિએ. પ્રથમ,

આપણે જોઈએ છીએ કે અંશ અને છેદ બંને સમાન છે. તેથી, આપણે બંનેને વહેંચીએ છીએ ૨ દ્વારા, અને જુઓ કે $\frac{3}{5} = \frac{1}{2}$.

અંશ અને છેદ બંને ફરીથી પણ છે, તેથી આપણે કરી શકીએ દરેકને ફરીથી ૨ વડે ભાગો; આપણને મળે છે $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

હવે આપણે જોઈએ છીએ કે ૮ અને ૧૫ એ બંને ૩ ના ગુણાકાર છે, તેથી આપણે ભાગીએ છીએ મેળવવા માટે બંને દ્વારા ૩ $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

હવે, ૩ અને ૫ માં ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ નથી, તેથી, $\frac{3}{5}$ in ન્યૂનતમ શરતો છે $\frac{3}{5}$.

વૈકલ્પિક રીતે, આપણે નોંધ્યું હોત કે $\frac{3}{5}$, બંને અંશ અને છેદ એ ૧૨ ના ગુણાકાર છે: આપણે જોઈએ છીએ કે $3 \times 4 = 12$ અને $5 \times 2 = 10$. તેથી, આપણે તારણ કાઢી શક્યા હોત કે $\frac{3}{5} = \frac{12}{10}$ સીધેસીધું.

કોઈપણ પદ્ધતિ કામ કરે છે અને તે જ જવાબ આપશે! પણ ક્યારેક પગથિયાંમાં જવું વધુ સરળ બની શકે.

☀ યાલો તેને સમજાવો

નીચેના અપૂર્ણાંકોને સૌથી નીચા શબ્દોમાં વ્યક્ત કરો:

a. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{5}{8}$

e. $\frac{12}{10}$

d. $\frac{12}{10}$

9.9 અપૂર્ણાંકોની સરખામણી.

જે મોટું છે, $\frac{8}{5}$ અથવા $\frac{9}{8}$? આવા બે અપૂર્ણાંકની સીધી તુલના કરવી મુશ્કેલ હોઈ શકે છે. જો કે, આપણે જાણીએ છીએ કે સમાન છેદવાળા બે અપૂર્ણાંકને સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો કેવી રીતે શોધવા. યાલો જોઈએ કે આપણે તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરી શકીએ:

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 8}{5 \times 8} = \frac{64}{40}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{9 \times 5}{8 \times 5} = \frac{45}{40}$$

૪૫ એ ૫ અને ૯ નો સામાન્ય ગુણાકાર છે, તેથી આપણે ૪૫ નો ઉપયોગ સામાન્ય છેદ તરીકે કરી શકીએ છીએ.

સ્પષ્ટ છે કે, $\frac{૩૬}{૪૫} > \frac{૩૫}{૪૫}$

આમ $\frac{૪}{૫} > \frac{૭}{૮}$!

ચાલો આપણે બીજી જોડી માટે આનો પ્રયાસ કરીએ: $\frac{૭}{૮}$ અને $\frac{૧૭}{૨૧}$.

૬૩ એ ૮ અને ૨૧ નો સામાન્ય ગુણીકાર છે. પછી આપણે આ લખી શકીએ:

$$\frac{૭}{૮} = \frac{૭ \times ૭}{૮ \times ૭} = \frac{૪૯}{૬૩}, \quad \frac{૧૭}{૨૧} = \frac{૧૭ \times ૩}{૨૧ \times ૩} = \frac{૫૧}{૬૩}.$$

સ્પષ્ટ છે કે, $\frac{૪૯}{૬૩} < \frac{૫૧}{૬૩}$. આમ $\frac{૭}{૮} < \frac{૧૭}{૨૧}$!

ચાલો સંક્ષિપ્તમાં કહીએ!

આપેલ બે કે તેથી વધુ અપૂર્ણાંકોના કદની તુલના કરવા માટેના પગલાં:

પગલું ૧: આપેલ અપૂર્ણાંકને સમકક્ષ અપૂર્ણાંકોમાં ફેરવો જેથી તે બધા સમાન છેદ અથવા સમાન અપૂર્ણાંક એકમ સાથે વ્યક્ત થાય.

પગલું ૨: હવે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકોની તુલના માત્ર અંશોની સરખામણી કરીને કરો, એટલે કે, દરેકના અપૂર્ણાંક એકમોની સંખ્યા.

