

ଭଗ୍ନାଂଶ



0674CH07

ମନେରଖ ଯେ ଯେତେବେଳେ କିଛି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟକ ଜିନିଷ କିଛି ଲୋକଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଏ, ସେତେବେଳେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଆମକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ କେତେ ଡାହା କହିଥାଏ ।

ଶବ୍ଦନମ୍: ତୁମର ମନେ ଅଛି କି ଯଦି ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ଦୁଇ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କେତେ ରୁଟି ପାଇବେ ?

ମୁକ୍ତା: ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କୁ ଅଧା ଅଧା ରୁଟି ମିଳିବ ।

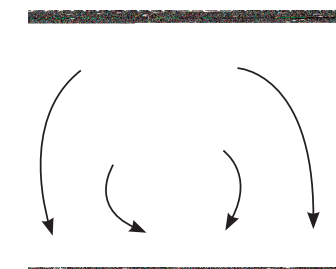
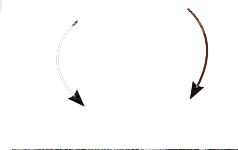
ଶବ୍ଦନମ୍: ଭଗ୍ନାଂଶରେ 'ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧାଂଶ'କୁ $\frac{1}{2}$ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଏ । ଆମେ ମଧ୍ୟ ବେଳେବେଳେ ଏହାକୁ 'ଦୁଇ ଭାଗର ଏକଭାଗ' ବୋଲି ପଢ଼ିଥାଉ ।

ମୁକ୍ତା: ଯଦି ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ୪ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ କରାଯାଏ, ପ୍ରତି ପିଲା କେତେ ରୁଟି ପାଇବେ ?

ଶବ୍ଦନମ୍: ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କ ଅଂଶ ହେବ $\frac{1}{4}$ ରୁଟି ।

ମୁକ୍ତା: ତାହାଲେ କିଏ ଅଧିକ $\frac{1}{9}$ ରୁଟି କିମ୍ବା $\frac{1}{8}$ ରୁଟି ?

ଶବ୍ଦନମ୍: ଯେତେବେଳେ ୨ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ରୁଟି ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ କରାଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା $\frac{1}{2}$ ରୁଟିପାଇଥାନ୍ତି । ମାତ୍ର ଯେତେବେଳେ ୪ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ କରାଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ପାଆନ୍ତି $\frac{1}{4}$ ରୁଟି । ଯେହେତୁ, ଦ୍ଵିତୀୟ ଗୁପରେ ଅଧିକ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ



ସମାନ ଭାଗରେ ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ଭାଗ କରାଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କୁ ଏକ ଛୋଟ ଅଂଶ ମିଳିଥାଏ । ତେଣୁ, $\frac{1}{9}$ ରୁଟି $\frac{1}{8}$ ରୁଟି ଠାରୁ ଅଧିକ । $\frac{1}{9} > \frac{1}{8}$

୭.୧ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଏବଂ ସମାନ ବଣ୍ଟନ

- ବେନି: କେଉଁ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ଅଧିକ - $\frac{1}{8}$ କିମ୍ବା $\frac{1}{9}$?
- ଅରବିନ୍ଦ: ୯ ୫ ଠାରୁ ବଡ଼ । ତେଣୁ ମୋର ଅନୁମାନ ଯେ $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$ ଠାରୁ ଅଧିକ । କ'ଣ ମୁଁ ଠିକ୍ ?
- ବେନି: ନାଁ ! ଏହା ଏକ ସାଧାରଣ ଭୁଲ । ଏହି ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକ ବଣ୍ଟନ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଚିନ୍ତା କର ।
- ଅରବିନ୍ଦ: ଯଦି ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ୫ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ $\frac{1}{5}$ ଅଂଶ ରୁଟି ମିଳିଥାଏ । ଯଦି ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ୯ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଣ୍ଟିଲେ, ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କୁ ରୁଟିର $\frac{1}{9}$ ଅଂଶ ମିଳିଥାଏ ?
- ବେନି: ଠିକ୍ ତ ! ଏବେ ପୁଣି ଥରେ ଚିନ୍ତା କର - କେଉଁ ଭାଗ ଅଧିକ ?
- ଅରବିନ୍ଦ: ଯଦି ମୁଁ ଏହାକୁ ଅଧିକ ଲୋକଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭାଗ କରିବି, ତେବେ ମୁଁ କମ୍ ପାଇବି । ତେଣୁ, $\frac{1}{9} < \frac{1}{8}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ ଠାରୁ ବଡ଼ ।
- ବେନି: ତୁମେ ବୁଝିପାରିଲ !

ଓହ, ତେଣୁ $\frac{1}{900}$, $\frac{1}{900}$ ଠାରୁ ବଡ଼ !

ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଏକକକୁ ଅନେକ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶକୁ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକ ଏକ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ:

$\frac{1}{9}$, $\frac{1}{91}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{9}$, ..., $\frac{1}{90}$, ..., $\frac{1}{80}$, ..., $\frac{1}{900}$, ଇତ୍ୟାଦି ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ବେଳେବେଳେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକକୁ 'ଏକକ ଭଗ୍ନାଂଶ' ବୋଲି ମଧ୍ୟ କହିଥାଉ ।

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଖାଲି ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ରେ ପୂରଣ କର ।

୧. ତିନୋଟି ପିଚୁଲିର ଓଜନ ୧ କେଜି । ଯଦି ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟ ସମାନ ଆକାରର, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଚୁଲିର ଓଜନ ପ୍ରାୟ _____ କିଲୋଗ୍ରାମ ହେବ ।
୨. ଜଣେ ହୋଲସେଲ୍ ବ୍ୟବସାୟୀ ସମାନ ଓଜନର ୪ଟି ପ୍ୟାକେଟରେ ୧ କେଜି ଚାଉଳ ପ୍ୟାକ୍ କରିଥିଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ୟାକେଟର ଓଜନ _____ କିଲୋଗ୍ରାମ ।
୩. ୪ ଜଣ ସାଙ୍ଗ ୩ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁର ସମତାଲ ନିଜ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଲେ । ସମସ୍ତେ _____ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁ ରସ ପିଇଲେ ।

ଗଣିତ
ଚକ୍ର

୪. ବଡ଼ ମାଛର ଓଜନ $\frac{୧}{୨}$ କେ.ଜି । ଛୋଟ ଚିର ଓଜନ ହୋଇଥାଏ $\frac{୧}{୪}$ କେ.ଜି। ଏକାଠି ସେମାନଙ୍କର ଓଜନ _____ କିଲୋଗ୍ରାମ ।



ଅତୀତର ଜ୍ଞାନ !

ପ୍ରାଚୀନ କାଳରୁ ଭାରତରେ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ଓ ନାମକରଣ କରାଯାଇଛି । ଋତୁ ବେଦରେ, ଭଗ୍ନାଂଶ $\frac{୩}{୪}$ କୁ କୁହାଯାଏ ତ୍ରି-ପାଦ । ଏହାର ଅର୍ଥ ଅର୍ଥ ଆଜି ଅନେକ ଭାରତୀୟ ଭାଷାରେ $\frac{୩}{୪}$ ଶବ୍ଦ ସହିତ ସମାନ, ଉଦାହରଣ ସ୍ବରୂପ, କଥିତ ହିନ୍ଦୀରେ 'ତୀନ ପାଦ' ଓ ତାମିଲ ଭାଷାରେ 'ମୁଙ୍କାଲ' । ବାସ୍ତବରେ, ଅନେକ ଭାରତୀୟ ଭାଷାରେ ଆଜି ବ୍ୟବହୃତ ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାଚୀନ କାଳରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଛି ।

ତୁମ ଘର, ସହର କିମ୍ବା ରାଜ୍ୟରେ କଥିତ ବିଭିନ୍ନ ଭାଷାରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ କେଉଁ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ତାହା ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ଏବଂ ଆଲୋଚନା କର । ତୁମ ଜେଜେବାପା, ପିତାମାତା, ଶିକ୍ଷକ ଏବଂ ସହପାଠୀମାନଙ୍କୁ ପଚାର ଯେ ସେମାନେ ଦେଉ, ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଅଧା, ଚତୁର୍ଥାଂଶ ଏବଂ ଅଡ଼େଇ ଭଳି ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶ ପାଇଁ କେଉଁ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି, ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।

୫ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଖାଲି ବାକ୍ସରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଶବ୍ଦଗୁଡ଼ିକୁ ଛୋଟରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ :
ଦେଢ଼, ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଦେଢ଼ ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଅଧା, ଚତୁର୍ଥାଂଶ, ଅଡ଼େଇ ।

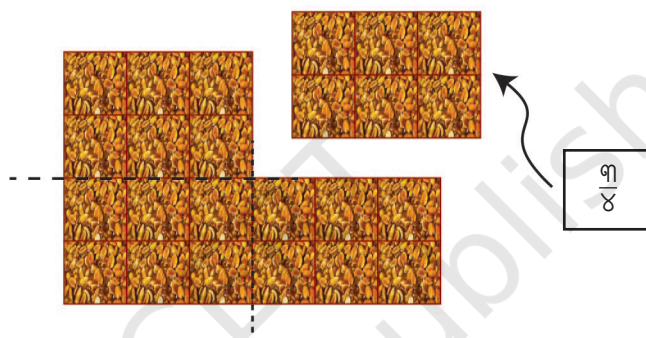
ତୁମର ଉତ୍ତର ଏଠାରେ ଲେଖ ।

୭.୨ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶ ଭାବରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ

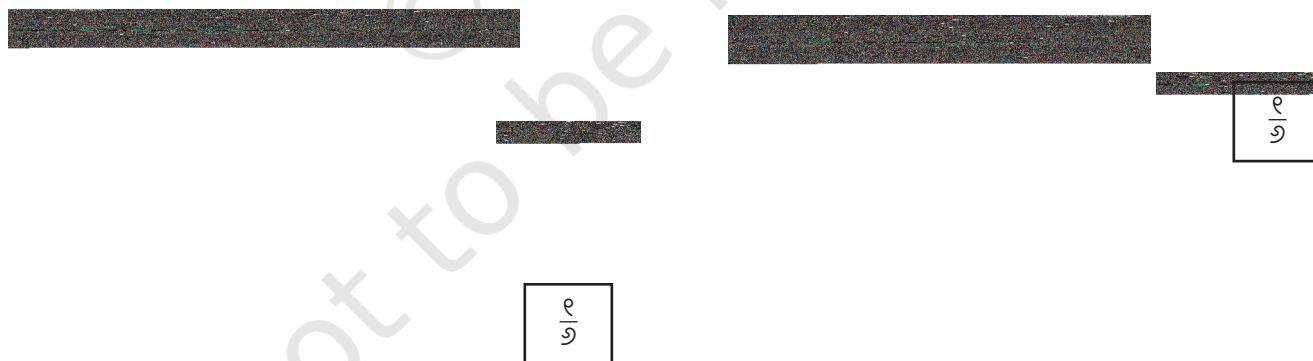
ଏହି ଫଟୋଟି ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିକ୍ଳି ।

ନିମ୍ନରେ ଦୁଇ ଖଣ୍ଡ ହୋଇଥିବାର ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡ ମୂଳ ଚିକ୍ଳିର କେତେ ଅଂଶ ?

ଏକ ପୁରା ଚିକ୍ଳି



ଆମେ ଦେଖିପାରୁଛନ୍ତି ଯେ ବଡ଼ ଖଣ୍ଡରେ $\frac{୧}{୪}$ ଚିକ୍ଳିର ୩ଖଣ୍ଡ ରହିଛି । ତେଣୁ, ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{୧}{୪}$ ବ୍ୟବହାର କରି ବଡ଼ ଖଣ୍ଡକୁ ମାପିପାରିବା । ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ବଡ଼ ଖଣ୍ଡଟି ହେଉଛି $\frac{୩}{୪}$ ଚିକ୍ଳି ।



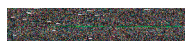
ଏକ ପୁରା ଚିକ୍ଳିକୁ ୨ଟି ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କାଟି ଦିଅ ।

ଏକ ପୁରା ଚିକ୍ଳି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ୨ଟି ସମାନ ଖଣ୍ଡରେ କାଟି ଦିଅ ।

☀ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିକ୍ଳିକୁ ବିଭାଜିତ କରି ଚିକ୍ଳିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ୨ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ଦ୍ଵାରା, ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ଆକାରର $\frac{୧}{୨}$ ଟି ଚିକ୍ଳି ପାଇବା । ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଆକାରର କି ?



ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ତର ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ କ'ଣ ?



