

शून्य केर दोसर दिस



0674CH10

बेसी सँ बेसी संख्या !

स्मरण करू जे गणितक अध्ययनमे हम सबसँ पहिल संख्याक विषयमे सीखलहुँ ओ गिनती संख्या 1, 2, 3, 4, ...

तखन हमरा पता चलल जे आओर बेसी संख्या अछि ! उदाहरणक लेल, संख्या 0 (शून्य) अछि, जे किछु नहि दर्शाबैत अछि, जे पहिने आबैत अछि

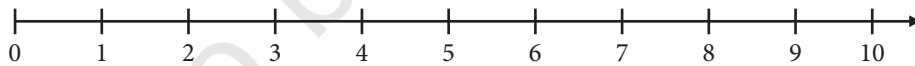
1. भारत आ आब दुनिअथवा मे संख्या 0 के बहुत महत्वपूर्ण इतिहास अछि। उदाहरणक लेल, दुनिअथवा भरिमे हम भारतीय संख्या प्रणालीमे 0 सँ 9 अङ्कक उपयोग करैत संख्या लिखब सीखैत छी, जाहिसँ हम मात्र एहि 10 अङ्कक उपयोग करैत संख्या लिखि सकैत छी जे कतेक पैघ वा ओतेक छोट हो।

तखन हमसभ आओर संख्याक संबंधमे सीखलहुँ जे एकरामे मौजूद अछि

संख्या 0, 1, 2, 3, 4, ... , जेना $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, and $\frac{13}{6}$ । ई सभ भिन्न कहाइछ।

मुदा की एखनहु बेसी संख्या अछि ? खैर, 0 एकटा अतिरिक्त संख्या अछि जकर बारे मे हम पहिने नहि जनैत छलहुँ, आ ई 1 सँ पहिने अबैत अछि आ 1 सँ कम अछि। की संभवतः बेसी संख्या अछि जे 0 सँ पहिने आबैत अछि आ 0 सँ कम अछि ?

दोसर तरीकासँ वाक्यांशित, हम संख्या पंक्ति देखलहुँ अछि:



मुदा, ई वास्तवमे मात्र एकटा संख्या 'किरण' अछि, जाहि भाषामे हम ज्यामितिमे पहिने सीखने छलहुँ; ई किरण 0 सँ प्रारम्भ होइत अछि आ हमेशा लेल दहिना दिस जाइत अछि। की 0 केर बामा तरफ संख्या मौजूद अछि, जाहि सँ ई संख्या किरण एकटा सही संख्या रेखा पर पूरा कएल जाए सकए ?

एहि अध्यायमे हम ओकर जाँच करब !

☀ 0 स कम संख्या भ सकैत अछि? की अहां कोनो एहन तरीका सोचि सकय छी जे कोनो चीज के 0 सं कम होए?

10.1 बेला केर मनोरञ्जन घर

बच्चासभ बेलाक आइसक्रीम कारखानामे ओकर स्वादिष्ट आइसक्रीम देखबा आ स्वाद लेबाक लेल अबैत अछि। हुनका लोकनिक लेल एकरा आओर मजगर बनेबाक लेल बेला एकटा बहुतला भवन किनलनि आ एकरा आकर्षणसँ भरि देलनि। ओ एकरा बेलाज मनोरञ्जन घर नाम देलनि।

मुदा ई कोनो साधारण भवन नहि छल।

देखू जे किछु तल

‘मनोरञ्जन घर’ जमीन सं नीचा अछि। एहि तल पर अहाँ के कोन दोकान भेटैत अछि? भूतल पर की अछि?

एकटा लिफ्टक उपयोग फर्शक बीच ऊपर-नीचा जयबाक लेल कयल जाइत अछि। एकर दूटा बटन अछि: ‘+’ ऊपर जएबाक लेल आ ‘-’ नीचा जयबाक लेल। की अहाँ लिफ्ट देख सकैत छी?

हम कहैत छी जे बटन दबाबू + + अथवा + 2 अछि।

दूटा तल नीचा जयबाक लेल अहाँकें ‘-’ बटन दू बेर दबाबय पड़त, जकरा हम - - अथवा - 2 लिखैत छी।

तेँ जँ अहाँ + 1 दबाबैत छी (अर्थात, जँ अहाँ ‘+’ बटन एक बेर दबाबैत छी), तखन अहाँ एक तल ऊपर जाउ आ जँ अहाँ - 1 दबाबू (अर्थात, जँ अहाँ ‘-’ बटन दबाबू) एक बेर), तखन अहाँ 1 तल सं नीचा चलि जाएब।

लिफ्ट बटन दबाबू आओर संख्या:

+++ कै + 3 जहिना लिखल जाइत अछि

- - - लिखल अछि - 4

☀ चारिम तल पर जएबाक लेल अहाँ की दबाबैत छियै? अहाँ तेसर तल पर जएबाक लेल की दबाबैत छियै?