☀ ચાલો તેને સમજીએ

૧. નીચેના અપૂર્ણાંકોની તુલના કરો અને તમારા જવાબોને યોગ્ય ઠેરવો:

a. $\frac{૮}{૩}, \frac{૫}{૨}$

b. $\frac{૪}{૮}, \frac{૩}{૭}$

c. $\frac{૭}{૧૦}, \frac{૯}{૧૪}$

d. $\frac{૧૨}{૫}, \frac{૮}{૫}$

e. $\frac{૯}{૪}, \frac{૫}{૨}$

૨. નીચેના અપૂર્ણાંકોને યડતા ક્રમમાં લખો.

a. $\frac{૭}{૧૦}, \frac{૧૧}{૧૫}, \frac{૨}{૫}$

b. $\frac{૧૯}{૨૪}, \frac{૫}{૬}, \frac{૭}{૧૨}$

૩. નીચેના અપૂર્ણાંકો ઉતરતા ક્રમમાં લખો.

a. $\frac{૨૫}{૧૬}, \frac{૭}{૮}, \frac{૧૩}{૪}, \frac{૧૭}{૩૨}$

b. $\frac{૩}{૪}, \frac{૧૨}{૫}, \frac{૭}{૧૨}, \frac{૫}{૪}$

૭.૮ અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી.

મીનાના પિતાએ કંઈક બનાવ્યું ચિક્કી. મીનાએ ખાધું $\frac{1}{2}$ તેમાંથી અને તેના નાના ભાઈએ ખાધું $\frac{1}{8}$ તેનું. કુલ મળીને કેટલા ચિક્કી કર્યું મીના અને તેનો ભાઈ સાથે જમે છે?

આપણે તેની કલ્પના કરીને જવાબ પર પહોંચી શકીએ છીએ. ચાલો આપણે આનો એક ભાગ લઈએ ચિક્કી અને તેને આ રીતે પ્રથમ બે ભાગમાં વિભાજિત કરો.

મીનાએ ખાધું $\frac{1}{2}$ તેની

જેમ કે ચિત્રમાં દર્શાવેલ છે.

ચાલો હવે બાકી રહેલા અડધા ભાગને દર્શાવ્યા પ્રમાણે આગળના બે ભાગમાં વિભાજિત કરીએ. આ દરેક ટુકડો છે $\frac{1}{8}$ સમગ્રનું ચિક્કી.

મીનાના ભાઈએ ખાધું $\frac{1}{8}$ સમગ્રનું ચિક્કી, જેમ છે તેમ ચિત્રમાં દર્શાવેલ છે.

કુલ ચિક્કી ખાવામાં આવે છે $\frac{1}{2}$ (મીના દ્વારા) અને $\frac{1}{8}$ (તેના ભાઈ દ્વારા)

$$\text{કુલ ચિક્કી ખાધું} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$$

$$= 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}.$$

કુલ મળીને કેટલા ચિક્કી બાકી છે?

સમાન અપૂર્ણાંક એકમ અથવા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો.

ઉદાહરણ: નો સરવાળો શોધો $\frac{2}{4}$ અને $\frac{1}{4}$.

ચાલો આપણે લંબચોરસ પટ્ટીઓનો ઉપયોગ કરીને બંનેનું પ્રતિનિધિત્વ કરીએ. બંને અપૂર્ણાંકોમાં, અપૂર્ણાંક એકમ સમાન હોય છે $\frac{1}{4}$, તેથી, દરેક પટ્ટીને ૫ સમાન ભાગમાં વહેંચવામાં આવશે.

આમ $\frac{2}{4}$ તરીકે રજૂ કરવામાં આવશે -



અને $\frac{1}{4}$ તરીકે રજૂ કરવામાં આવશે -



આપેલ બે અપૂર્ણાંક ઉમેરવા એ છાયાંકિત ભાગોની કુલ સંખ્યા શોધવા જેવું જ છે, જેમાંથી દરેક સમાન અપૂર્ણાંક એકમને રજૂ કરે છે $\frac{1}{5}$.

આ કિસ્સામાં, છાયાવાળા ભાગોની કુલ સંખ્યા ૩ છે. કારણ કે, દરેક છાયાંકિત ભાગ અપૂર્ણાંક એકમને રજૂ કરે છે $\frac{1}{5}$, આપણે જોઈએ છીએ કે ૩ છાયાંકિત ભાગો સાથે મળીને અપૂર્ણાંકનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે $\frac{3}{5}$.

તેથી, $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$?



ઉદાહરણ: નો સરવાળો શોધો $\frac{4}{9}$ અને $\frac{2}{9}$.

ચાલો આપણે લંબચોરસ સ્ટ્રીપ મોડેલનો ઉપયોગ કરીને બંનેને ફરીથી રજૂ કરીએ. અહીં માં બંને અપૂર્ણાંકો, અપૂર્ણાંક એકમ સમાન છે, એટલે કે, $\frac{1}{9}$, તેથી દરેક સ્ટ્રીપ વિભાજિત કરશે તેને ૯ સરખા ભાગમાં વિભાજિત કરવામાં આવશે.