ଆମେ ଚିତ୍ତକୁ ସମାନ ୩
ଖଣ୍ଡରେ ଭାଜି ଏହି ଖଣ୍ଡ
ପାଇବା । ତେଣୁ ଏହା
ହେଉଛି $\frac{9}{3}$ ଚିତ୍ତ ।

ଏକ ପୁରା ଚିତ୍ତ

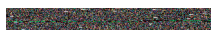


 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପରିସଂଖ୍ୟାନଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ତର ବିଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଦର୍ଶାଯାଉଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଚିତ୍ତର କେତେ ଅଂଶ ?



a.



b.



c.



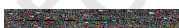
d.



e.



f.



g.

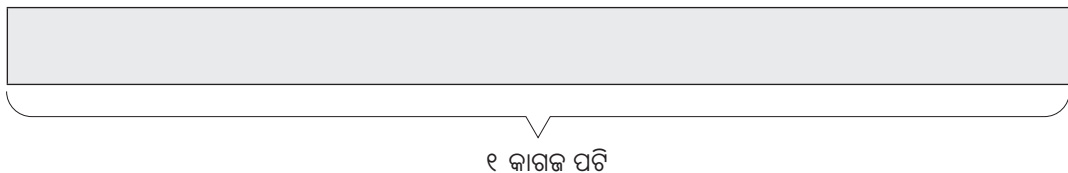


h.

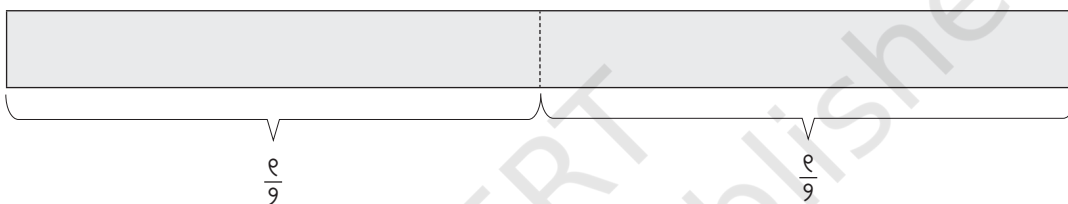


୭.୩ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପିବା

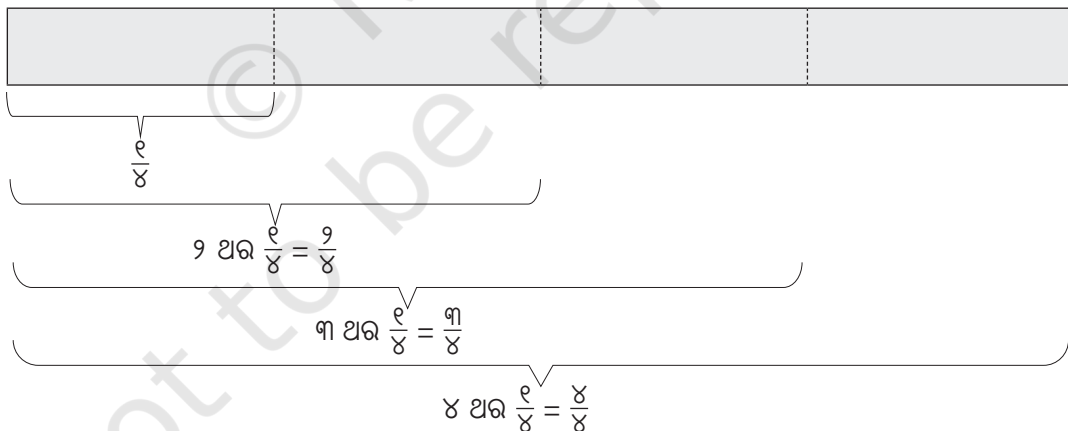
କାଗଜର ଏକ ପଟି ନିଅ । ଆମେ ଏହି କାଗଜ ପଟିକୁ ଏକ ଏକକ ଲମ୍ବ ବୋଲି ବିବେଚନା କରିବା ।



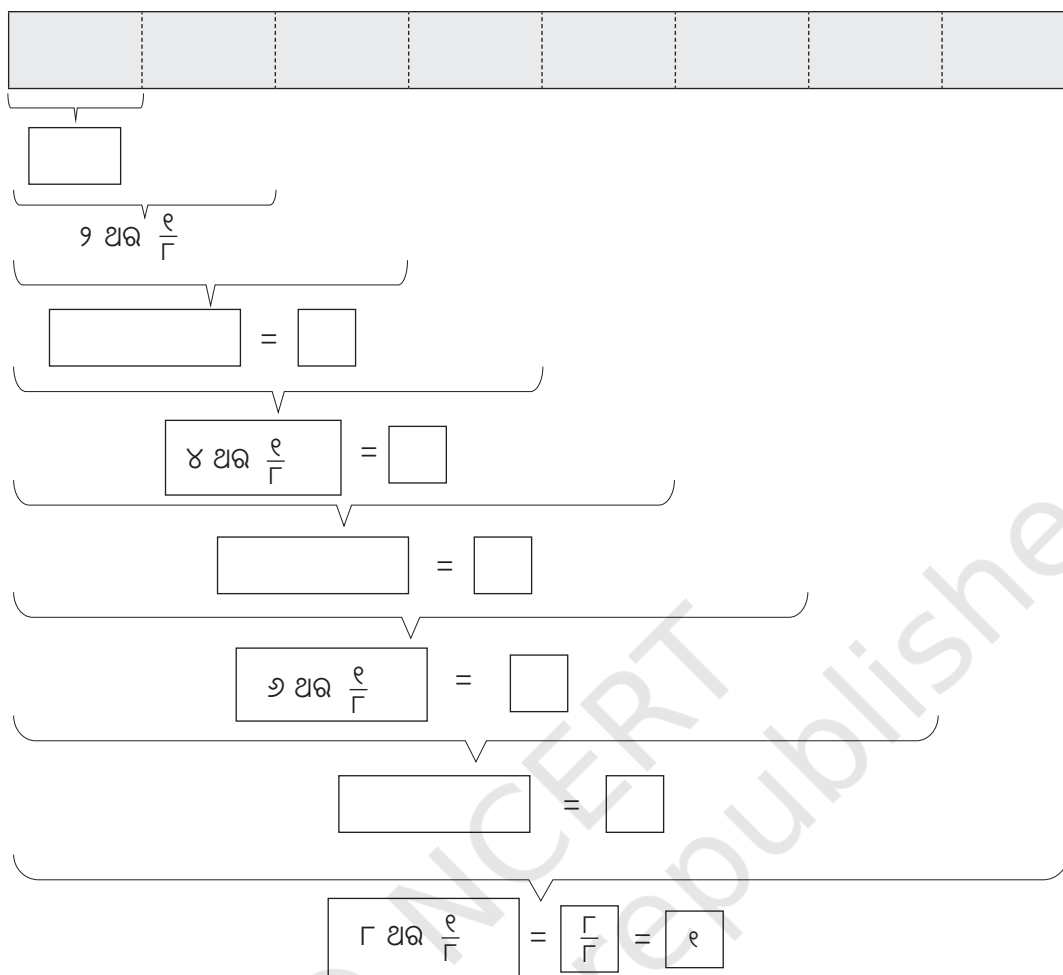
ପଟିକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଏବଂ ପୁନଶ୍ଚ ଏହି ପଟିକୁ ଖୋଲ । ପଟିକୁ ଗୋଟିଏ ଏକକ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କଲେ, ଭାଙ୍ଗି ଦ୍ଵାରା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ପଟିର ଦୁଇଟି ନୂତନ ଅଂଶର ଲମ୍ବ କେତେ ?



ଯଦି ତୁମେ ପୁର୍ବରୁ ଭଙ୍ଗା ଯାଇଥିବା କାଗଜ ପଟିକୁ ପୁନର୍ବାର ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଙ୍ଗିବ ତେବେ ତୁମେ କ'ଣ ପାଇବ ? ଏବେ ତୁମକୁ ୪ଟି ସମାନ ଭାଗ ମିଳିବ ।



ପୁଣି ଥରେ କର ! ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।



ଭଗ୍ନାଂଶ ପରିମାଣଗୁଡ଼ିକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ମାପ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଆସ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା,



$\frac{1}{9}$ = 1 ଅଂଶ	$\frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ = 2 ଅଂଶ	$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ = 3 ଅଂଶ	$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ = 4 ଅଂଶ	$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ = 5 ଅଂଶ

ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଆମେ ପରିମାଣ କେତେ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବା ।

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

୧. ଆଉ ୨ଟି ପଦକ୍ଷେପ ପାଇଁ ଏହି $\frac{୧}{୭}$ ସାରଣୀ ଜାରି ରଖ ।
୨. ତୁମେ $\frac{୧}{୮}$ ପାଇଁ ଏକ ସମାନ ଟେବୁଲ୍ ସୃଷ୍ଟି କରିପାରିବ କି ?
୩. ଏକ କାଗଜ ପଟି ବ୍ୟବହାର କରି $\frac{୧}{୩}$ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର । ତୁମେ $\frac{୧}{୬}$ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ କି ?
୪. ଦେଖାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁଯାୟୀ ଏକ ବିବୃତି ଲେଖ :
 - କ. ଏକ ର ରୁଟିର $\frac{୧}{୪}$ ଅଂଶ ଖ. ଏକ ର ରୁଟିର $\frac{୧}{୮}$ ଅଂଶ
 - ଝ. ପଠିକ୍ ଚିତ୍ର ସହିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ମେଳନ କର :

$\frac{୧}{୩}$

$\frac{୧}{୪}$

$\frac{୧}{୮}$

$\frac{୧}{୬}$



ଭଗ୍ନାଂଶ ପଢ଼ିବା

ଆମେ ସାଧାରଣତଃ $\frac{୩}{୮}$ କୁ 'ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ' ବୋଲି ପଢ଼ିଥାଉ, କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ '୩ ଅଂଶ' ଭାବରେ ପଢ଼ - ଏହା ଭଗ୍ନାଂଶର ଆକାର ବୁଝିବାରେ ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରେ କାରଣ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଦର୍ଶାଏ ଯେ ଅଂଶଗତ ଏକକ କ'ଣ ($\frac{୧}{୮}$) ଏବଂ ଏହିପରି କେତେ ଅଂଶଗତ ଏକକ (୩) ଅଛି ।

ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶର ଉପର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ତଳ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ'ଣ ବୋଲି କହିଥାଉ । $\frac{୫}{୬}$ ରେ, ୫ ହେଉଛି ଲବ ଏବଂ ୬ ହେଉଛି ବିଭାଜନକାରୀ ବା ହର ।

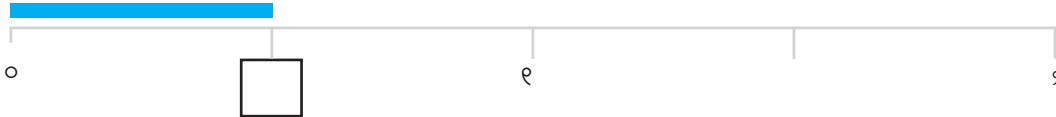
ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ

ପିଲାମାନଙ୍କୁ ବୃତ୍ତ, ବର୍ଗାକାର, ଆୟତାକାର, ତ୍ରିଭୁଜ ଆଦି ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତି ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକର ଧାରଣା ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବାକୁ ଅନେକ ସୁଯୋଗ ଦିଅନ୍ତୁ ।

୭.୪ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଭସ୍ମାଂଶ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଚିହ୍ନିତ କରିବା

ଆମେ ୧, ୨, ୩, ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଚିହ୍ନିତ କରିଛୁ, ... ନମ୍ବର ଲାଇନରେ ଏକକ । ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆସ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଭସ୍ମାଂଶଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଚିହ୍ନିତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ନୀଳ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ବାସ୍ତବରେ ନୀଳ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରୁଥିବା ଭସ୍ମାଂଶ ଲେଖ ।

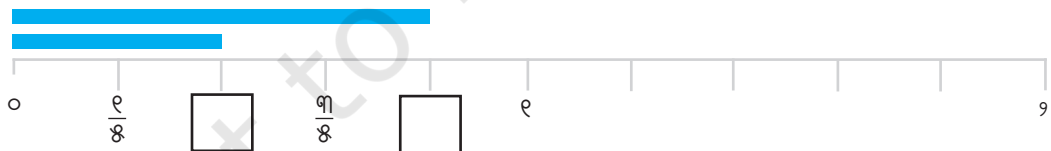


୦ ରୁ ୧ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଏକ ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ । ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ତେଣୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି $\frac{1}{2}$ ଏକକ । ତେଣୁ ଏହା ନୀଳ ରେଖାଟି $\frac{1}{2}$ ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।