मनोरञ्जन घर (बिल्डिङ ऑफ फन)मे तल केर क्रमाङ्कन

‘मनोरञ्जन घर’मे प्रवेश भूतल स्तरपर होइत अछि आ एकरा ‘स्वागत कक्ष’ कहल जाइत अछि। भूतल सँ शुरू करैत अहाँ + 1 दबा कए फूड कोर्ट पहुँचि सकैत छी आ +2 दबा कए आर्ट सेंटर पहुँचि सकैत छी। तँ हम कहि सकैत छी जे फूड कोर्ट तल + 1 पर अछि आ आर्ट सेंटर तल + 2 अछि।

भूतलसँ प्रारम्भ करैत खिलौनाक दोकान धरि पहुँचबाक लेल अहाँकें - 1 जरूर दबाबय पड़त। तँ खिलौनाक दोकान -1 फर्श पर अछि, तहिना भूतलसँ शुरू होइत, वीडियो गेम्सक दोकान धरि पहुँचबाक लेल अहाँकें - 2 जरूर दबाबय पड़त। तँ वीडियो गेमक दोकान तल - 2 पर अछि।

भूतल के तल 0 कहल जाइत अछि। की अहाँ देख सकैत छी कियैक?

 ‘मनोरञ्जन घर’ केर.

की अहाँ देखलहुँ जे + 3 किताबक दोकानक फर्श संख्या अछि, मुदा ई ओ तलक संख्या सेहो अछि जकरा अहाँ + 3 दबाबैत छी? तहिना - 3 तल संख्या अछि मुदा ई ओहि तलक संख्या सेहो अछि जकरा अहाँ दबाबैत काल नीचा जाइत छी - 3, अर्थात, जखन अहाँ - - - दबाबैत छी।

सामने ‘+’ चिह्न बला संख्याकें धनात्मक संख्या कहल जाइत अछि। आगू ‘-’ चिह्न बला संख्याकें ऋणात्मक संख्या कहल जाइत अछि।

‘मनोरञ्जन घर’मे भूतलकें संदर्भ वा आरम्भिक बिन्दुक रूपमे भूतल, तल 0क उपयोग करैत क्रमांकित कयल गेल अछि। भूतलक ऊपरक फर्शकें धनात्मक संख्याक सङ्ग क्रमांकित कयल गेल अछि। भूतलसँ ओतय तक पहुँचबाक लेल किछु बेर ‘+’ बटन दबाबय पड़त। जमीनक नीचाँक फर्शकें ऋणात्मक संख्यासँ क्रमांकित कयल गेल अछि। भूतलसँ ओतय तक पहुँचबाक लेल किछु बेर ‘-’ बटन दबाबय पड़त।

शून्य ने त धनात्मक अछि आ ने ऋणात्मक संख्या।

हम एकरा सामने ‘+’ अथवा ‘-’ चिह्न नहि रखैत छी।

चाल पर नजर रखबाक लेल जोड़

भोजन कक्षसँ शुरू करू आ लिफ्ट मे + 2 दबाउ। अहाँ कतए पहुँचब?

हम एकरा एकटा व्यंजक केर प्रयोग सँ वर्णन कए सकैत छी:

प्रारम्भ तल + गति = लक्ष्य तल ।

आरम्भिक तल + 1 (फूड कोर्ट) अछि आ बटन दबाबयक संख्या + 2 अछि। अतः अहाँ लक्ष्य तल (+ 1) + (+ 2) = + 3 (किताबक दोकान) पर पहुँचि जाइत छी।

आउ, ज्ञात करी

1. अहाँ तल + 2 सँ शुरू करैत छी आ लिफ्ट मे - 3 दबाउ। अहाँ कतए पहुँचब? अहि गतिक 'लेल एकटा व्यंजक लिखू
2. एहि व्यंजक सभक मूल्यांकन करू (अहाँ भवनक निर्माणक सन्दर्भ दैत एकरा प्रारंभिक तल + गति रूपमे सोचि सकैत छी)

a. $(+ 1) + (+ 4) =$ _____	b. $(+ 4) + (+ 1) =$ _____
c. $(+ 4) + (- 3) =$ _____	d. $(- 1) + (+ 2) =$ _____
e. $(- 1) + (+ 1) =$ _____	f. $0 + (+ 2) =$ _____
g. $0 + (- 2) =$ _____	
3. अलग-अलग तल सँ शुरू करैत तल - 5 तक पहुँचबाक लेल आवश्यक गतिविधि ताकू। उदाहरणक लेल, जँ हम तल + 2 सँ शुरू करैत छी तखन तल - 5 पर पहुँचबाक लेल हमरा - 7 दबाबय पड़त। व्यंजक अछि $(+ 2) + (- 7) =$ गुरमीत एक तल नीचा जाएत। हम एकटा व्यंजक रूपमे बटन दबाबक संयोजनसँ उत्पन्न गतिकें देखा सकैत छी: $(+ 2) + (- 3) = - 5$.

एहन आओर आरम्भिक स्थिति आ तल - 5 धरि पहुँचबाक लेल आवश्यक गतिकें ताकू आ व्यंजक लिखू।

बटन दबाबै क' संयोजन सेहो जोड़ अछि

गुरमीत खेलौनाक दोकान मे छल आ दू तलसँ नीचा जाय चाहैत छलथि मुदा गलती सँ ओ '+' बटन दू बेर दबा देलखिन। हुनका अपन गलतीक एहसास भेलनि आ जल्दी सँ तीन बेर '-' बटन दबा देलनि। गुरमीत खेलौनाक दोकान सँ नीचा अथवा ऊपर कतेक तल पर पहुँचत?