પછી $\frac{4}{9}$ તરીકે રજૂ કરવામાં આવશે -



અને $\frac{5}{9}$ તરીકે રજૂ કરવામાં આવશે -



આ કિસ્સામાં, છાયાવાળા ભાગોની કુલ સંખ્યા ૧૦ છે, અને દરેક છાયાવાળો ભાગ અપૂર્ણાંક એકમ રજૂ કરે છે $\frac{1}{9}$, તેથી, ૧૦ છાયાવાળા ભાગો સાથે મળીને અપૂર્ણાંકનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે $\frac{10}{9}$ જે અહીં

સમાન અપૂર્ણાંક એકમ સાથે અપૂર્ણાંકો ઉમેરતી વખતે, દરેક અપૂર્ણાંકમાંથી અપૂર્ણાંક એકમોની સંખ્યા ઉમેરો.

જોવા મળે છે.



$$\begin{aligned} \text{તેથી, } \frac{8}{9} + \frac{5}{9} &= \frac{10}{9} \\ &= 1 + \frac{3}{9} \\ &= 1 \frac{3}{9}. \end{aligned}$$



☀ પ્રયત્ન કરો ઉમેરી રહ્યા છીએ $\frac{8}{9} + \frac{5}{9}$ નંબર લાઇનનો ઉપયોગ કરીને. શું તમને તે જ જવાબ મળે છે?

અલગ અપૂર્ણાંક એકમો અથવા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો..

ઉદાહરણ: નો સરવાળો શોધો $\frac{1}{8}$ અને $\frac{1}{3}$.

વિવિધ અપૂર્ણાંક એકમો સાથે અપૂર્ણાંકો ઉમેરવા માટે, પ્રથમ રૂપાંતરિત કરો સમાન છેદ અથવા અપૂર્ણાંક એકમ સાથેના સમકક્ષ અપૂર્ણાંકમાં અપૂર્ણાંકો.

આ કિસ્સામાં, સામાન્ય છેદ બનાવી શકાય છે

$3 \times 8 = 24$, એટલે કે, આપણે અપૂર્ણાંક એકમ સાથે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો શોધી શકીએ છીએ $\frac{1}{24}$.

ચાલો આપણે આપેલ દરેક અપૂર્ણાંકને સમકક્ષ અપૂર્ણાંક લખીએ.

$$\frac{1}{8} = \frac{1 \times 3}{8 \times 3} = \frac{3}{24}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 8}{3 \times 8} = \frac{8}{24}.$$

હવે, $\frac{3}{24}$ અને $\frac{8}{24}$ સમાન અપૂર્ણાંક એકમ ધરાવે છે, એટલે કે, $\frac{1}{24}$.

$$\text{તેથી, } \frac{1}{8} + \frac{1}{3} = \frac{3}{24} + \frac{8}{24} = \frac{11}{24}.$$

ઉમેરવાની આ પદ્ધતિ, જે કોઈપણ સંખ્યા ઉમેરવા માટે કાર્ય કરે છે અપૂર્ણાંકો, સૌ પ્રથમ વર્ષ ૬૨૮ સીઇમાં બ્રહ્મગુપ્ત દ્વારા સામાન્ય રીતે સ્પષ્ટપણે વર્ણવવામાં આવ્યા હતા! અપૂર્ણાંકોના વિકાસના ઇતિહાસનું વિગતવાર વર્ણન આપણે પ્રકરણમાં પછીથી કરીશું. હમણાં માટે, આપણે અપૂર્ણાંકો ઉમેરવા માટેની બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિના પગલાઓનો સારાંશ આપીએ છીએ.

અપૂર્ણાંક ઉમેરવાની બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિ

1. સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો શોધો જેથી અપૂર્ણાંક એકમ બધા અપૂર્ણાંકો માટે સામાન્ય હોય. છેદના સામાન્ય ગુણાંક (દા.ત., છેદની પેદાશ, અથવા છેદનો સૌથી નાનો સામાન્ય ગુણાકાર) શોધીને આ કરી શકાય છે.
2. સમાન અપૂર્ણાંક એકમો સાથે આ સમકક્ષ અપૂર્ણાંકો ઉમેરો. આ અંશો ઉમેરીને અને સમાન છેદ રાખીને કરી શકાય છે.
3. જો જરૂર પડે તો પરિણામને સૌથી ઓછી શરતોમાં વ્યક્ત કરો.

આપણે બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિનું બીજું એક ઉદાહરણ લઈએ.