☀ ବର୍ତ୍ତମାନ, ତୁମେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ବିଭିନ୍ନ ନୀଳ ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇପାରିବ କି ? ବାସ୍ତବ ମଧ୍ୟ ଭରି ଦିଅ ।
୧ ଏଠାରେ, ଭସ୍ମାଂଶ ଏକକ ୧ ଏକକ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ତିନୋଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଛି । ବସ୍ତବରେ କିମ୍ବା ତୁମ ଖାତାରେ ନୀଳ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରୁଥିବା ଭସ୍ମାଂଶକୁ ଲେଖ ।



୨ ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ଏକକକୁ ୫ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବସ୍ତବରେ କିମ୍ବା ତୁମ ଖାତାରେ ନୀଳ ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରୁଥିବା ଭସ୍ମାଂଶକୁ ଲେଖ ।



୩ ଏବେ ଗୋଟିଏ ଏକକକୁ ୮ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ତୁମ ଖାତାରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଭସ୍ମାଂଶଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

ନିରୂପଣ କର

୧. ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ, $\frac{୧}{୧୦}$, $\frac{୩}{୧୦}$, ଏବଂ $\frac{୪}{୫}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

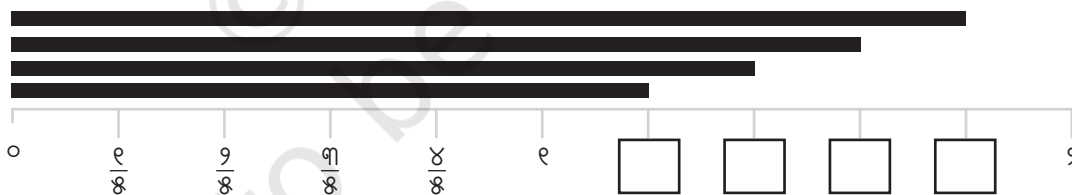
୨. ତୁମ ପସନ୍ଦର ଆଉ ପାଞ୍ଚଟି ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଚିହ୍ନିତ କର ।

୩. ୦ ରୁ ୧ ମଧ୍ୟରେ କେତେ ଭଗ୍ନାଂଶ ରହିଛି ? ଚିତ୍ରା କର, ତୁମ ସହପାଠୀଙ୍କ ସହ ଆଲୋଚନା କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

୪. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ନୀଳ ରେଖା ଏବଂ କଳା ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ? ୦ ଏବଂ ୧ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ୧ ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଏବଂ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି $\frac{୧}{୨}$ । ତେଣୁ ନୀଳ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେଉଛି $\frac{୧}{୨}$ ଏକକ । ବାକ୍ସରେ କଳା ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରୁଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶଟି ଲେଖ ।



୫. ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବାକ୍ସରେ କଳା ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସୂଚାଉଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖ ।



ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଟିପ୍ପଣୀ

ବୋର୍ଡରେ ଏହି ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ଅଙ୍କନ କରି ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଖାତାରେ ଉତ୍ତର ଲେଖିବାକୁ କୁହନ୍ତୁ ।

୭.୪ ମିଶ୍ରିତ ଭଗ୍ନାଂଶ

ଏକରୁ ବଡ଼ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକ

ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ କିଛି ଭଗ୍ନାଂଶ ଚିହ୍ନିତ କରିଥିଲ । ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ କି ସମସ୍ତ ନୀଳ ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକରୁ କମ୍ ଥିଲା ଏବଂ ସମସ୍ତ କଳା ରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୧ ରୁ ଅଧିକ ଥିଲା ?

ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଚିହ୍ନିତ କରିଥିବା ସମସ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଲେଖ ।

ଏବେ ଆସ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ଗ୍ରୁପ୍ ରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା :

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୧ ଏକକରୁ କମ୍	ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୧ ଏକକରୁ ଅଧିକ

☀ ତୁମେ ଏକରୁ ବଡ଼ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସାଧାରଣ ଦେଖୁଛ କି ?

୧ ଏକକରୁ କମ୍ ଥିବା ସମସ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଗଣନାକାରୀ ବିଭାଜନଠାରୁ ଛୋଟ ହୋଇଥିବା ବେଳେ ୧ ଏକକରୁ ଅଧିକ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଗଣନାକାରୀ ବିଭାଜନଠାରୁ ବଡ଼ ଅଟେ ।

ଆମେ ଏହା ଜାଣୁ ଯେ $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{9}$ ଏବଂ $\frac{9}{9}$ ସମସ୍ତେ ୧ ଏକକରୁ ଅଧିକ ଅଟନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା କି ସେଗୁଡ଼ିକରେ କେତେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକକ ଅଛି ?

$$\frac{7}{9} = \frac{6}{9} + \frac{1}{9} = 2 + \frac{1}{9}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{7}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = 9 + \frac{1}{9}$$

ମୁଁ ତାହା ଜାଣେ $\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{8}{9} = 2$. ଯଦି ମୁଁ ଆଉ ଗୋଟିଏ $\frac{1}{9}$ ଯୋଡ଼ିବି,
ମୁଁ ୧ ଏକକ ଅଧିକ ପାଇବି ! ତେଣୁ, $\frac{8}{9} > 2$.

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

୧ $\frac{୨}{୨}$ ରେ କେତୋଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକକ ରହିଛି ?

୨ $\frac{୪}{୩}$ ଏବଂ $\frac{୨}{୩}$ ରେ କେତୋଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଏକକ ରହିଛି ?



ଏକରୁ ବଡ଼ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ମିଶ୍ରିତ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ଲେଖିବା

ଆମେ ଦେଖିଲେ : $\frac{୩}{୨} = ୧ + \frac{୧}{୨}$ ।

ଆମେ ଅନ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଢଙ୍ଗରେ ଲେଖିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ପାଇଁ

$$\frac{୪}{୩} = \underbrace{\frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩}}_{୩ \times \frac{୧}{୩} = ୧} + \frac{୧}{୩} = ୧ + \frac{୧}{୩} ।$$

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୧. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶରେ ସମଗ୍ର ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର :

a. $\frac{୮}{୩}$

b. $\frac{୧୧}{୫}$

c. $\frac{୯}{୪}$

ଆମେ ଦେଖିଲେ

$$\frac{୮}{୩} = ୨ + \frac{୨}{୩}$$

ଭଗ୍ନାଂଶ ମିଶ୍ରିତ ସଂଖ୍ୟା

ତେଣୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ 'ଦୁଇ ଓ ଦୁଇ ତୃତୀୟାଂଶ' ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଆମେ ଏହାକୁ $୨\frac{୨}{୩}$ ଭାବରେ ମଧ୍ୟ ଲେଖିଥାଉ ।

୨. ରୁ ବଡ଼ ସମସ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଏପରି ମିଶ୍ରିତ ସଂଖ୍ୟା ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ କି ?

ଏକ ମିଶ୍ରିତ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ମିଶ୍ରିତ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ରହିଛି (ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶକୁ କୁହାଯାଏ) ଏବଂ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଥାଏ ଯାହା ୧ ରୁ ସାନ (ଭଗ୍ନାଂଶ କୁହାଯାଏ) ।

୩. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶ୍ରିତ ଅଂଶ ଭାବରେ ଲେଖ (ଉଦାହରଣ ସ୍ବରୂପ, $\frac{୯}{୨} = ୪\frac{୧}{୨}$):

a. $\frac{୯}{୨}$

b. $\frac{୯}{୫}$

c. $\frac{୨୧}{୧୯}$

d. $\frac{୪୭}{୯}$

e. $\frac{୧୨}{୧୧}$

f. $\frac{୧୯}{୨}$

ଆମେ ଏକ ନିୟମିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଭାବରେ
ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ସଂଖ୍ୟା (ନିଶ୍ଚିତ ଅଂଶ)
ଲେଖିପାରିବା କି ?

ହଁ ! ମୁଁ ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିୟମିତ
ଭଗ୍ନାଂଶ ଭାବରେ ଲେଖିବାର ଏକ ଉପାୟ
ବାହାର କଲି !

ଜୟା : ଯେତେବେଳେ ମୋ ପାଖରେ ୩ + $\frac{୩}{୪}$ ଅଛି, ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି $୧ + ୧ + ୧ + \frac{୩}{୪}$. ମୁଁ ଜାଣେ

$$୧ = \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} ।$$

ତେଣୁ ମୁଁ ପାଇବି

$$\left(\frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪}\right) + \left(\frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪}\right) + \left(\frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪}\right) + \left(\frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪}\right) = \frac{୧୫}{୪}$$

।

$$\text{ତେଣୁ, } (୪) \times \frac{୧}{୪} + (୪ \times \frac{୧}{୪}) + (୪ \times \frac{୧}{୪}) + (୩ \times \frac{୧}{୪}) = \frac{୧୫}{୪} .$$

 ସମାଧାନ କର

ନିମ୍ନଲିଖିତ ନିଶ୍ଚିତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଭାବରେ ଲେଖ:

a. $୩ \frac{୧}{୪}$

b. $୭ \frac{୨}{୩}$

c. $୯ \frac{୪}{୯}$

d. $୩ \frac{୧}{୨}$

e. $୨ \frac{୩}{୧୧}$

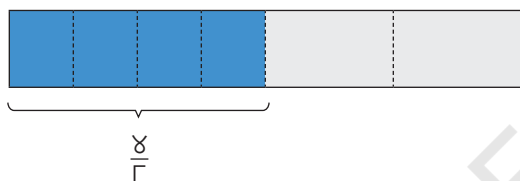
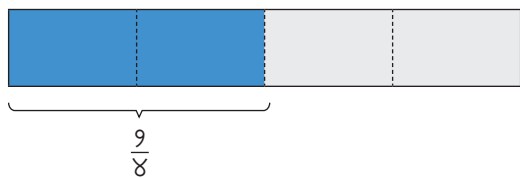
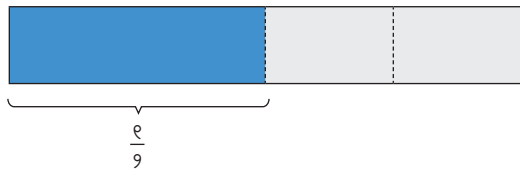
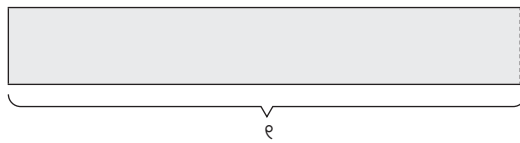
f. $୩ \frac{୯}{୧୦}$

ଗଣିତ
ଚକ୍ର

୭.୭ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ

ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ କାଳ୍ପ ବ୍ୟବହାର କରିବା !

ପୂର୍ବ ଭାଗରେ, ତୁମେ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗ ବ୍ୟବହାର କରି ବିଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରିବାକୁ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲ । ଆସ ସେହି କାଗଜ ପଟି ସହିତ ଆଉ କିଛି କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ କରିବା ।



ତୁମେ କ'ଣ ନିରୀକ୍ଷଣ
କଲ ?

• $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{4}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ କି ?

• $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{4}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ କି ?

ଆମେ ଏହା କହିପାରିବା $\frac{2}{9} = \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$ ।

ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି 'ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ' ଯାହା ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସୂଚାଇଥାଏ, କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶିତ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, କାଗଜ ପଟି ବ୍ୟବହାର କରି ଯାଞ୍ଚ କର ଯେ $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{4}{9}$ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ କି ନାହିଁ ।

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଳି କାଗଜ ପଟି ବ୍ୟବହାର କରି ନିଜର ଭଗ୍ନାଂଶ କାଳ୍ପ ତିଆରି କର !

☀ ଭଗ୍ନାଂଶ କାଳ୍ପ ଦେଖିବା ପରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅନ୍ତୁ:

୧. $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{4}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ କି ?

୨. $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{4}{9}$ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ କି ?
କାହିଁକି ?

୩. $\frac{2}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ କେତେ ଖଣ୍ଡ
କାଗଜ ପଟି ହେଲେ $\frac{4}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ
ସୃଷ୍ଟି କରିବ ?

୧ ଏକକ					
$\frac{2}{9}$			$\frac{4}{9}$		
$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{9}$	
$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{9}$	
$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{9}$	
$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{9}$	
$\frac{2}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{4}{9}$	

୪. $\frac{2}{9}$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ କେତେ ଖଣ୍ଡ କାଗଜ ପଟି $\frac{4}{9}$ ର ଏକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସୃଷ୍ଟି କରିବ ?