गुरमीत एक तल नीचा जाएत। हम एकटा व्यंजक रूपमे बटन दबाबक संयोजनसँ उत्पन्न गतिकें देखा सकैत छी: $(+ 2) + (- 3) = - 1$

☀ आउ, ज्ञात करी

एहि व्यंजक सभकेँ बटन दबेबाक संयोजनक परिणामस्वरूप गतिक रूपमे सोचि मूल्यांकन करू:

- a. $(+1) + (+4) =$ _____ b. $(+4) + (+1) =$ _____
 c. $(+4) + (-3) + (-2) =$ _____ d. $(-1) + (+2) + (-3) =$ _____

शून्य पर आपिस!

भूतल पर बसंत बड्ड हड़बड़ी मे छथि आ गलती सँ $+3$ दबा दैत छथि। एकरा रद्द करबाक लेल आ भूतल पर रहबाक लेल ओ की कए सकैत छथि? ओ एकरा दबा कए रद्द कए सकैत छथि -3 । अर्थात, $(+3) + (-3) = 0$ ।

हम -3 केँ $+3$ क प्रतिलोम कहैत छी। तहिना -3 क प्रतिलोम $+3$ अछि।

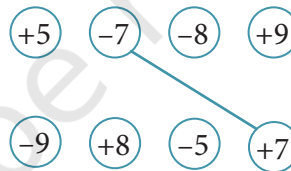
जँ बसंत आब $+4$ दबाबैत अछि आ फेर लिफ्ट मे -4 दबाबैत अछि तखन ओ कतए पहुँचत?

विपरीतक अवधारणाक बारे मे सोचबाक एकटा आओर तरीका एतय अछि। जँ अहाँ तल $+4$ पर छी आ अहाँ एकर प्रतिलोम -4 दबाबैत छी तखन अहाँ शून्य (भूतल) पर आपस आबि गेल छी, जँ अहाँ तल -2 पर छी आ एकर प्रतिलोम $+2$ दबाउ, तखन अहाँ $(-2) + (+2) = 0$ पर जाउ, फेर भूतल!

☀ देल गेल संख्याक योज्य प्रतिलोम बताउ:

$+4, -4, -3, 0, +2, -1$.

☀ रेखा घींच कऽ योज्य प्रतिलोमसँ जोड़ू.



तलक उपयोग कए कऽ संख्याक तुलना करी

☀ सभसँ निच्चाँ केर तल पर के छथि?

- जय आर्ट सेंटर मे छथि। तँ ओ तल $+2$ पर छथि।
- असिन खेल केंद्र मे छथि। तखन, ओ फर्श पर छथि
- बिन्नू सिनेमा सेंटरमे छथि। तखन, ओ फर्श पर छथि
- अमन खिलौना स्टोर मे अछि। तँ, ओ फर्श पर छथि

तल +3 तल +4 सं कम अछि। तँ हम $+3 + 3 < +4$. We also write $+4 >$ लिखैत छी।

☀ हमसभ $-3 < -4$ or $-4 < -3$ लिखि सकैत छी?

तल - 4 तल - 3 सं कम अछि। तँ, $-4 < -3$.

ई लिखि सकैत छी $-3 > -4-4$

☀ आउ, ज्ञात करी

1. मनोरञ्जन घर केर प्रयोग करैत तुलना करू आओर बक्सा $<$ वा $>$ मे भरि दियौ।

a. $-2 \square + 5$

b. $-5 \square + 4$

c. $-5 \square - 3$

d. $+6 \square - 6$

e. $0 \square - 4$

f. $0 \square + 4$

ध्यान दियौ जे सभ क्रणात्मक संख्या तल तल 0 सँ नीचा अछि। तँ सभटा क्रणात्मक संख्या 0 सँ कम अछि। सबटा पॉजिटिव नंबर फ्लोर फ्लोर 0 सँ ऊपर अछि। तँ सभटा धनात्मक संख्या 0 सँ बेसी अछि।

2. मनोरञ्जन घरमे अधिक तल केर कल्पना करू आ संख्यासभक तुलना करू आ बॉक्समे $<$ वा $>$ भरि दियौक:

a. $-10 \square - 12$

b. $+17 \square - 10$

c. $0 \square - 20$

d. $+9 \square - 9$

e. $-25 \square - 7$

f. $+15 \square - 17$

3. जँ दहिना दिस रेखाक रूपमे देखाओल गेल भवनमे तल $A = -12$, तल $D = -1$ आ तल $E = +1$ अछि तखन संख्या ताकू B, C, F, G, आ H के।

4. एतए दहिना दिस देखाओल गेल घरमे निम्न तलकेँ अङ्कित करू।

a. -7

b. -4

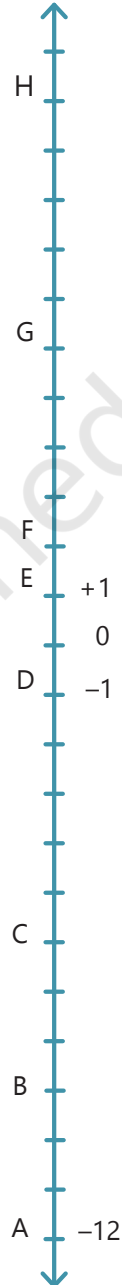
c. $+3$

d. -10

कोन बटन केँ दबेबाक अछि, ज्ञात करबाक लेल घटाउ

पहिनेक वर्गसभमे, हम घटावक अर्थ 'बाहर निकलब' बुझैत छलहुँ। उदाहरणक लेल, शेल्फ पर 10टा किताब अछि। हम चारिटा किताब लए जाइत छी। शेल्फ पर कतेक बचल अछि?