ઉદાહરણ: નો સરવાળો શોધો $\frac{2}{3}$ અને $\frac{1}{4}$.

આપેલા અપૂર્ણાંકોના છેદ ૩ અને ૪ છે. સૌથી નીચું ૩ અને ૪ નું સામાન્ય ગુણાંક ૧૨ છે. પછી આપણે જોઈએ છીએ કે

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}, \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}.$$

તેથી, $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$.

ઉદાહરણ: નો સરવાળો શોધો $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{3}$.

૬ અને ૩ નો સૌથી નાનો સામાન્ય ગુણાંક ૬ છે.

$\frac{1}{4}$ રહેશે $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

તેથી, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$.

અપૂર્ણાંક $\frac{3}{6}$ હવે સૌથી નીચા શબ્દોમાં ફરીથી વ્યક્ત કરી શકાય છે, જો ઈચ્છિત.

આ બંને અંશને વિભાજિત કરીને કરી શકાય છે અને ૩ દ્વારા છેદ (૩ અને ૬ નો સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ):

$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$.

તેથી, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

☀ યાલો તેને સમજીએ

1. બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને નીચેના ભાગો ઉમેરો:

a. $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9}$ b. $\frac{3}{8} + \frac{1}{3}$ c. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{2}{9}$ e. $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ g. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ h. $\frac{3}{4} + \frac{4}{7}$ i. $\frac{6}{7} + \frac{4}{8}$ j. $\frac{6}{3} + \frac{2}{9}$

k. $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ l. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{9}$ m. $\frac{6}{7} + \frac{4}{8} + \frac{9}{10}$

2. રહીમ મિશ્રણ કરે છે $\frac{2}{3}$ આની સાથે પીળા રંગનો લિટર $\frac{1}{4}$ લિટરનો ભૂરો રંગ લીલો રંગ બનાવો. તેણે બનાવેલા લીલા રંગનું વોલ્યુમ કેટલું છે?

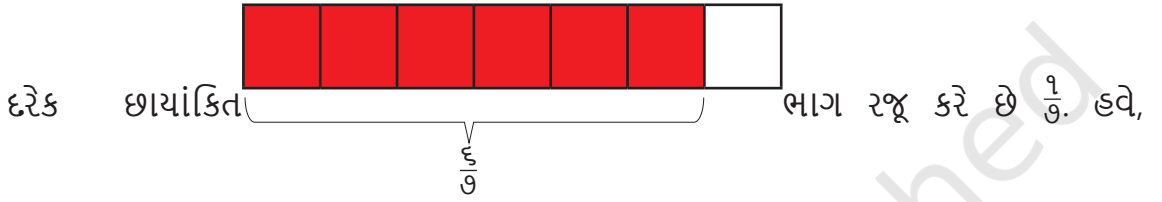
3. ગીતાએ ખરીદ્યું $\frac{2}{3}$ મીટર લેસ અને શમીમે ખરીદ્યો $\frac{1}{4}$ નું મીટર ટેબલ કાપડ પર જેની પરિમિતિ હોય તેના પર સંપૂર્ણ કિનારી મૂકવા માટે સમાન લેસ ૧ મીટર લાંબી છે. બંનેએ ખરીદેલી લેસની કુલ લંબાઈ શોધો. શું લેસ આખી સરહદને આવરી લેવા માટે પૂરતી હશે?

સમાન અપૂર્ણાંક એકમ અથવા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી.

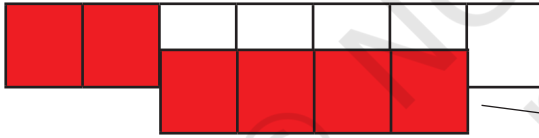
અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરતી વખતે બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિ પણ લાગુ પડે છે!

ચાલો બાદબાકીની સમસ્યાથી શરૂઆત કરીએ $\frac{8}{9}$ માંથી $\frac{6}{9}$, એટલે કે, શું છે $\frac{6}{9} - \frac{8}{9}$?

આ સમસ્યાને હલ કરવા માટે, આપણે ફરીથી લંબચોરસ પટ્ટીઓનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ. બંને અપૂર્ણાંકોમાં, અપૂર્ણાંક એકમ સમાન હોય છે, એટલે કે, $\frac{1}{9}$. ચાલો આપણે સૌ પ્રથમ લંબચોરસ પટ્ટીનો ઉપયોગ કરીને મોટા અપૂર્ણાંકને રજૂ કરીએ બતાવેલ પ્રમાણે મોડેલ:



આપણે બાદબાકી કરવાની જરૂર છે $\frac{8}{9}$. કરવાનું ચાલો આપણે છાયાંકિત ભાગમાંથી ૪ ને દૂર કરીએ:



અપૂર્ણાંક ભાગોને દૂર કરવા.