ଆମେ ଏହି ଧାରଣାକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{୧}{୧୦}$ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ କାଳ୍ପ ତିଆରି କରିବାକୁ ବିସ୍ତାର କରିପାରିବା।

(ପୁସ୍ତକର ଶେଷରେ ଏହି ଭଗ୍ନାଂଶ କାଳ୍ପ ପ୍ରଦତ୍ତ ।)

୧ ଏକକ									
$\frac{୧}{୨}$					$\frac{୨}{୨}$				
$\frac{୧}{୩}$			$\frac{୨}{୩}$			$\frac{୩}{୩}$			
$\frac{୧}{୪}$		$\frac{୨}{୪}$		$\frac{୩}{୪}$		$\frac{୪}{୪}$			
$\frac{୧}{୫}$		$\frac{୨}{୫}$		$\frac{୩}{୫}$		$\frac{୪}{୫}$		$\frac{୫}{୫}$	
$\frac{୧}{୬}$		$\frac{୨}{୬}$		$\frac{୩}{୬}$		$\frac{୪}{୬}$		$\frac{୫}{୬}$	
$\frac{୧}{୭}$		$\frac{୨}{୭}$		$\frac{୩}{୭}$		$\frac{୪}{୭}$		$\frac{୫}{୭}$	
$\frac{୧}{୮}$		$\frac{୨}{୮}$		$\frac{୩}{୮}$		$\frac{୪}{୮}$		$\frac{୫}{୮}$	
$\frac{୧}{୯}$		$\frac{୨}{୯}$		$\frac{୩}{୯}$		$\frac{୪}{୯}$		$\frac{୫}{୯}$	
$\frac{୧}{୧୦}$		$\frac{୨}{୧୦}$		$\frac{୩}{୧୦}$		$\frac{୪}{୧୦}$		$\frac{୫}{୧୦}$	

ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

୧. $\frac{୩}{୬}$, $\frac{୪}{୮}$, $\frac{୫}{୧୦}$ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ କି ? କାହିଁକି?

୨. $\frac{୨}{୬}$ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖ ।

୩. $\frac{୪}{୬} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \dots\dots\dots$ (ଯେତେ ପାରିବ ସେତେ ଲେଖ)

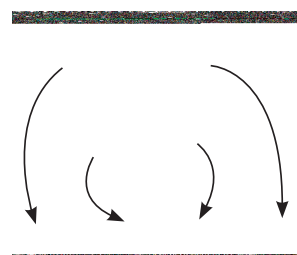
ସମାନ ଅଂଶ ବ୍ୟବହାର କରି ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା

ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ୪ ଜଣ ପିଲା ନିଜ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ କଲେ

। ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କୁ ସମୁଦାୟର କେତେ ଅଂଶ ମିଳିଲା ?

ସଂଲଗ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ରୁଟିକୁ ୪ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭାଜନ କରାଯାଇଥିବାର ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ରୁଟିର $\frac{୧}{୪}$ ଅଂଶ ପାଇଛନ୍ତି ।



ଚାରୋଟି ଅଂଶ ପରସ୍ପର ସହ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ !

ତୁମେ ଏହି ଘଟଣାକୁ ବିଭାଜନ ତଥ୍ୟ, ଯୋଗ ତଥ୍ୟ ଏବଂ ଗୁଣନ ତଥ୍ୟ ମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ ।

ବିଭାଜନ ତଥ୍ୟ ହେଉଛି $୧ \div ୪ = \frac{୧}{୪}$ ।

ଯୋଗ ତଥ୍ୟ ହେଉଛି $୧ = \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪}$ ।

ଗୁଣନ ତଥ୍ୟ ହେଉଛି $୧ = ୪ \times \frac{୧}{୪}$ ।

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

୧. ତିନୋଟି ରୁଟିକୁ ଚାରିଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟାଗଲା । ଚିତ୍ରରେ ବିଭାଜନ ଦେଖ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କେତେ ପାଇଲେ ସେଥିପାଇଁ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖ । ଏହାବ୍ୟତୀତ, ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜନ ତଥ୍ୟ, ଯୋଗ ତଥ୍ୟ ଏବଂ, ଗୁଣନ ତଥ୍ୟ ମଧ୍ୟ ଲେଖ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ରୁଟିର _____ ଅଂଶ ପାଇଛନ୍ତି ।

ବିଭାଜନ ତଥ୍ୟ:

ଯୋଗ ତଥ୍ୟ:

ଗୁଣନ ତଥ୍ୟ:

ତୁମ ଚିତ୍ର ଏବଂ ଉତ୍ତରକୁ ତୁମ ସହପାଠୀଙ୍କ ଚିତ୍ର ଏବଂ ଉତ୍ତର ସହ ତୁଳନା କର !

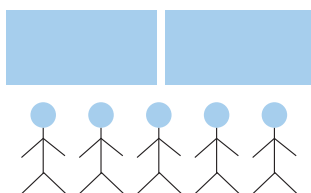
୨. ୪ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୨ଟି ରୁଟିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କରାଗଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କେତେ ପାଇବେ । ତାହା ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର । ଏହା ସହିତ, ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବିଭାଜନ ତଥ୍ୟ, ଯୋଗ ତଥ୍ୟ ଏବଂ ଗୁଣନ ତଥ୍ୟକୁ ମଧ୍ୟ ଲେଖ ।
୩. ଅନିଲ ଏକ ଗୁପ୍ତ ରେ ଥିଲେ ଯେଉଁଠାରେ ୫ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୨ଟି କେକ୍ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କରାଯାଇଥିଲା । ଅନିଲଙ୍କୁ କେତେ କେକ୍ ମିଳିଥିଲା ?



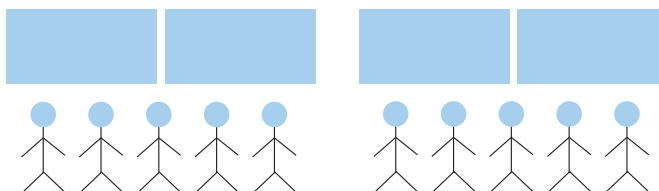
ବର୍ତ୍ତମାନ, ଯଦି ମୋ ଗୁପ୍ତ ରେ ୧୦ ଜଣ ପିଲା ଅଛନ୍ତି, ତେବେ ମୋତେ କେତେ କେକ୍ ଦରକାର, ଯାହାଦ୍ୱାରା ସେମାନେ ଅନିଲଙ୍କ ଭଳି ସମାନ ପରିମାଣର କେକ୍ ପାଇବେ ?

ଯଦି ଆମେ ଏପରି ଦୁଇଟି ଗୁପ୍ତ ରେ ଏକାଠି କରିବା ତେବେ କଣ ହେବ ? ଯେଉଁ ଗୁପ୍ତ ରେ ୨ଟି କେକ୍ କୁ ୫ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଏ, ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୁପ୍ତ ରେ ପୁଣି ୪ଟି କେକ୍ ଏବଂ ୧୦ ପିଲା ଥିବେ ।

ଗ୍ରୁପ୍ ୧



ଗ୍ରୁପ୍ ୨



ତେଣୁ ଏହି ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଅଂଶ ସମାନ !

ତେଣୁ, $\frac{9}{8} = \frac{8}{8}$!

ଆସ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଅଂଶ ଯାଞ୍ଚ କରିବା ।

- ଗୋଟିଏ ରୁଟି ୨ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବିଭକ୍ତ ।
- ଦୁଇଟି ରୁଟି ୪ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବିଭକ୍ତ ।
- ତିନୋଟି ରୁଟି ୬ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବିଭକ୍ତ ।

ଆସ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରିବା ଏବଂ ବଞ୍ଚନ କରିବା !

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଲ କି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାର ଅଂଶ ସମାନ ? ତେଣୁ ଆମେ ଏହା

କହିପାରିବା $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ ।

୧ଟି ରୋଟିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ୨ଟି ମଧ୍ୟରେ
ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି

୨ଟି ରୋଟିକୁ ୪ଟି ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ
ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଇଛି

୩ଟି ରୋଟି ୬ଟି ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି
ଦିଆଯାଇଛି



$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4} \quad \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{4} \quad \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{3}{6}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{3}{6}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{3}{6}$$

ଯେଉଁ ଭବାଂଶଗୁଡ଼ିକର ଅଂଶ ସମାନ ଥାଏ, ସେମାନଙ୍କୁ 'ସମତୁଲ୍ୟ ଭବାଂଶ' କୁହାଯାଏ ।

ତେଣୁ, $\frac{୧}{୨}$, $\frac{୨}{୪}$, ଏବଂ $\frac{୩}{୬}$ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ.

$\frac{୧}{୨}$ ସମତୁଲ୍ୟ କିଛି ଅଧିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସନ୍ଧାନ କର । ସେଗୁଡ଼ିକୁ

ଏହି ବକ୍ସରେ ଲେଖ:

ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତିରେ ରୁଟିଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବିଭାଜନ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କ ଅଂଶ ଲେଖ । ଏହି ସବୁରେ ଅଂଶ ସମାନ କି ? କାହିଁକି ?

୩ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ
୨ଟି ରୁଟି ସମାନ ଭାବରେ
ବିଭାଜିତ

୬ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୪ଟି
ରୁଟି ସମାନ ଭାବରେ
ବିଭାଜିତ

୯ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ
୬ ରୁଟି ସମାନ ଭାବରେ
ବିଭାଜିତ

$\frac{୨}{୩}$ $\frac{୨}{୩}$ $\frac{୨}{୩}$

ଯେଉଁ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ଅଂଶ ସମାନ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ କୁହାଯାଏ ।

ଏହି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶରେ ଗଣନାକାରୀ ଏବଂ ବିଭାଜନକାରୀ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ବିଷୟରେ ତୁମେ କିଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ କି ?

 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିଖୋଜ ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକ ସନ୍ଧାନ କର :

- a. ୪ ଜଣ ବନ୍ଧୁଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ୫ ଗ୍ଲାସ୍ ଜୁସ୍ ବାଣ୍ଟିବା, ୮ ଜଣ ବନ୍ଧୁଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ _____ ଗ୍ଲାସ୍ ଜୁସ୍ ବାଣ୍ଟିବା ସହିତ ସମାନ ।

ତେଣୁ, $\frac{୫}{୪} = \frac{\square}{୮}$.

- b. ୩ଟି ବ୍ୟାଗରେ ସମାନ ଭାବରେ ରଖାଯାଇଥିବା ୪ କେଜି ଆଳୁ _____ ବ୍ୟାଗ୍ ରେ ସମାନ ଭାବରେ ରଖାଯାଇଥିବା ୧୨ କେଜି ଆଳୁ ସହିତ ସମାନ ।

ତେଣୁ, $\frac{୪}{୩} = \frac{୧୨}{\square}$

ଗଣିତ
ଚକ୍ର

c. ୫ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୭ ରୁଟି ବିଭାଜିତ ଯାହାକି ____ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭାଜିତ ____ ରୁଟି ସହିତ ସମାନ ।

$$\text{ତେଣୁ, } \frac{7}{5} = \frac{\square}{\square}.$$

☀ କେଉଁ ଗ୍ରୁପ୍ ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଅଧିକ ଚିକି ପାଇବେ ?

୨ ଜଣ ପିଲା ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଚିକି ବାଣ୍ଟି ଦିଆଯାଏ କିମ୍ବା ୮ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୫ଟି ଚିକି ବାଣ୍ଟିଦିଆଯାଏ।

ମୁକ୍ତା: ଏବେ ଆମକୁ ତୁଳନା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ $\frac{7}{5}$ ଏବଂ $\frac{5}{8}$ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ଅଧିକ ?

ଶବନମ୍ : ଆଜ୍ଞା, ଆମେ ତାହା ଦେଖିଲେ ଯେ $\frac{7}{5} = \frac{8}{8}$; ଏବଂ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ $\frac{8}{8} < \frac{5}{8}$ । ତେଣୁ, ୫ ଟି

ଚିକିକୁ ୮ ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଯେତିକି ପାଇବେ ତାହା ୨ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭାଗ କରାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଚିକିର ଅଂଶଠାରୁ ଅଧିକ । ହିତୀୟ ଗୋଷ୍ଠୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଅଧିକ ଚିକି ପାଇବେ ।

☀ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗ୍ରୁପ୍ ଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ କ'ଣ ? କେଉଁ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ଅଧିକ ପାଇବେ ?

୨ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଚିକି କିମ୍ବା ୭ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚାରୋଟି ଚିକି ୭ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିଭକ୍ତ ।

ଶବନମ୍ : କେଉଁ ଗୋଷ୍ଠୀର ପିଲାଙ୍କୁ ଏଥର ଅଧିକ ଚିକି ମିଳିବ ?

ମୁକ୍ତା : ଆମକୁ ତୁଳନା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ $\frac{1}{2}$ ଏବଂ $\frac{4}{7}$.

ଏବେ

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 7} = \frac{4}{14} \text{ ତେଣୁ, } \frac{1}{2} = \frac{7}{14}.$$

ଶବନମ୍ : କିନ୍ତୁ ତୁମେ ଲବ ଏବଂ ହରକୁ ପୁନର୍ବାର କାହିଁକି ୪ ରେ ଗୁଣିତ କଲ ?