हम घटावक उपयोग करैत उत्तर व्यक्त कऽ सकैत छी: $10 - 4 = 6$ अथवा 'दस निकलल चारि = छ।



अहाँ घटावक एकटा आओर अर्थसँ सेहो परिचित भऽ सकैत छी जे तुलना अथवा माताकें समान बनयबासँ सम्बन्धित अछि। उदाहरणक लेल, एहि स्थितिपर विचार करू: हमरा सङ्ग '10' अछि आ हमर बहिनक '6' अछि।

आब हम प्रश्न पूछि सकैत छी: हमर बहिनकें हमरा समान राशि प्राप्त करबाक लेल कतेक टाका आओर भेटबाक चाही?

हम एकरा दू तरीकासँ लिखि सकैत छी: $6 + ? = 10$ अथवा $10 - 6 = ?$

एतए हम 'जोड़ल जाएबला गुम संख्याकें तकनाइ' आ घटावक बीच संबंध देखैत छी।

धनात्मक आ ऋणात्मक संख्याक घटावक लेल, हम घटावक एहि अर्थक उपयोग 'समान बनाब' अथवा 'जोड़ल जाएबला अनुपस्थित संख्याकें तकनाइ'क रूपमे करब।

☀ एहि संदर्भमे $15 - 5$, $100 - 10$ आ $74 - 34$ ज्ञात करू।

अध्यापक केर टिप्पणी

सामान्यतया जखन दूटा असमान मात्रा होयत छै तखन घटाव मात्रा कें बराबर करय कें लेल आवश्यक परिवर्तन कें संकेत द सकय छै। घटाव सँ ज्ञात होइ अछि जे कि लक्ष्य मात्रा बनएबाक लेल प्रारम्भिक मात्रामे कतेक बदलाव हएबाक चाही। विभिन्न तल केर सन्दर्भमे, प्रारम्भिक तलसँ लक्ष्य तल पर पहुँचबक लेल की बदलावक प्रयोजन अछि? ध्यान दियौ जे आवश्यक परिवर्तन सकारात्मक (बढ़एबाक लेल) वा नकारात्मक (घटएबाक लेल) भ' सकैत अछि।

अहाँक आरम्भिक तल कला केंद्र अछि आ अहाँक लक्ष्य तल खेल केन्द्र अछि। अहाँक बटन दबाएबक संख्या की होएबाक चाही?

अहाँ के तीन तल ऊपर जेबाक जरूरत अछि, तँ अहाँ के $+ 3$ दबाबए के चाही। हम एकरा घटावक प्रयोग करैत व्यंजक क रूपमे लिखि सकैत छी:

लक्ष्य तल - प्रारंभिक तल = गति आवश्यक।

उपरोक्त उदाहरणमे, आरम्भिक तल $+ 2$ (आर्ट सेंटर) आ लक्ष्य तल $+ 5$ अछि। $+ 2$ सँ $+ 5$ पर पहुँचबाक लेल बटन दबाबू $+ 3$ अछि। अतः

$$(+ 5) - (+ 2) = + 3$$

व्याख्या

जोड़ आओर घटावक बीचक संबंधकेँ अथवा द करू। $3 + \text{क लेल } ? = 5$, हम घटावक प्रयोग करैत अनुपस्थित संख्या पाबि सकैत छी: $5 - 3 = 2$ । अर्थात्, घटाव वैह अछि जेना जोड़ल जाएबला अनुपस्थित संख्याकेँ तकबाक अछि।

हम जनैत छी-

$$\text{प्रारंभिक तल} + \text{गति जरूरी} = \text{लक्ष्य तल}$$

जँ जरूरी गति भेटबाक अछि, तखन,

$$\text{प्रारम्भ तल} + ? = \text{लक्ष्य तल}$$

तँ,

$$\text{लक्ष्य तल} - \text{प्रारंभिक तल} = ? = \text{गति जरूरी}$$

बेसी उदाहरण:

- जँ लक्ष्य तल अछि -1 आ प्रारंभिक तल -2 अछि तखन अहाँकेँ कोन बटन दबाबक चाही? अहाँ के एक तल ऊपर जाय के जरूरत अछि, तँ अहाँ के $+1$ दबाबए के चाही। व्यंजक: $(-1) - (-2) = (+1)$
- जँ लक्ष्य तल अछि -1 आ प्रारंभिक तल $+3$ अछि तखन अहाँकेँ कोन बटन दबाबक चाही? अहाँ के चारि तल नीचा जेबाक जरूरत अछि, तँ अहाँ के दबाबए के चाही -4 । व्यंजक: $(-1) - (+3) = (-4)$
- जँ लक्ष्य तल $+2$ अछि आ प्रारंभिक तल अछि -2 , बटन अहाँ के दबाबए के चाही? what अहाँ के चारि तल ऊपर जेबाक जरूरत अछि, तँ अहाँ के $+4$ दबाबए के चाही। व्यंजक: $(+2) - (-2) = (+4)$

आउ, ज्ञात करी

ई एक्सप्रेसन केँ पूरा करू, अहाँ हुनका सभकेँ शुरुआती तलसँ लक्ष्य तल धरि पहुँचबाक लेल आवश्यक गतिकेँ तकबाक रूपमे सोचि सकैत छी।

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a. $(+1) - (+4) =$ _____ | b. $(0) - (+2) =$ _____ |
| c. $(+4) - (+1) =$ _____ | d. $(0) - (-2) =$ _____ |
| e. $(+4) - (-3) =$ _____ | f. $(-4) - (-3) =$ _____ |
| g. $(-1) - (+2) =$ _____ | h. $(-2) - (-2) =$ _____ |
| i. $(-1) - (+1) =$ _____ | j. $(+3) - (-3) =$ _____ |

पैघ संख्याकें जोड़ब आ घटाएब

चित्तमे एकटा खदान देखाओल गेल अछि, एकटा एहन जगह जतय चट्टानमे खोद क खनिज निकालल जाइत अछि | ट्रक जमीनी स्तर पर अछि, मुदा खनिज जमीन स्तर स ऊपर आ नीचा दुनू ठाम मौजूद अछि। एकटा तेज गति सं चलय वाला लिफ्ट अछि जे लोक आ अयस्क ल क माइनशाफ्ट मे ऊपर-नीचा करैत अछि।

किछु स्तर चित्तमे चिह्नित अछि। जमीनी स्तर 0 चिह्नित अछि। जमीनक ऊपरक स्तरकें धनात्मक संख्यासँ चिह्नित कयल जाइत अछि आ जमीनक नीचाँक स्तरकें ऋणात्मक संख्यासँ चिह्नित कयल जाइत अछि। ई संख्या इंगित करैत अछि जे ई जमीनी स्तरसँ कतेक मीटर ऊपर वा नीचा अछि।

खदानमे, ठीक जेना मज़ाक भवनमे: आरंभिक स्तर + गति = लक्ष्य स्तर

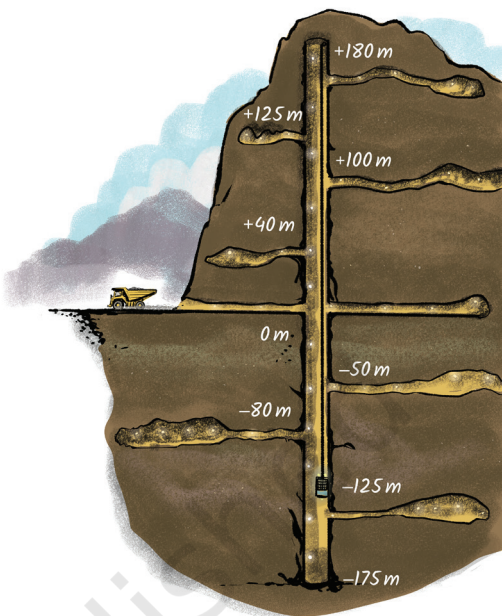
उदाहरणक लेल

$$(+40) + (+60) = +100 \quad (-90) + (-55) = -$$

145

लक्ष्य स्तर - प्रारम्भ स्तर = गतिक आवश्यकता उदाहरणक लेल,

$$(+40) - (-50) = +90 \quad (-90) - (+40) = -130$$



ओतए कतेक ऋणात्मक संख्या अछि?

बेलाक मनोरञ्जन घरमे माल छओ तल ऊपर आ पाँच तल नीचा छल। ओ संख्या अछि -5 सँ $+6$ । उपरोक्त खदानमे, हमरा लग संख्या अछि -200 सँ $+180$ । मुदा हम पैघ भवन या माइनशाफ्टक कल्पना कए सकैत छी। जहिना धनात्मक संख्या $+1, +2, +3, \dots$ बिना कोनो अंत के बढ़ैत रहू, तहिना ऋणात्मक संख्या $-1, -2, -3, \dots$ नीचा चलैत रहू। धनात्मक आ ऋणात्मक संख्या, शून्यक सङ्ग, पूर्णांक कहल जाइत अछि। ई $0: \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ सँ दुनू तरफ जाइत अछि।

आउ, ज्ञात करी

ई एक्सप्रेसन के पूरा करू

- | | |
|--|--|
| a. $(+40) + \underline{\hspace{2cm}} = +200$ | b. $(+40) + \underline{\hspace{2cm}} = -200$ |
| c. $(-50) + \underline{\hspace{2cm}} = +200$ | d. $(-50) + \underline{\hspace{2cm}} = -200$ |
| e. $(-200) - (-40) = \underline{\hspace{2cm}}$ | f. $(+200) - (+40) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| g. $(-200) - (+40) = \underline{\hspace{2cm}}$ | |