આપણે અહીં આ સીધું જ કરી શકીએ છીએ કારણ કે બંને અપૂર્ણાંકો સમાન અપૂર્ણાંક એકમો ધરાવે છે.

તેથી, આપણી પાસે ૨ છાયાવાળા ભાગો બાકી છે, એટલે કે, $\frac{6}{9} - \frac{8}{9} = \frac{2}{9}$.

નંબર લાઇનનો ઉપયોગ કરીને આ જ કસરત કરવાનો પ્રયાસ કરો.

☀ યાલો તેને સમજાવો

૧. $\frac{4}{6} - \frac{3}{6}$

૨. $\frac{9}{6} - \frac{4}{6}$

૩. $\frac{10}{29} - \frac{1}{29}$

અલગ અપૂર્ણાંક એકમો અથવા છેદવાળા અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી.

ઉદાહરણ: શું છે $\frac{3}{8} - \frac{2}{3}$?

જેમ કે આપણે સાથે અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી માટેની પ્રક્રિયા પહેલેથી જ જાણીએ છીએ સમાન અપૂર્ણાંક એકમો, યાલો આપણે આપેલ દરેક અપૂર્ણાંકને સમાન અપૂર્ણાંક એકમો સાથે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતરિત કરીએ.

$$\frac{3}{8} = \frac{(3 \times 3)}{(8 \times 3)} = \frac{9}{24}$$

હા! આમ કરવાથી આપણે સરળતાથી બે અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરી શકીએ છીએ.

વિચારવું! શા માટે આપણે અંશ અને છેદ બંનેને ૩ વડે ગુણાકાર કરવાનું પસંદ કર્યું?

અને એ જ રીતે,

$$\frac{2}{3} = \frac{(2 \times 8)}{(3 \times 8)} = \frac{16}{24}$$

ફરી! શા માટે આપણે અહીં અંશ અને છેદ બંનેને ૪ વડે ગુણાકાર કરવાનું પસંદ કર્યું?

તેથી, $\frac{3}{8} - \frac{2}{3} = \frac{9}{24} - \frac{16}{24} = \frac{7}{24}$.

બે અપૂર્ણાંકો બાદ કરવાની બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિ -

૧. આપેલ અપૂર્ણાંકોને સમાન અપૂર્ણાંક એકમ સાથે સમકક્ષ અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતરિત કરો, એટલે કે, સમાન છેદ.
૨. સમાન અપૂર્ણાંક એકમો ધરાવતા અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી હાથ ધરવી. આ અંશોની બાદબાકી કરીને અને સમાન છેદ રાખીને કરી શકાય છે.
૩. જો જરૂરી હોય તો પરિણામને સૌથી નીચી શરતોમાં સરળ બનાવો.

☀ યાલો તેને સમજાવો

1. બ્રહ્મગુપ્તની પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરીને નીચેની બાદબાકી કરો:

a. $\frac{6}{9} - \frac{3}{9}$ b. $\frac{2}{9} - \frac{8}{9}$ c. $\frac{4}{9} - \frac{8}{9}$ d. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

2. સૂચવ્યા પ્રમાણે બાદ કરો:

a. $\frac{13}{8}$ માંથી $\frac{10}{3}$ b. $\frac{16}{9}$ માંથી $\frac{23}{3}$ c. $\frac{26}{9}$ માંથી $\frac{84}{9}$

3. નીચેની સમસ્યાઓ ઉકેલો:

- જયાની શાળા છે $\frac{9}{10}$ તેના ઘરથી કિ.મી. તે માટે ઓટો લે છે $\frac{1}{2}$ તેના ઘરથી દરરોજ કિ.મી. દૂર જાય છે, અને પછી બાકીનું અંતર ચાલીને તેની શાળાએ પહોંચે છે. તે શાળાએ પહોંચવા માટે દરરોજ કેટલું ચાલે છે?
- જીવિકા લે છે $\frac{10}{3}$ પાર્કનો સંપૂર્ણ રાઉન્ડ લેવા માટે મિનિટ્સ અને તેનો મિત્ર નમિત લે છે $\frac{13}{8}$ એમ જ કરવા માટે મિનિટો. કોણ ઓછો સમય લે છે અને કેટલા દ્વારા?

૭.૯ ઇતિહાસની એક ચપટી

શું તમે જાણો છો પ્રાચીન ભારતમાં અપૂર્ણાંકને શું કહેવામાં આવતું હતું? તેને કહેવામાં આવતું હતું ભિન્ના સંસ્કૃતમાં, જેનો અર્થ થાય છે 'તૂટેલું'. તેને પણ કહેવામાં આવતું હતું ભાગા અથવા અંશા જેનો અર્થ થાય છે 'ભાગ' અથવા 'ટુકડો'.