ମୁକ୍ତା: ତୁମେ ଦେଖିବ !

ଯେତେବେଳେ ୪ଟି ଚିକିକୁ ୭ଟି ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦିଆଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକେ ୪/୭ ଚିକି ପାଇବେ। ଯେତେବେଳେ ୪ଟି ଚିକିକୁ ୮ଟି ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦିଆଯାଏ, ପ୍ରତ୍ୟେକେ ୪/୮ ଚିକି ପାଇବେ। ତେଣୁ $4/7 > 4/8$ ।

ଯଦି ଅଂଶୀଦାର ହୋଇଥିବା ଯୁନିଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ଅଟେ, କିନ୍ତୁ ଯେଉଁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୁନିଟ୍ ଅଂଶୀଦାର ହୋଇଛି ସେମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅଧିକ, ତେବେ ଅଂଶ କମ୍ ଅଟେ ।

ତେଣୁ, $\frac{୪}{୭} > \frac{୪}{୮}$ ଏବଂ $\frac{୪}{୮} = \frac{୧}{୨}$, ତେଣୁ $\frac{୪}{୭} > \frac{୧}{୨}$.
ଏବେ ମୁଁ ବୁଝିପାରିଲି ଯେ ତୁମେ ଗଣନାକାରୀ ଏବଂ ବିଭାଜନକୁ କାହିଁକି ୪ ଗୁଣ କରିଦେଲ ।

☀ ଧର ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ରଖାଯାଇଛି, କିନ୍ତୁ ଭାଗ କରାଯାଉଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି? ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କ ଅଂଶ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ କହିପାରିବ ? କାହିଁକି ? ତୁମର ଯୁକ୍ତି କିପରି

$\frac{୧}{୫} < \frac{୨}{୫}$, $\frac{୩}{୭} < \frac{୪}{୭}$, ଏବଂ $\frac{୧}{୨} < \frac{୫}{୮}$ କୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରେ ଆଲୋଚନା କର ।

☀ ଏବେ, ଦୁଇଟି ଗୁପ୍ତ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୋଷ୍ଠୀରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲାଙ୍କୁ ଅଧିକ ଅଂଶ ମିଳିବ ତାହା ସ୍ଥିର କରନ୍ତୁ:

୧. ଗୁପ୍ତ ୧ : ୪ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ୩ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁ ରସ ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ କରାଗଲା ।

ଗୁପ୍ତ ୨: ୧୦ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ୬ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁ ରସ ବଣ୍ଟନ କରାଗଲା ।

୨. ଗୁପ୍ତ ୧ : ୪ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁ ରସ ୬ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କରାଗଲା ।

ଗୁପ୍ତ ୨: ୫ ଗ୍ଲାସ୍ ଆଖୁ ରସ ୬ ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କରାଗଲା ।

କେଉଁ ଗୁପ୍ତ କୁ ତୁଳନା କରିବା ସହଜ ଥିଲା ? କାହିଁକି ?

ଶବ୍ଦନମ୍ : ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ଗୋଷ୍ଠୀକୁ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ, ଆମକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ସହିତ ସମାନ ଅଂଶ ଖୋଜିବାକୁ ପଡିବ $\frac{୩}{୪}$ ଏବଂ $\frac{୬}{୧୦}$.

ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ହେଲେ ତୁଳନା କରିବା ସହଜ ହୋଇଥାଏ, ନୁହେଁ କି?

ମୁକ୍ତା: $\frac{୬}{୮} = \frac{୩}{୪}$ ଏବଂ $\frac{୨୧}{୩୦} = \frac{୭}{୧୦}$ କେମିତି ହେବ ?

ଗଣିତ
ଚକ୍ର

ଶବନମ୍ : ଏଥିରେ ଏକ ସର୍ତ୍ତ ରହିଛି । ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସମାନ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ! ଯେମିତି କି $\frac{9}{8}$ ଏବଂ $\frac{91}{90}$ ଉଭୟ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{9}{8}$ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି (ଅର୍ଥାତ୍, ହର ସମାନ) । କିନ୍ତୁ $\frac{9}{8}$ ଏବଂ $\frac{99}{90}$ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି ନାହିଁ (ସେମାନଙ୍କର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହର ଅଛି) ।

ମୁକ୍ତା : ଠିକ୍ ଅଛି, ତେବେ ଆସ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ତିଆରି କରିବା ଆରମ୍ଭ କରିବା :

$$\frac{91}{8} = \frac{9}{8} = \frac{99}{90} = \frac{99}{90} = \frac{98}{90} \dots \text{କିନ୍ତୁ ମୁଁ କେବେ ଅଟକିବି ?}$$

ଶବନମ୍ : ମିଳିଲା! $8 \times 90 = 80$ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେମିତି ଚାଲିବା ତାହା ମିଳିଲା ।

ମୁକ୍ତା: ତୁମେ ଦୁଇ ହରର ଉତ୍ପାଦକୁ ବୁଝାଉଛ କି ?
ବଢ଼ିଆ !

ଆମ ପାଖରେ $\frac{91}{8}$ ଏବଂ $\frac{99}{90}$ ଅଛି । ଦୁଇଟି ହର ବା ବିଭାଜକ (8 ଓ 90) ର ଉତ୍ପାଦ ହେଉଛି 80 ।

$$\frac{91}{8} = \frac{9}{8} = \frac{99}{90} = \frac{99}{90} = \frac{98}{90} = \frac{97}{90} = \dots = \frac{90}{90} = \frac{90}{80} \mid$$

$$\frac{9}{90} = \frac{98}{90} = \frac{99}{90} = \frac{97}{80} \mid$$

୪୦ ରେ ପହଞ୍ଚିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖ ।

କିନ୍ତୁ ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ $\frac{98}{90}$ ଏବଂ $\frac{98}{90}$ ଉଭୟରେ ସମାନ ହର ଥିଲା !

ହଁ ! ଆମକୁ କେବଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ ପାଇଁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ପାଇବା ଆବଶ୍ୟକ ଥିଲା ।

ଶବନମ୍ : ତେଣୁ, ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ (ସମାନ ହର) ସହିତ $\frac{91}{8}$ ଏବଂ $\frac{99}{90}$ ସହିତ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ

$$\text{ହୋଉଛି } \frac{90}{80} \text{ ଏବଂ } \frac{97}{80}, \text{ କିମ୍ବା } \frac{98}{90} \text{ ଏବଂ } \frac{98}{90} \mid$$

ଯେହେତୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ $\frac{90}{80} > \frac{97}{80}$ ହୋଇଥିବାରୁ, ଆମେ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେଇଛୁ ଯେ $\frac{91}{8} > \frac{99}{90}$

☀ ପ୍ରଦତ୍ତ ଯୋଡ଼ି ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ସନ୍ଧାନ କର ଯେଉଁଥିରେ କି ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସମାନ ।

a. $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{7}{8}$

b. $\frac{7}{9}$ ଏବଂ $\frac{8}{9}$

c. $\frac{7}{8}$ ଏବଂ $\frac{7}{8}$

d. $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{7}{8}$

e. $\frac{7}{8}$ ଏବଂ $\frac{8}{9}$

f. $\frac{9}{10}$ ଏବଂ $\frac{2}{9}$

g. $\frac{7}{9}$ ଏବଂ $\frac{9}{8}$

h. $\frac{9}{9}$ ଏବଂ $\frac{9}{9}$

ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ଶବ୍ଦରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା (କିମ୍ବା ଏହାର ସରଳ ରୂପରେ)

ଯେକୌଣସି ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଯଦି ଏହାର ଲବ ଏବଂ ହରର ୧ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣକ ନାହିଁ, ତେବେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ କିମ୍ବା ଏହାର ସରଳ ରୂପରେ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ଶବ୍ଦରେ କହିଲେ, ଯଦି ଏହାର ଲବ ଏବଂ ହର ଯଥାସମ୍ଭବ ଛୋଟ ହୁଏ ତେବେ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଯେକୌଣସି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଏକ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଖୋଜି ସର୍ବନିମ୍ନ ଶବ୍ଦରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ଯାହାର ଲବ ଏବଂ ହର ଯଥାସମ୍ଭବ ଛୋଟ ।

ଆସ ଜାଣିବା କିପରି ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : ଭଗ୍ନାଂଶ $\frac{୧୬}{୨୦}$ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ କି ? ନା, ୧୬ ଓ ୨୦ ର ୪ ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣକ । ଆସ $\frac{୧୬}{୨୦}$ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ହ୍ରାସ କରିବା ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଉଭୟ ୧୬ (ଲବ) ଏବଂ ୨୦ (ହର) ୪ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜିତ ।

$$\text{ତେଣୁ, } \frac{୧୬ \div ୪}{୨୦ \div ୪} = \frac{୪}{୫}.$$

ଏବେ ଧରୁ ୫ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣକ ନାହିଁ । ତେଣୁ, $\frac{୧୬}{୨୦}$ ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{୪}{୫}$ ଭାବରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ପ୍ରକାଶିତ । ତେଣୁ, $\frac{୪}{୫}$ କୁ $\frac{୧୬}{୨୦}$ ର ସରଳ ରୂପ କୁହାଯାଏ, ଯେହେତୁ ୪ ଏବଂ ୫ ରେ ୧ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣକ ନାହିଁ ।

ଯେକୌଣସି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଉଭୟ ଲବ ଏବଂ ହର ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ସାଧାରଣ ଗୁଣକ ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରି ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ମଧ୍ୟ ପଦକ୍ଷେପରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ଧର ଆମେ $\frac{99}{90}$ କୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାକୁ ଚାହୁଁ । ପ୍ରଥମେ, ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ

ଉଭୟ ଲବ ଏବଂ ହର ଉଭୟ ଯୁଗ୍ମ । ତେଣୁ ଆମେ ଉଭୟକୁ ୨ ଦ୍ଵାରା ବିଭାଜିତ କରିବା, ଏବଂ ଦେଖିବା ଯେ $\frac{99}{90} = \frac{99}{90}$ ।

ଉଭୟ ଲବ ଏବଂ ହର ପୁଣି ଥରେ ଯୁଗ୍ମ, ତେଣୁ ଆମେ ଏହାକୁ ପୁଣି ଥରେ ୨ ରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା; ଆମେ $\frac{99}{90} = \frac{99}{90}$ ପାଇବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ ୯ ଏବଂ ୧୫ ଉଭୟ ୩ ର ଗୁଣିତକ, ତେଣୁ ଆମେ ଉଭୟକୁ ୩ ଦ୍ଵାରା ଭାଗ କରି $\frac{99}{90} = \frac{99}{90}$ ପାଇବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ, ୩ ଏବଂ ୫ ର ୧ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣକ ନାହିଁ, ତେଣୁ, $\frac{99}{90}$ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦ ହେଉଛି $\frac{99}{90}$ ।

ବିକଳ୍ପ ଭାବରେ, $\frac{99}{90}$ ରେ ଆମେ ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ, ଉଭୟ ଲବ ଏବଂ ହର ୧୨ର ଗୁଣିତକ: ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ $99 = 9 \times 11$ ଏବଂ $90 = 9 \times 10$ । ତେଣୁ ଆମେ ସିଧାସଳଖ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା ଯେ $\frac{99}{90} = \frac{99}{90}$ ।

ଯେକୌଣସି ପଦ୍ଧତି କାମ କରିବ ଏବଂ ସମାନ ଉତ୍ତର ଦେବ ! କିନ୍ତୁ ବେଳେବେଳେ ପଦକ୍ଷେପ ନେଇ ଯିବା ସହଜ ହୋଇପାରେ ।

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କର:

a. $\frac{99}{88}$

b. $\frac{98}{88}$

e. $\frac{99}{88}$

d. $\frac{89}{88}$

୭.୭ F ଭଗ୍ନାଂଶର ତୁଳନା

ଯାହା କି ଅଧିକ, $\frac{99}{88}$ କିମ୍ବା $\frac{99}{88}$? ଏହିପରି ଦୁଇଟି ଅଂଶକୁ ସିଧାସଳଖ ତୁଳନା କରିବା କଷ୍ଟକର ହୋଇପାରେ । ତଥାପି, ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ସମାନ ବିଭାଜନ ସହିତ ଦୁଇଟି ଅଂଶ ସହିତ ସମାନ ଅଂଶ କିପରି ଖୋଜିବା । ଆସନ୍ତୁ ଜାଣିବା ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା:

$$\frac{99}{88} = \frac{99 \times 9}{88 \times 9} = \frac{99}{88}$$

୪୫ ହେଉଛି ୫ ଏବଂ ୯ ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣ, ତେଣୁ ଆମେ ୪୫ କୁ ଏକ ସାଧାରଣ ବିଭାଜନ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

$$\frac{9}{11} = \frac{9 \times 8}{11 \times 8} = \frac{72}{88}$$

ସ୍ପଷ୍ଟ ରୂପେ, $\frac{72}{88} > \frac{71}{88}$

ତେଣୁ, $\frac{8}{11} > \frac{9}{11}$!