माइनशाफ्ट मे गतिविधि के बारे मे सोचि के अपन जवाब के जाँच करू।

संख्याकेँ जोड़ब, घटाएब, आओर तुलना करब

आओर पैघ पूर्णांककेँ जोड़बाक आ घटाबय लेल, हम आओर पैघ लिफ्टक कल्पना कऽ सकैत छी! वास्तवमे, हम एकटा एहन लिफ्टक कल्पना कऽ सकैत छी जे स्तर 0 सँ शुरू भऽ कऽ हमेशा लेल ऊपर आ हमेशा लेल नीचा दिस पसरि सकैत अछि। चारू कात कोनो भवन अथवा हमर सेहो नहि हेबाक चाही - बस एकटा 'अनंत लिफ्ट'!

हम एहि कल्पनाक उपयोग अपन पसिन्न पूर्णांककेँ जोड़बाक आ घटाबय लेल कऽ सकैत छी।

उदाहरणक लेल, मानि लिअ जे हम घटाव $+2000 - (-200)$ पूरा करय चाहैत छी। हम एकटा लिफ्टक कल्पना कऽ सकैत छी जकर स्तर जमीनसँ 2000 ऊपर आ जमीनसँ 200 नीचा होयत। अथवा दू करू कि,

लक्ष्य स्तर - प्रारम्भ स्तर = गति जरूरी

आरंभिक तल - 200 सँ लक्ष्य तल + 2000 तक जाय लेल हमरा $+2200$ (+ 200 शून्य पर पहुँचबाक लेल, आ फेर + 2200 तक पहुँचबाक लेल + 2000 आओर दबाबय पड़त)। अतः $(+2000) - (-200) = +2200$ ।

ध्यान दियौ जे $(+2000) + (+200)$ सेहो + 2200 अछि।

एहिना लिफ्ट बनाकए वा कल्पना कए कऽ निम्न पदकेँ ज्ञात करबाक प्रयास करी:

- | | |
|-------------------|----------------------|
| a. $-125 + (-30)$ | b. $+105 - (-55)$ |
| c. $+105 + (+55)$ | d. $+80 - (-150)$ |
| e. $+80 + (+150)$ | f. $-99 - (-200)$ |
| g. $-99 + (+200)$ | h. $+1500 - (-1500)$ |

उपरोक्त उदाहरणमे, हम देखलहुँ जे $+ 2000 - (- 200) = + 2000 + (+ 200)$

$= + 2200$ । दोसर शब्दमे, ऋणात्मक संख्याकेँ घटाब तदनुरूपी धनात्मक संख्याकेँ जोड़बाक समान अछि । अर्थात्, हम ऋणात्मक संख्याक घटावकेँ धनात्मक संख्याकेँ जोड़ि प्रतिस्थापित कऽ सकैत छी !

☀ पछिला अभ्यासमे जे केने रही ताहिमे की अहाँ देखलहुँ जे ऋणात्मक संख्या घटायब ओहिना छल आ सम्बन्धित सकारात्मक संख्या जोड़ब उपरोक्त 'अनन्त लिफ्ट' पर एक नजरि दियौ । की ई अहाँकेँ संख्या पंक्ति मोन पाड़ैत अछि ? कोना ?

गणित
चर्चा

संख्या पंक्ति पर वापस जाउ

जे 'अनन्त लिफ्ट' हम ऊपर देखलहुँ ओ बहुत बेसी संख्या रेखा जकाँ देखाइत छल, नहि ? वास्तवमे, जँ हम एकरा 90° सँ घुमाबैत छी तँ ई मूल रूपसँ एकटा संख्या रेखा बनि जाइत अछि । अध्यायक आरम्भमे जे प्रश्न हम पूछने छलहुँ ओकर उत्तर दैत ई हमरा इहो बतबैत अछि जे संख्या किरणकेँ संख्या रेखामे कोना पूरा कयल जाय । 0 केर बामा तरफ ऋणात्मक संख्या अछि $- 1, - 2, - 3,$

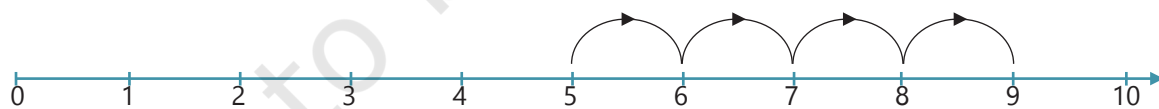
सामान्यतः हम धनात्मक संख्यासभ पर '+' चिह्न छोड़ैत छी आ बस ओकरा 1, 2, 3,



लिफ्टक उपयोग करैत संख्या लाइनक सङ्ग अथवा ला करबाक बदला हम ओहि पर चलबाक कल्पना कऽ सकैत छी । दहिना दिस धनात्मक (आगाँ) दिशा अछि, आ बाम दिस ऋणात्मक (पाछाँ) दिशा अछि ।

छोट संख्या आब पैघ संख्याक बाम दिस अछि आ पैघ संख्या छोट संख्याक दहिना दिस अछि । तँ $0, 2 < 5;$
 $- 3 < 2;$ आ $- 5 < - 3.$

☀ जँ अहाँ संख्या रेखा पर चिह्नित 5 पर ठाढ़ छी आ ओतए अहाँ 9 पर पहुँचए चाहैत छी, एकरा लेल अहाँकेँ संख्या रेखा पर कतेक कदम चलए पड़त ?