આજે આપણે જે રીતે અપૂર્ણાંકો લખીએ છીએ, વૈશ્વિક સ્તરે, તે ભારતમાંથી ઉદ્ભવી છે. પ્રાચીન ભારતીય ગાણિતિક ગ્રંથોમાં, જેમ કે બક્ષલી હસ્તપ્રત (વર્ષ ૩૦૦ સીઈની આસપાસથી), જ્યારે તેઓ લખવા માંગતા હતા $\frac{1}{2}$, તેઓએ લખ્યું તે આ રીતે જે ખરેખર આજે આપણે જે રીતે લખીએ છીએ તેના જેવું જ છે! અપૂર્ણાંકો સાથે લખવાની અને કામ કરવાની આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ ચાલુ રહ્યો પછીની કેટલીક સદીઓ સુધી ભારતમાં આર્યભટ્ટ (ઈ.સ. ૪૯૯), બ્રહ્મગુપ્ત (૬૨૮ ઈ.સ.ઈ.), શ્રીધરાચાર્ય (ઈ. સ. ૭૫૦ સી.ઈ.) અને મહાવીરાચાર્ય (ઈ. સ. ૮૫૦ ઈ.સ.) માં અંશ અને છેદ વચ્ચેનો રેખાનો સેગમેન્ટ $\frac{1}{2}$ અને

અન્ય અપૂર્ણાંકોમાં પાછળથી મોરોક્કન ગણિતશાસ્ત્રી દ્વારા રજૂ કરવામાં આવ્યું હતું અલ-હાસ્સાર (૧૨ મી સદીમાં). એ પછીની કેટલીક સદીઓમાં આ સંકેતલિપી યુરોપ અને દુનિયાભરમાં ફેલાઈ ગઈ.

પ્રાચીન ઇજિપ્તીયન અને બેબીલોનીયન સભ્યતાઓ જેવી અન્ય સંસ્કૃતિઓમાં પણ અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ થતો હતો, પરંતુ તેમાં મુખ્યત્વે માત્ર અપૂર્ણાંક એકમોનો જ ઉપયોગ કરવામાં આવતો હતો, એટલે કે, અંશમાં ૧ સાથે અપૂર્ણાંકનો. વધુ સામાન્ય અપૂર્ણાંકોને અપૂર્ણાંક એકમોના સરવાળા તરીકે વ્યક્ત કરવામાં આવ્યા હતા, જેને હવે 'ઇજિપ્તીયન અપૂર્ણાંકો' તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. અપૂર્ણાંકના સરવાળા તરીકે સંખ્યાઓને લખી રહ્યા છીએ એકમો, દા.ત., $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, એકદમ કલા હોઈ શકે

છે અને તે સુંદર તરફ દોરી જાય છે કોયડાઓ. આવા જ એક પઝલ વિશે આપણે નીચે વિચાર કરીશું.

સામાન્ય અપૂર્ણાંકો (જ્યાં અંશ ૧ હોય તે જરૂરી નથી) સૌ પ્રથમ ભારતમાં રજૂ કરવામાં આવ્યા હતા, અંકગણિતની ક્રિયાઓના તેમના નિયમો જેમ કે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, અને અપૂર્ણાંકોનું વિભાજન પણ. 'સુલ્બાસૂત્રો' તરીકે ઓળખાતા પ્રાચીન ભારતીય ગ્રંથો દર્શાવે છે કે વૈદિક કાળમાં પણ ભારતીયોએ થોડાક અંશે કામગીરીના નિયમો શોધી કાઢ્યા હતા. અપૂર્ણાંકો સાથે કામ કરવા અને તેની સાથે ગણતરી કરવા માટેના સામાન્ય નિયમો અને પ્રક્રિયાઓને સૌ પ્રથમ બ્રહ્મગુપ્ત દ્વારા ઔપચારિક અને આધુનિક સ્વરૂપમાં કોડિફાઇ કરવામાં આવી હતી.

બ્રહ્મગુપ્તની અપૂર્ણાંકો સાથે કામ કરવાની અને તેની સાથે ગણતરી કરવાની પદ્ધતિઓ આજે પણ આપણે વાપરીએ છીએ. દાખલા તરીકે, બ્રહ્મગુપ્તે વર્ણન કર્યું છે કે અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો અને બાદબાકી કેવી રીતે કરવી તે નીચે મુજબ છે:

"દરેક અપૂર્ણાંકના અંશ અને છેદનો બીજા અપૂર્ણાંકોના છેદ સાથે ગુણાકાર કરવાથી, અપૂર્ણાંકો સામાન્ય છેદમાં રૂપાંતરિત થાય છે. પછી, સરવાળાના કિસ્સામાં, (ઉપરના ઘટાડા પછી મેળવેલા) અંશોનો સરવાળો કરવામાં આવે છે. બાદબાકીના કિસ્સામાં, તેમનો તફાવત લેવામાં આવે છે." (બ્રહ્મગુપ્ત, બ્રહ્મસ્ફુટસિદ્ધાંત, શ્લોક ૧૨.૨, ૬૨૮ ઈ.સ.)