ଆସ ଏହାକୁ ଅନ୍ୟ ଯୋଡ଼ି ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା : $\frac{9}{11}$ ଏବଂ $\frac{9}{11}$ ।

ଏହା ହେଉଛି ୯ ଏବଂ ୧୧ ର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ । ତା'ପରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା:

$$\frac{9}{11} = \frac{9 \times 9}{11 \times 9} = \frac{81}{99}, \quad \frac{9}{11} = \frac{9 \times 11}{11 \times 11} = \frac{99}{121}$$

ସ୍ପଷ୍ଟ ରୂପେ, $\frac{81}{99} < \frac{99}{121}$. ତେଣୁ, $\frac{9}{11} < \frac{9}{11}$!

ଆସ ସଂକ୍ଷେପରେ ବୁଝିବା !

ଦୁଇ କିମ୍ବା ତତୋଧିକ ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶର ଆକାର ତୁଳନା କରିବାର ପଦକ୍ଷେପଗୁଡ଼ିକ:

କ୍ଷେପ ୧: ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର ଯାହା ଦ୍ଵାରା ସେଗୁଡ଼ିକ ସମସ୍ତେ ସମାନ ବିଭାଜନକାରୀ କିମ୍ବା ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ସହିତ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଅନ୍ତି ।

କ୍ଷେପ ୨: ବର୍ତ୍ତମାନ, କେବଳ ଗଣନାକାରୀମାନଙ୍କୁ ତୁଳନା କରି ସମକକ୍ଷ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କର, ଅର୍ଥାତ୍, ପ୍ରତ୍ୟେକର ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ।

 ସମାଧାନ କର ।

୧. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କର ଏବଂ ତୁମ ଉତ୍ତରଗୁଡ଼ିକୁ ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ କର:

a. $\frac{7}{11}, \frac{8}{9}$

b. $\frac{8}{11}, \frac{9}{11}$

c. $\frac{9}{10}, \frac{11}{18}$

d. $\frac{9}{8}, \frac{7}{8}$

e. $\frac{11}{8}, \frac{8}{9}$

୨. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ଲେଖ ।

a. $\frac{9}{10}, \frac{11}{18}, \frac{9}{8}$

b. $\frac{11}{18}, \frac{8}{9}, \frac{9}{9}$

୩. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ଲେଖ ।

a. $\frac{9}{8}, \frac{9}{11}, \frac{11}{8}, \frac{11}{9}$

b. $\frac{11}{8}, \frac{9}{8}, \frac{9}{9}, \frac{8}{8}$

୭.୮ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗ ଏବଂ ବିଯୋଗ

ମୀନାଙ୍କ ବାପା କିଛି ଚିକ୍କି ତିଆରି କରିଥିଲେ । ମୀନା ଏହାର $\frac{୧}{୯}$ ଭାଗ ଖାଇଲେ ଏବଂ ତାଙ୍କ ସାନ ଭାଇ ଖାଇଲେ $\frac{୧}{୮}$ ଭାଗ । ସମୁଦାୟ ଚିକ୍କିର

କେତେ ଭାଗ ମୀନା ଏବଂ ତାଙ୍କ ଭାଇ ଏକାଠି ଖାଇଲେ ?

ଆମେ ଏହାକୁ ଚିତ୍ରିତ କରି ଏହାର ଉତ୍ତରରେ ପହଞ୍ଚିପାରିବା । ଆସ ଚିକ୍କିର ଏକ ଖଣ୍ଡ ନେବା ଏବଂ ଏହାକୁ ପ୍ରଥମେ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ।

ମୀନା ଖାଇଲେ $\frac{୧}{୯}$ ଯେମିତି କି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଏବେ ଆସ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଧାକୁ ଆଉ ଦୁଇଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ଯେପରି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଏହି ଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଟି ସମୁଦାୟ ଚିକ୍କିର $\frac{୧}{୮}$ ଭାଗ ।

ସମୁଦାୟ ଚିକ୍କିର $\frac{୧}{୮}$ ଭାଗ ମୀନାଙ୍କ ଭାଇ ଖାଇଲେ, ଯେମିତି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସମୁଦାୟ ଚିକ୍କି ଖିଆଯାଇଛି $\frac{୧}{୯}$ (ମୀନାଙ୍କ ଦ୍ଵାରା) ଏବଂ $\frac{୧}{୮}$ (ତାଙ୍କ ଭାଇ ଦ୍ଵାରା)

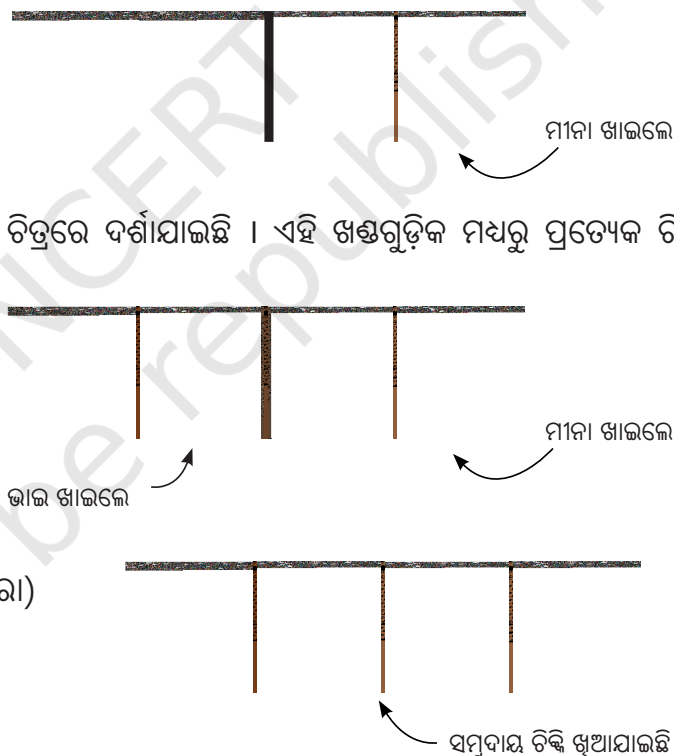
ସମୁଦାୟ ଚିକ୍କି ଖିଆଯାଇଛି

$$= \frac{୧}{୯} + \frac{୧}{୮}$$

$$= \frac{୧}{୮} + \frac{୧}{୮} + \frac{୧}{୮}$$

$$= ୩ \times \frac{୧}{୮} = \frac{୩}{୮}$$

ସମୁଦାୟ କେତେ ଚିକ୍କି ବାକି ଅଛି ?

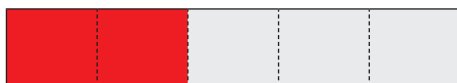


ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବା ହର ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶର ଯୋଗ

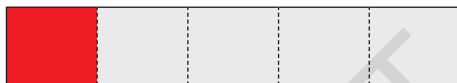
ଉଦାହରଣ : $\frac{2}{8}$ ଏବଂ $\frac{1}{8}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆସ ଉଭୟକୁ ଆୟତାକାର କାଗଜ ପଟି ସାହାଯ୍ୟରେ ଦର୍ଶାଇବା । ଉଭୟ ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{1}{8}$ ତେଣୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଟିକୁ ୫ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ।

ତେଣୁ $\frac{2}{8}$ ଏହିପରି ହେବ -



ଏବଂ $\frac{1}{8}$ ଏହିପରି ହେବ -



ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଅଂଶକୁ ଯୋଡ଼ିବା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶର ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବା ସହିତ ସମାନ, ଯେଉଁଥିରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ $\frac{1}{8}$ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରନ୍ତି ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ମୋଟ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶର ସଂଖ୍ୟା ୩ । ଯେହେତୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{1}{8}$ କୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରନ୍ତି, ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ୩ ଟି ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକ ମିଳିତ ଭାବେ $\frac{3}{8}$ ଅଂଶକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛନ୍ତି ।

ତେଣୁ, $\frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$?



ଉଦାହରଣ: $\frac{3}{9}$ ଏବଂ $\frac{2}{9}$ ର ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆସ ଆୟତାକାର ପଟି ମଡେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଉଭୟକୁ ପୁନର୍ବାର ଦର୍ଶାଇବା । ଏଠାରେ ଉଭୟ ଭଗ୍ନାଂଶ, ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସମାନ, ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{9}$, ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଟି କୁ ୨ ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯିବ ।

ତା'ପରେ $\frac{3}{9}$ ଏହିପରି ହେବ -



ଏବଂ $\frac{2}{9}$ ଏହିପରି ହେବ -



ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶର ସମୁଦାୟ ସଂଖ୍ୟା ୧୦, ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ $\frac{1}{9}$ କୁ ଦର୍ଶାଏ, ତେଣୁ, ୧୦ ଟି ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶ ଏକତ୍ରିତ $\frac{10}{9}$ ଅଂଶକୁ ଦର୍ଶାଏ

💡 ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୁକ୍ତି ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ କରିବା ସମୟରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନାଂଶରୁ କେବଳ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୁକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର ।

ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ।



$$\text{ତେଣୁ, } \frac{8}{9} + \frac{2}{9} = \frac{10}{9}$$

$$= ୧ + \frac{୧}{୯}$$

$$= ୧ \frac{୧}{୯} ।$$



☀ ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି $\frac{8}{9} + \frac{2}{9}$ ଯୋଗ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ତୁମେ ସମାନ ଉତ୍ତର ପାଇଲ କି?

ବିଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବା ହର ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ କରିବା

ଉଦାହରଣ: $\frac{1}{8}$ ଏବଂ $\frac{1}{4}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ବିଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ କରିବାକୁ, ପ୍ରଥମେ ସମାନ ହର ବା ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସହିତ ସମାନ

ଭଗ୍ନାଂଶରେ ରୂପାନ୍ତର କର । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, ସାଧାରଣ ହରକୁ $୩ \times ୪ = ୧୨$ କରାଯାଇପାରିବ, ଅର୍ଥାତ୍, ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ $\frac{୧}{୧୨}$ ସହିତ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇପାରିବା ।

ଆସ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖିବା ।

$$\frac{୧}{୪} = \frac{୧ \times ୩}{୪ \times ୩} = \frac{୩}{୧୨}, \quad \frac{୧}{୩} = \frac{୧ \times ୪}{୩ \times ୪} = \frac{୪}{୧୨} ।$$

ଏବେ, $\frac{୩}{୧୨}$ ଏବଂ $\frac{୪}{୧୨}$ ର ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ଅଛି, ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{୧}{୧୨}$.

$$\text{ତେଣୁ, } \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୩} = \frac{୩}{୧୨} + \frac{୪}{୧୨} = \frac{୭}{୧୨} .$$

ସଂଯୋଗର ଏହି ପଦ୍ଧତି, ଯାହା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ କରୁଥିବା ଏହି ଯୋଗ ପଦ୍ଧତିକୁ ପ୍ରଥମେ ୬୨୮ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଏହାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଥିଲେ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶର ବିକାଶର ଇତିହାସକୁ ଅଧିକ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା । ବର୍ତ୍ତମାନ ପାଇଁ, ଆମେ କେବଳ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପଦ୍ଧତିରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଡିବା ପାଇଁ ଥିବା ପଦକ୍ଷେପଗୁଡ଼ିକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ କରିବା ।

ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ ପଦ୍ଧତି

୧ ସମ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ଯାହା ଦ୍ଵାରା ସମସ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶ ପାଇଁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସାଧାରଣ ହେବ । ଏହା ହରଗୁଡ଼ିକର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ (ଉଦାହରଣ ସ୍ଵରୂପ, ହରଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ, କିମ୍ବା ହରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ) ସନ୍ଧାନ କରି କରାଯାଇପାରିବ ।

୨. ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ସହିତ ଏହି ସମ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର । ଏହା ଲବଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରି ଏବଂ ସମାନ ହର ରଖି କରାଯାଇପାରିବ ।

୩ ଆବଶ୍ୟକ ପଡ଼ିଲେ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ଫଳାଫଳ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଆସ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପଦ୍ଧତିର ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : $\frac{୨}{୩}$ ଏବଂ $\frac{୧}{୪}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ହର ୩ ଏବଂ ୪ ଅଟେ । ୩ ଏବଂ ୪ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ୧୨ ।

ତା'ପରେ ଆମେ ତାହା ଦେଖିବା

$$\frac{୨}{୩} = \frac{୨ \times ୪}{୩ \times ୪} = \frac{୮}{୧୨}, \quad \frac{୧}{୪} = \frac{୧ \times ୩}{୪ \times ୩} = \frac{୩}{୧୨} .$$

ତେଣୁ, $\frac{9}{11} + \frac{2}{8} = \frac{20}{88} + \frac{22}{88} = \frac{42}{88}$.