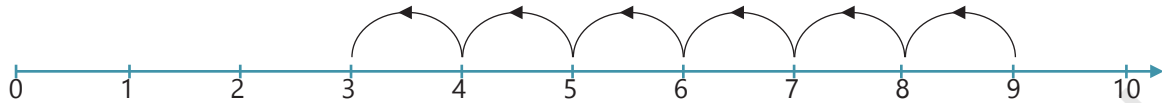
अहाँ के जरूर 4 कदम के अथवा ला करए के चाही। एहि लेल $5 + 4 = 9$ ।

(अथवा द राखू : प्रारम्भ संख्या + चाल = लक्ष्य संख्या)

तदनुरूपी घटाव कथन $9 - 5 = 4$ अछि।

(याद राखू : लक्ष्य संख्या - प्रारंभिक संख्या = आंदोलन आवश्यक)

☀ आब, जँ अहाँ 9 सँ 3 पर जाए चाहैत छी, त अहाँकेँ संख्या रेखा पर कतेक कदम चलए पड़त?



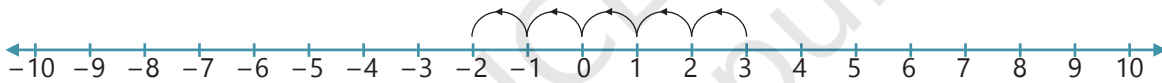
अहाँ के 6 कदम पाछू बढ़बाक चाही, अर्थात, अहाँ के जरूर -6 मे बढ़बाक चाही। अतः हम $9 + (-6) = 3$ लिखैत छी।

(पुनः याद राखू : प्रारंभ संख्या + गति = लक्ष्य संख्या)

तदनुरूपी घटाव कथन $3 - 9 = -6$ अछि।

(पुनः मोन राखू : लक्ष्य संख्या - प्रारंभिक संख्या = आंदोलन आवश्यक)

☀ आब अहाँ 3 सँ जदि -2 पर जाए चाहैत छी त अहाँकेँ कतेक कदम चलए पड़त?



अहाँ के जरूर अथवा ला करए पड़त -5 कदम अर्थात 5 कदम पाछू। एहि तरहँ, $3 + (-5) = -2$ । तदनुरूपी घटाव कथन अछि: $-2 - 3 = -5$ ।

☀ आउ, ज्ञात करी



1. उपरोक्त संख्या रेखा पर 3 धनात्मक संख्या आ 3 ऋणात्मक संख्याकेँ चिह्नित करू।

2. निच्चाँ देल गेल बॉक्समे उपरोक्त 3 ऋणात्मक चिह्नित संख्याकेँ लिखू:

3. की $2 > -3$ अछि? कियै? अछि $-2 < 3$?

4. हल करू a. $-5 + 0$

b. $7 + (-7)$

c. $-10 + 20$

d. $10 - 20$

e. $7 - (-7)$

f. $-8 - (-10)$?

जोड़बाक आ घटावक लेल बिना अङ्कित कएल गेल संख्या रेखाक प्रयोग

जहिना अहाँ उपरोक्त संख्या रेखाक उपयोग करैत छोट संख्याक सङ्ग जोड़, घटाव आ तुलना कऽ सकैत छी, तहिना अहाँ एकरा 'अनंत संख्या रेखा'क कल्पना कऽ अथवा 'अचिह्नित संख्या रेखा' रेखा' केँ निम्नानुसार खींचि पैघ संख्याक सङ्ग सेहो कऽ सकैत छी:



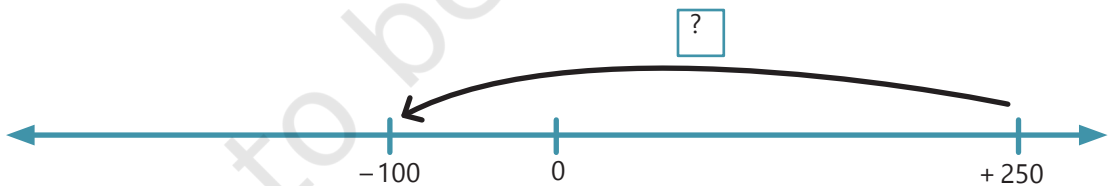
ई पंक्ति केवल शून्य क' स्थिति देखाबैत अछि. आन संख्या चिह्नित नहि अछि. पूर्णांककेँ जोड़ब आ घटाव लेल एहि अचिह्नित संख्या रेखाक उपयोग करब सुविधाजनक भऽ सकैत अछि। अहाँ संख्या रेखाक मापक आ ओहि पर संख्याक स्थिति देखा सकैत छी अथवा कल्पना कऽ सकैत छी।

उदाहरणक लेल, ई अचिह्नित संख्या रेखा (UNL) जोड़ समस्या देखाबैत अछि: $85 + (-60) = ?$