અપૂર્ણાંકોને સાંકળતી ભારતીય વિભાવનાઓ અને પદ્ધતિઓ પછીની કેટલીક સદીઓમાં આરબો મારફતે યુરોપમાં પ્રસારિત કરવામાં આવી હતી અને લગભગ ૧૭ મી સદીમાં યુરોપમાં તેનો સામાન્ય ઉપયોગ થયો હતો અને ત્યાર બાદ તે વિશ્વભરમાં ફેલાયો હતો.

☀ કોયડો!

સરવાળો ૧ મેળવવા માટે અપૂર્ણાંક એકમો ઉમેરવા સરળ છે, જો કોઈ સમાન અપૂર્ણાંક એકમનો ઉપયોગ કરે છે, ઉદાહરણ તરીકે,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1, \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1, \text{ વગેરે.}$$

જો કે, શું તમે અપૂર્ણાંક એકમો ઉમેરવાની કોઈ રીત વિશે વિચારી શકો છો જે ૧ મેળવવા માટે બધા જ અલગ છે?

૧ મેળવવા માટે બે જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો ઉમેરવાનું શક્ય નથી. કારણ એ છે કે $\frac{1}{2}$ એ સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક એકમ છે, અને $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો મેળવવા માટે, આપણે તેમાંથી ઓછામાં ઓછું એક બદલવું પડશે $\frac{1}{2}$ કેટલાક નાના અપૂર્ણાંક એકમ સાથે છે - પરંતુ તે પછી સરવાળો ૧ કરતા ઓછો હશે! તેથી, બે જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો માટે ૧ સુધી ઉમેરવું શક્ય નથી.

તેના બદલે આપણે ત્રણ જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમોના સરવાળા તરીકે ૧ ને લખવાની રીત શોધવાનો પ્રયત્ન કરી શકીએ.

૧. શું તમે ત્રણ જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો શોધી શકો છો કે જેમાં ૧ નો ઉમેરો થાય છે?

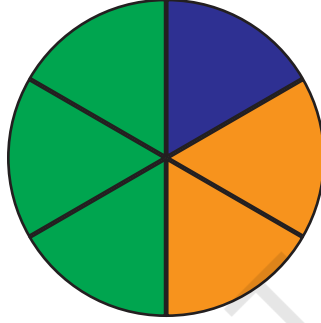
તે તારણ આપે છે કે આ સમસ્યાનો એક જ ઉકેલ છે (૩ અપૂર્ણાંકના ક્રમમાં ફેરફાર કરવા સુધી)! તમે તેને શોધી શકો છો? આગળ વાંચતા પહેલા તેને શોધવાનો પ્રયાસ કરો.

સમાધાન શોધવાની અહીં એક વ્યવસ્થિત રીત છે. આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$. અપૂર્ણાંક એકમોને અલગ રાખવા માટે, આપણે ઓછામાં ઓછા એકને વધારવું પડશે $\frac{1}{3}$ ની, અને ઓછામાં ઓછા એક બીજામાં ઘટાડો $\frac{1}{3}$ તે વધારાની ભરપાઈ કરવા માટે છે. વધારવાનો એકમાત્ર રસ્તો $\frac{1}{3}$ બીજા અપૂર્ણાંક એકમમાં તેને આના દ્વારા બદલવાનું છે $\frac{1}{2}$. આમ $\frac{1}{2}$ અપૂર્ણાંક એકમોમાંનું એક હોવું જોઈએ.

પ્રયત્ન કરો
આ

હવે $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$. અપૂર્ણાંક એકમોને અલગ રાખવા માટે, આપણે તેમાંથી એકમાં વધારો કરવો પડશે $\frac{1}{6}$ ની અને બીજાને ઘટાડો $\frac{1}{6}$ તે વધારાની ભરપાઈ કરવા માટે. હવે વધારવાનો એકમાત્ર રસ્તો $\frac{1}{6}$ બીજા અપૂર્ણાંક એકમ માટે, કે જે તેનાથી અલગ છે $\frac{1}{2}$, તેને આના દ્વારા બદલવાનું છે $\frac{1}{3}$. તેથી બે અપૂર્ણાંકો હોવા જ જોઈએ $\frac{1}{2}$ અને $\frac{1}{3}$! તો પછી ત્રીજો અપૂર્ણાંક કેટલો હોવો જોઈએ, જેથી ત્રણ અપૂર્ણાંકો ૧ નો સરવાળો કરી શકે?