ଉଦାହରଣ: $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{2}{11}$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏ ଏବଂ ୩ ର ସର୍ବନିମ୍ନ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ ହେଉଛି ୨ ।

$$\frac{2}{9}, \frac{2}{11} \text{ ରହିବ}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 2}{9 \times 2} = \frac{4}{18}$$

ତେଣୁ, $\frac{2}{9} + \frac{2}{11} = \frac{4}{18} + \frac{2}{11} = \frac{44}{198}$.

ଯଦି ତାହା ତେବେ ଭଗ୍ନାଂଶ $\frac{11}{9}$ କୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ପୁନଃ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ । ଏହା ଉଭୟ

ହର ଏବଂ ଲବକୁ ୩(୩ ଏବଂ ୨ ର ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସାଧାରଣ ଗୁଣକ) ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ କରି କରାଯାଇପାରିବ:

$$\frac{11}{9} = \frac{11 \div 3}{9 \div 3} = \frac{11}{3} \text{ ।}$$

ତେଣୁ, $\frac{2}{9} + \frac{2}{11} = \frac{44}{198}$.

☀ ସମାଧାନ କର ।

୧ ଟ୍ରାନ୍ସପ୍ରେସନ୍ ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର:

a. $\frac{2}{9} + \frac{8}{9} + \frac{2}{9}$ b. $\frac{11}{8} + \frac{2}{11}$ c. $\frac{2}{11} + \frac{8}{9}$ d. $\frac{2}{11} + \frac{2}{9}$ e. $\frac{11}{8}$

+ $\frac{2}{11} + \frac{2}{8}$

f. $\frac{2}{11} + \frac{8}{8}$

g. $\frac{8}{8} + \frac{2}{11}$

h. $\frac{11}{8} + \frac{8}{11}$

i. $\frac{2}{9} + \frac{8}{8}$

j. $\frac{11}{11} + \frac{2}{9}$

k. $\frac{11}{8} + \frac{2}{11} + \frac{2}{8}$

l. $\frac{2}{11} + \frac{8}{8} + \frac{11}{9}$

m. $\frac{2}{9} + \frac{8}{8} + \frac{2}{9}$

୨. ରହିତ୍ ସବୁଜ ରଙ୍ଗ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ $\frac{2}{11}$ ଲିଟର ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ସହି $\frac{11}{8}$ ଲିଟର ନୀଳ ରଙ୍ଗ କଲେ । ସେ ତିଆରି କରିଥିବା ସବୁଜ ରଙ୍ଗର ପରିମାଣ କେତେ ?

୩. ଗୀତା $\frac{2}{8}$ ମିଟର ଲେଉଟି କିଣିଲେ ଓ ଶାମିତ୍ $\frac{11}{8}$ ମିଟର ଲେଉଟି କିଣି ଏକ ଟେବୁଲ୍ କପଡ଼ା ଉପରେ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ

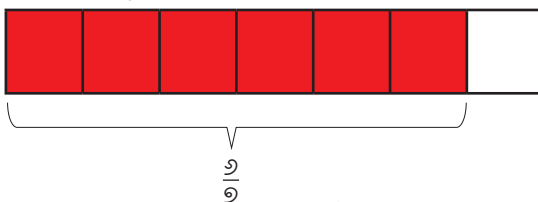
ସୀମା ଲଗାଇଲେ ଯାହାର ପରିଧି ୧ ମିଟର । ସେମାନେ ଦୁହେଁ କିଣିଥିବା ଲେଉଟି ର ସମୁଦାୟ ଲମ୍ବ କେତେ ଥିଲା ତାହା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର । ସମଗ୍ର ସୀମାକୁ ଘେରିବା ପାଇଁ ଏହି ଲେଉଟି ଯଥେଷ୍ଟ ହେବ କି ?

ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ କିମ୍ବା ହର ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶର ବିୟୋଗ

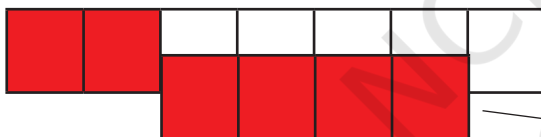
ଭଗ୍ନାଂଶର ବିୟୋଗରେ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପଦ୍ଧତି ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ !

ଆସ $\frac{2}{9}$ ଠାରୁ $\frac{8}{9}$ ବିୟୋଗର ସମସ୍ୟା ରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା, ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{2}{9} - \frac{8}{9}$ କେତେ ?

ଏହି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ, ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଆୟତାକାର କାଗଜ ପଟି ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଉଭୟ ଭଗ୍ନାଂଶରେ, ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସମାନ, ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{1}{9}$ । ଆସ ପ୍ରଥମେ ଏକ ଆୟତାକାର ପଟିର ମଡେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରଥମେ ବଡ଼ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଦର୍ଶାଇବା :



ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶ $\frac{1}{9}$ କୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମକୁ ହ୍ରାସ କରିବାକୁ ପଡିବ $\frac{8}{9}$ । ଏହା କରିବା ପାଇଁ ଆସ ଛାୟାଯୁକ୍ତ ୪ଟି ଅଂଶକୁ ହଟାଇବା :



ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକ
ଅପସାରଣ କରାଯିବ ।

ଆମେ ଏଠାରେ ସିଧାସଳଖ ଏହା
କରିପାରିବା କାରଣ ଉଭୟ ଭଗ୍ନାଂଶର
ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ଅଛି ।

ତେଣୁ, ଆମ ପାଖରେ ୨ଟି ଛାୟାଯୁକ୍ତ ଅଂଶ ରହିଛି, ଅର୍ଥାତ୍, $\frac{2}{9} - \frac{8}{9} = \frac{2}{9}$.

ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ସମାନ ଅଭ୍ୟାସକୁ ଆଉଥରେ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

 ସମାଧାନ କର

୧. $\frac{8}{7} - \frac{7}{7}$

୨. $\frac{9}{4} - \frac{8}{4}$

୩. $\frac{୧୦}{୨୭} - \frac{୧}{୨୭}$

ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବା ହର ସହିତ ଭଗ୍ନାଂଶର ବିଯୋଗ

ଉଦାହରଣ : $\frac{7}{8} - \frac{2}{7}$ କେତେ?

ଯେହେତୁ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶର ବିଯୋଗ ପାଇଁ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜାଣିଛୁ, ଆସ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସହିତ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ପରିଣତ କରିବା ।

$$\frac{7}{8} = \frac{(7 \times 7)}{(8 \times 7)} =$$

$$\frac{୯}{୧୨}$$

ସେହିଭଳି,

$$\frac{2}{7} = \frac{(2 \times 8)}{(7 \times 8)} = \frac{୮}{୧୨}$$

ହଁ! ଏପରି କରିବା ଦ୍ଵାରା ଆମେ ସହଜରେ
ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ବିଯୋଗ କରିପାରିବା ।

ଚିନ୍ତା କର ! ଆମେ କାହିଁକି ଉଭୟ ଲବ
ଏବଂ ହରକୁ ୩ ରେ ଗୁଣିତ କରିବାକୁ ବାଛିଲୁ ?

ପୁଣି ! ଆମେ କାହିଁକି ଏଠାରେ ଉଭୟ ଲବ
ଏବଂ ହରକୁ ୪ ଗୁଣ କରିବାକୁ ବାଛିଲୁ ?

ତେଣୁ, $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} = \frac{୯}{୧୨} - \frac{୮}{୧୨} = \frac{୧}{୧୨}$ ।

ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ବିଯୋଗ କରିବାର ପଦ୍ଧତି -

୧. ପ୍ରଦତ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ, ଅର୍ଥାତ୍ ସମାନ ହର ସହିତ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କର ।
୨. ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ବିଯୋଗ କର । ଲବଗୁଡ଼ିକୁ ବିଯୋଗ କରି ଏବଂ ସମାନ ହର ରଖି ଏହା କରାଯାଇପାରିବ ।
୩. ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଫଳାଫଳକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ସରଳ କର ।

☀ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

୧. ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପଦ୍ଧତି ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର:

a. $\frac{7}{୧୫} - \frac{୩}{୧୫}$

b. $\frac{୨}{୫} - \frac{୪}{୧୫}$

c. $\frac{୫}{୬} - \frac{୪}{୯}$

d. $\frac{୨}{୩} - \frac{୧}{୨}$

୨. ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ବିୟୋଗ କର :

a. $\frac{୧୩}{୪}$ ସେଠାରୁ $\frac{୧୦}{୩}$

b. $\frac{୧୮}{୫}$ ସେଠାରୁ $\frac{୨୩}{୩}$

c. $\frac{୨୯}{୭}$ ସେଠାରୁ $\frac{୪୫}{୭}$

୩. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର :

a. ଜୟା ସ୍କୁଲର ଦୂରତା ତାଙ୍କ ଘରଠାରୁ $\frac{୭}{୧୦}$ କି.ମି. । ଏଥିପାଇଁ ସେ ପ୍ରତିଦିନ ତାଙ୍କ ଘରଠାରୁ

ଅଟୋ ରେ $\frac{୧}{୨}$ କିଲୋମିଟର ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରେ ଏବଂ ତା'ପରେ ଅବଶିଷ୍ଟ ଦୂରତା ଚାଲି ଚାଲି

ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ପହଞ୍ଚିଥାଏ । ସ୍କୁଲରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ସେ ଦୈନିକ କେତେ ବାଟ ଚାଲି ଚାଲି ଯାଏ?

b. ଜୀବିକା ପାର୍କଟିକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୁଲିବାକୁ $\frac{୧୦}{୩}$ ମିନିଟ୍ ନେଲେ ଏବଂ ତାଙ୍କ ସାଙ୍ଗ ନମିତ୍ ସମାନ କାର୍ଯ୍ୟ

କରିବା ପାଇଁ $\frac{୧୩}{୪}$ ମିନିଟ୍ ନେଲେ । କିଏ କମ୍ ଓ କେତେ ସମୟ ନେଲେ ?

୭.୯ ଇତିହାସରୁ ଖାଅଟିଏ

ତୁମେ ଜାଣ କି ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତରେ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଉଥିଲା ? ସଂସ୍କୃତଭାଷାରେ ଏହାକୁ ଭିନ୍ନ କୁହାଯାଉଥିଲା ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 'ଭଙ୍ଗା' । ଏହାକୁ ଭାଗ କିମ୍ବା ଅଂଶ ବା 'ଖଣ୍ଡ' ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଇଥିଲା ।

ଆଜି ବିଶ୍ୱବ୍ୟାପୀ ଭଗ୍ନାଂଶ ଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଆମ ଭାରତରେ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା । ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକ ଗ୍ରନ୍ଥରେ, ଯେପରିକି ବକ୍ଷଳୀ ପାଣ୍ଡୁଲିପି (ପ୍ରାୟ ୩୦୦ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ଯେତେବେଳେ ସେମାନେ $\frac{୧}{୨}$ ଲେଖିବାକୁ ଚାହୁଁଥିଲେ, ସେମାନେ ଏହାକୁ $\frac{୧}{୨}$ ଭାବରେ ଲେଖୁଥିଲେ ଯାହା ପ୍ରକୃତରେ ଆଜି ଆମେ ଯେପରି ଲେଖୁଥାଉ ତାହା ସହିତ ବହୁତ ସମାନ ! ଏହି ଭଗ୍ନାଂଶ ଲେଖିବା ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାର ପଦ୍ଧତି ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ଶତାବ୍ଦୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଭାରତରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଆସିଥିଲା, ଯେଉଁଥିରେ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (୪୯୯ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ (୬୨୮ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ପ୍ରାୟ ୭୫୦ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ଏବଂ ମହାବୀରାଚାର୍ଯ୍ୟ

(ପ୍ରାୟ ୮୫୦ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ପ୍ରମୁଖ ଥିଲେ । '୧' ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଲବ ଓ ହର ମଧ୍ୟରେ ରେଖାଖଣ୍ଡ

ପରେ ମୋରୋଙ୍କୋ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଦ୍ଵାରା ଅଲ-ହସର ପରିଚିତ ହୋଇଥିଲେ (ହାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ) । ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ଶତାବ୍ଦୀ ମଧ୍ୟରେ ଏହି ଚିହ୍ନ ଯୁରୋପ ଏବଂ ସମଗ୍ର ବିଶ୍ଵରେ ବ୍ୟାପିଯାଇଥିଲା ।