આ સમજાવે છે કે શા માટે ઉપરોક્ત સમસ્યાનો એક જ ઉપાય છે.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

શું જો આપણે ચાર જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો શોધીએ જે ઉમેરવામાં આવે છે થી ૧ ?

૨ . શું તમે ચાર જુદા જુદા અપૂર્ણાંક એકમો શોધી શકો છો જેમાં ૧ નો ઉમેરો થાય છે?

તે તારણ આપે છે કે આ સમસ્યાના છ ઉકેલો છે! શું તમે તેમાંથી ઓછામાં ઓછું એક શોધી શકો છો? તમે તે બધાને શોધી શકો છો? તમે બે અને ત્રણ અપૂર્ણાંક એકમોના કિસ્સામાં હોય છે તેવા જ તર્કનો ઉપયોગ કરવાનો પ્રયાસ કરી શકો છો - અથવા તમારી પોતાની પદ્ધતિ શોધી શકો છો!

એક વખત તમે એક ઉકેલ શોધી લો, પછી વર્તુળને ઉપરની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણેના ભાગોમાં વિભાજિત કરવાનો પ્રયાસ કરો, જેથી તેની કલ્પના કરી શકાય!

પ્રયત્ન કરો
આ

સારાંશ

- **સમાન ભાગ તરીકે અપૂર્ણાંક:** જ્યારે એક આખી સંખ્યાના એકમોને સમાન ભાગોમાં વહેંચવામાં આવે છે અને સરખી રીતે વહેંચવામાં આવે છે, ત્યારે અપૂર્ણાંક પરિણામ આપે છે.
- **અપૂર્ણાંક એકમો:** જ્યારે એક આખા એકમને સમાન ભાગોમાં વહેંચવામાં આવે છે, ત્યારે દરેક ભાગને અપૂર્ણાંક એકમ કહેવામાં આવે છે.
- **અપૂર્ણાંક વાંચવા:** જેવા અપૂર્ણાંકમાં, $\frac{p}{q}$ ને અંશ કહેવામાં આવે છે અને q ને છેદ કહેવામાં આવે છે.
- **મિશ્ર અપૂર્ણાંક:** મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં એક આખી સંખ્યાનો ભાગ અને એક અપૂર્ણાંક ભાગ હોય છે.
- **સંખ્યા રેખા:** અપૂર્ણાંકોને સંખ્યા રેખા પર દર્શાવી શકાય છે. દરેક અપૂર્ણાંકને સંખ્યા રેખા પર એક બિંદુ સાથે સાંકળવામાં આવે છે.
- **સમતુલ્ય અપૂર્ણાંક:** જ્યારે બે અથવા વધુ અપૂર્ણાંકો સમાન ભાગ અથવા સંખ્યાનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે, ત્યારે તેમને સમતુલ્ય અપૂર્ણાંક કહેવામાં આવે છે.
- **સૌથી નીચા પદો:** એક અપૂર્ણાંક જેના અંશ અને છેદમાં ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય તેને તેના સૌથી નીચા પદોમાં અથવા તેના સરળ સ્વરૂપમાં કહેવાય છે.
- **બ્રહ્મગુપ્તની અપૂર્ણાંકોના સરવાળા માટેની રીત:** જ્યારે અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવો હોય, ત્યારે તેમને સમાન અપૂર્ણાંક એકમ (એટલે કે, સમાન છેદ) વાળા સમતુલ્ય અપૂર્ણાંકોમાં રૂપાંતરિત કરો, અને પછી સરવાળો મેળવવા માટે દરેક અપૂર્ણાંકમાં અપૂર્ણાંક એકમોની સંખ્યાનો સરવાળો કરો. આ સમાન છેદને જાળવી રાખીને અંશનો સરવાળો કરીને પૂર્ણ થાય છે.
- **બ્રહ્મગુપ્તની અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી માટેની રીત:** જ્યારે અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરવી હોય, ત્યારે તેમને સમાન અપૂર્ણાંક એકમ (એટલે કે, સમાન છેદ) વાળા સમતુલ્ય અપૂર્ણાંકોમાં રૂપાંતરિત કરો, અને પછી અપૂર્ણાંક એકમોની સંખ્યાની બાદબાકી કરો. આ સમાન છેદને જાળવી રાખીને અંશની બાદબાકી કરીને પૂર્ણ થાય છે.