ପ୍ରାଚୀନ ଇଜିପ୍ଟୀୟ ଏବଂ ବାବିଲୋନିଆ ସଭ୍ୟତା ଭଳି ଅନ୍ୟ ସଂସ୍କୃତିରେ ମଧ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା, କିନ୍ତୁ ସେମାନେ ମୁଖ୍ୟତଃ କେବଳ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିଲେ, ଅର୍ଥାତ୍ ଲବରେ ୧ ଥିବା ଅଂଶ । ଅଧିକ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଉଥିଲା, ଯାହାକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ 'ଇଜିପ୍ଟୀୟ ଭଗ୍ନାଂଶ' କୁହାଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ ଲେଖିବା, ଯଥା, $୧୯/୨୪ = ୧/୨ + ୧/୬ + ୧/୮$, ଏକ ସୁନ୍ଦର ପଦ୍ଧତି ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ । ଆମେ ତଳେ ଏପରି ଏକ ପଦ୍ଧତି ବିଷୟରେ ବିଚାର କରିବୁ ।

ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନାଂଶ (ଯେଉଁଠାରେ ଲବ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଭାବରେ ୧ ନୁହେଁ) ପ୍ରଥମେ ଭାରତରେ ପ୍ରଚଳନ କରାଯାଇଥିଲା ଏବଂ ଏହାର ଗଣିତ କାର୍ଯ୍ୟର ନିୟମ ଯେପରିକି ଯୋଗ, ବିଯୋଗ, ଗୁଣନ, ଏବଂ ଏପରିକି ଭଗ୍ନାଂଶର ବିଭାଜନ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଚଳିତ ହୋଇଥିଲା । 'ସୁଲବ ସୁତ୍ର' ନାମକ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗ୍ରନ୍ଥଗୁଡ଼ିକ ଦର୍ଶାଏ ଯେ ବୈଦିକ ସମୟରେ ମଧ୍ୟ, ଭାରତୀୟମାନେ ଭଗ୍ନାଂଶ ସହିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବାର ନିୟମ ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ । ଭଗ୍ନାଂଶ ସହିତ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଏବଂ ଗଣନା କରିବା ପାଇଁ ସାଧାରଣ ନିୟମ ଏବଂ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ପ୍ରଥମେ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ଭାବରେ ଏବଂ ଆଧୁନିକ ରୂପରେ ସଂଶୋଧିତ କରିଥିଲେ ।

ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପ୍ରଦତ୍ତ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଆଜି ମଧ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ଏବଂ ଗଣନା କରୁଛୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ଵରୂପ, ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶର ଯୋଗ ଏବଂ ବିଯୋଗ କିପରି କରିବେ ତାହା ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିଛନ୍ତି :

"ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନାଂଶର ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ହରକୁ ଅନ୍ୟ ହର ଦ୍ଵାରା ଗୁଣନ କରି, ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସାଧାରଣ ହରରେ ହ୍ରାସ କରାଯାଏ । ତା'ପରେ, ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ, (ଉପରୋକ୍ତ ହ୍ରାସ ପରେ ପ୍ରାପ୍ତ) ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଏ । ବିଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ସେମାନଙ୍କର ପାର୍ଥକ୍ୟକୁ ନିଆଯିବ ।" (ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ, ବ୍ରହ୍ମସ୍ମୃତିସିଦ୍ଧାନ୍ତ, ଶ୍ଳୋକ ୧୨.୨, ୬୨୮ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ)

ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ଶତାବ୍ଦୀ ମଧ୍ୟରେ ଆରବମାନଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ଭାରତୀୟ ଧାରଣା ଏବଂ ପଦ୍ଧତି ଯୁରୋପକୁ ପ୍ରସାରିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ପ୍ରାୟ ୧୭ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଯୁରୋପରେ ଏହା ସାଧାରଣ ବ୍ୟବହାରରେ ଆସିଥିଲା ଏବଂ ପରେ ବିଶ୍ଵରେ ବ୍ୟାପିଯାଇଥିଲା ।

ପଞ୍ଜଳ !

ଯଦି ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯୋଗ ୧ ପ୍ରାପ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଯୋଗ କରିବା ସହଜ,

$$\frac{୧}{୨} + \frac{୧}{୨} = ୧, \quad \frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩} = ୧, \quad \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} = ୧, \text{ ଇତ୍ୟାଦି ।}$$

ତେବେ, ତୁମେ ୧ ପାଇବା ପାଇଁ ସମସ୍ତେ ଅଲଗା ଅଲଗା ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଯୋଡ଼ିବାର ଏକ ଉପାୟ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିପାରିବ କି ?

୧ ପାଇବା ପାଇଁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ଯୋଡ଼ିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏହାର କାରଣ ହେଉଛି $\frac{୧}{୨}$ ଏହା ହେଉଛି ସର୍ବବୃହତ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ, ଏବଂ $\frac{୧}{୨} + \frac{୧}{୨} = ୧$.

ବିଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ପାଇବାକୁ, ଆମକୁ ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏକୁ ବଦଳାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ $\frac{୧}{୨}$ କିଛି ଛୋଟ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ସହିତ ଅଛି - କିନ୍ତୁ ତା'ପରେ ପରିମାଣ ୧ ରୁ କମ୍ ହେବ ! ତେଣୁ, ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ପାଇଁ ୧ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଡ଼ିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଆମେ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକର ମିଶ୍ରଣ ଭାବରେ ୧ ଲେଖିବାର ଏକ ଉପାୟ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିପାରିବା ।

୧. ତୁମେ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ପାଇପାରିବ କି ଯାହା ୧ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଡ଼ିଥାଏ ?

ଏହା ଜଣାପଡ଼ିଛି ଯେ ଏହି ସମସ୍ୟାର ଏକମାତ୍ର ସମାଧାନ ଅଛି (୩ଟି ଭଗ୍ନାଂଶର କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ)! ତୁମେ ଏହାକୁ ପାଇପାରିବ କି ? ଅଧିକ ପଢ଼ିବା ପୂର୍ବରୁ ଏହାକୁ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

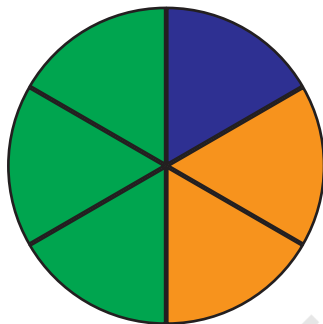
ଏହାର ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଏଠାରେ ଏକ ଶୃଙ୍ଖଳିତ ଉପାୟ ରହିଛି । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $\frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩} + \frac{୧}{୩} = ୧$ । ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକଗୁଡ଼ିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କରିବା ପାଇଁ, ଆମକୁ ଅତିକମରେ ଗୋଟିଏକୁ $\frac{୧}{୩}$ ରୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିକୁ $\frac{୧}{୩}$ ରୁ ହ୍ରାସ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ୧/୩ କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକରେ ବୃଦ୍ଧି କରିବାର ଏକମାତ୍ର ଉପାୟ ହେଉଛି ଏହାକୁ $୧/୨$ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇବା । ତେଣୁ $\frac{୧}{୨}$ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଏବେ $\frac{୧}{୨} + \frac{୧}{୪} + \frac{୧}{୪} = ୧$ । ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକଗୁଡ଼ିକୁ ଭିନ୍ନ କରିବା ପାଇଁ, ସେହି ବୃଦ୍ଧିର କ୍ଷତିପୂରଣ ଦେବା

ଚେଷ୍ଟା
କର

ପାଇଁ ଆମକୁ $\frac{2}{8}$ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବାକୁ ପଡିବ ଏବଂ ଅନ୍ୟ $\frac{2}{8}$ କୁ ହ୍ରାସ କରିବାକୁ ପଡିବ ।
ଏବେ $\frac{2}{8}$ କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକରେ ବୃଦ୍ଧି କରିବାର ଏକମାତ୍ର ଉପାୟ, ଯାହା $\frac{1}{9}$ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ, ତାହା
ହେଉଛି ଏହାକୁ $\frac{1}{9}$ ଦ୍ଵାରା ବଦଳାଇବା । ତେଣୁ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନାଂଶ ହେବା ଜରୁରୀ $\frac{2}{9}$ ଏବଂ $\frac{1}{9}$! ତେବେ ତୃତୀୟ
ଭଗ୍ନାଂଶ କ'ଣ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ, ଯାହାଦ୍ଵାରା ତିନୋଟି ଭଗ୍ନାଂଶ ୧ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗ ହେବେ ?

ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ୟାର କେବଳ ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ କାହିଁକି ଅଛି ତାହା ଏହା ବୁଝାଏ ।



$$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = 1$$

କ'ଣ ହେବ ଯଦି ଆମେ ଚାରୋଟି ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶଗତ ଏକକ ଖୋଜିବା ଯାହା ୧ କୁ ଯୋଗ
କରିଥାଏ ?

୨. ତୁମେ କ'ଣ ଚାରୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ପାଇପାରିବ ଯାହା ୧ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗ
କରିଥାଏ?

ଏହା ଜଣାପଡୁଛି ଯେ ଏହି ସମସ୍ୟାର ଛଅଟି ସମାଧାନ ଅଛି ! ତୁମେ କ'ଣ ସେଗୁଡ଼ିକ
ମଧ୍ୟରୁ ଅତି କମରେ ଗୋଟିଏକୁ ପାଇପାରିବ ? ତୁମେ କ'ଣ ସେସବୁ ପାଇପାରିବ ?
ତୁମେ ଦୁଇ ଏବଂ ତିନି ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକର କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି
ଚେଷ୍ଟା କରିପାରିବ - କିମ୍ବା ତୁମର ନିଜସ୍ଵ ପଦ୍ଧତି ଖୋଜି ପାରିବ !

ଚେଷ୍ଟା
କର

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବିବରଣୀ

- ସମାନ ବିନିମୟରେ ଭଗ୍ନାଂଶ : ଯେତେବେଳେ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଏକକକୁ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ ଏବଂ ସମାନ ଭାବରେ ବିନିମୟ କରାଯାଏ, ଏହା ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଫଳାଫଳ ।
- ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ: ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ମୌଳିକ ଏକକକୁ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ, ସେତେବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶକୁ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ କୁହାଯାଏ ।
- ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ପଢ଼ିବା: ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଯେପରି କି $\frac{8}{9}$ ରେ, ୫କୁ ଲବ ଏବଂ ୯ କୁ ହର କୁହାଯାଏ ।
- ମିଶ୍ରିତ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଅଂଶ ଏବଂ ଏକ ଭଗ୍ନାଂଶ ଅଂଶ ରହିଥାଏ ।
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖା : ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ଅଂଶଗୁଡ଼ିକ ଦେଖାଯାଇପାରେ । ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶର ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଛତିତ ଥାଏ ।
- ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ : ଯେତେବେଳେ ଦୁଇ କିମ୍ବା ତତୋଧିକ ଭଗ୍ନାଂଶ ସମାନ ଅଂଶ କିମ୍ବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ, ସେମାନଙ୍କୁ ସମତୁଲ୍ୟ ଭଗ୍ନାଂଶ କୁହାଯାଏ ।
- ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦ: ଏକ ଅଂଶ ଯାହାର ଲବ ଏବଂ ହର ୧ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ କାରକ ନଥାଏ ତାହାକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦ କିମ୍ବା ସରଳ ରୂପ କୁହାଯାଏ ।
- ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନାଂଶର ଯୋଗ ପଦ୍ଧତି : ଭଗ୍ନାଂଶ ଯୋଗ କରିବା ସମୟରେ, ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ (ଅର୍ଥାତ୍ ସମାନ ହର) ସହିତ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ପରିଣତ କର, ଏବଂ ତା'ପରେ ଯୋଗଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭଗ୍ନାଂଶରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର । ସମାନ ହର ରଖି ଅଙ୍କ ଯୋଗ କରି ଏହା ସଫଳ ହୁଏ ।
- ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନାଂଶର ବିଯୋଗ ପଦ୍ଧତି : ଭଗ୍ନାଂଶଗୁଡ଼ିକୁ ବିଯୋଗ କରିବା ସମୟରେ, ସେମାନଙ୍କୁ ସମାନ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ (ଅର୍ଥାତ୍, ସମାନ ବିଭାଜନକାରୀ) ସହିତ ସମକକ୍ଷ ଅଂଶରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କର ଏବଂ ତା'ପରେ ଭଗ୍ନାଂଶ ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ବିଯୋଗ କର । ସମାନ ହର ରଖିବା ସମୟରେ ଲବକୁ ବିଯୋଗ କରି ଏହା ସଫଳ ହୁଏ ।