तखन हम कल्पना कए सकैत छी जे $85 + (-60) = 25$

निम्नलिखित UNL एकटा घटाव समस्या देखाबैत अछि जकरा गुम परिशिष्ट समस्याक रूपमे सेहो लिखल जाए सकैत अछि: $(-100) - (+250) = ?$ अथवा $250 + ? = -100$ ।



तखन हम ओकर कल्पना कए सकैत छी? एहि समस्या मे $= -350$ ।

एहि तरहँ अहाँ धनात्मक आ ऋणात्मक संख्याक सङ्ग, कागज पर वा अपन माथमे अचिह्नित संख्या रेखाक उपयोग करैत जोड़ आ घटावक समस्याकेँ पूरा कऽ सकैत छी।

☀ अचिह्नित संख्या रेखा केर उपयोग कए कऽ निम्न पदकेँ पूर्ण करू:

- $-125 + (-30) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $+105 - (-55) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $+80 - (-150) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $-99 - (-200) = \underline{\hspace{2cm}}$

घटावकेँ जोड़ आओर जोड़केँ घटावमे बदलू

याद करू लक्षित तल - प्रारम्भिक तल = आवश्यक गति

वा

लक्षित तल = प्रारम्भिक तल + आवश्यक गति

जँ हमसभ 2 सँ शुरू करी आ -3 पर पहुँचए चाहैत छी, त हमरासभकेँ कोन गतिक आवश्यकता हएत?

पहिल विधि: संख्या रेखाकेँ देखैत हम देखैत छी जे हमरा -5 (अर्थात, 5 पाछाँ दिशामे) बढ़बाक आवश्यकता अछि। अतः $-3 - 2 = -5$ । आवश्यक गति -5 अछि।

दोसर विधि: 2 सँ -3 धरि अथवा यात्रा केँ दू भागमे विभाजित करू।

- 2 सँ 0 धरि, गति $0 - 2 = -2$ अछि।
- 0 सँ -3 धरि, गति अछि $-3 - 0 = -3$ ।

कुल गति दुनू गतिक योग अछि: $-3 + (-2) = -5$ ।

दूटा रंगीन भाव के देखू। दोसर मे कोनो घटाव नहि अछि!

एहि तरहँ हम हरदम घटावकेँ जोड़मे बदलि सकैत छी। जे संख्या घटायल जा रहल अछि ओकरा ओकर प्रतिलोम सँ प्रतिस्थापित कएल जा सकैत अछि आओर फेर एकर बदला जोड़ल जा सकैत अछि।

तहिना जे संख्या जोड़ल जा रहल अछि ओकरा ओकर प्रतिलोम सँ प्रतिस्थापित कयल जा सकैत अछि आ फेर घटायल जा सकैत अछि। एहि तरहँ हम जोड़केँ घटावमे सेहो बदलि सकैत छी।

उदाहरण:

- $(+7) - (+5) = (+7) + (-5)$
- $(-3) - (+8) = (-3) + (-8)$
- $(+8) - (-2) = (+8) + (+2)$
- $(+6) - (-9) = (+6) + (+9)$

10.2 टोकन मॉडल

जोड़बाक लेल टोकनक प्रयोग कए रहल अछि

बेलाक मनोरञ्जन घरमे लिफ्ट अटेंडेंट ऊब गेल छथि। अपन मनोरंजन करबाक लेल ओ एकटा बक्सा रखैत छथि जाहिमे बहुत रास सकारात्मक (लाल) आ नकारात्मक (करिअथवा) टोकन रहैत अछि। हर बेर जखन ओ '+' बटन दबाबैत छथि तखन ओ बक्सासँ एकटा सकारात्मक टोकन लऽ कऽ अपन जेबमे राखि दैत छथि। तहिना प्रत्येक बेर जखन ओ '-' बटन दबाबैत छथि तखन ओ नकारात्मक टोकन लऽ कऽ अपन जेबमे राखि दैत छथि।

ओ खाली जेबसँ भूतल (तल 0) सँ शुरू करैत छथि। एक घंटाक बाद ओ अपन जेब जाँचैत छथि आ 5टा पॉजिटिव आ 3टा नेगेटिव टोकन पबैत छथि। ओ एखन कोन तल पर छथि?

ओ '+' केँ पाँच बेर आ '-' 3 बेर आ $(+5) + (-3) = +2$ दबा चुकल हेताह।

तेँ ओ आब तल + 2 पर छथि।

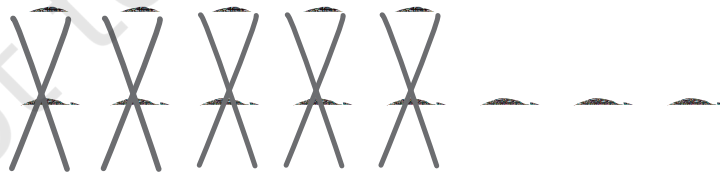
गणना करबाक एकटा आओर तरीका एतय अछि।



एकटा धनात्मक टोकन आओर ऋणात्मक टोकन एक-दोसरकेँ रद्द करैत अछि, किएक तेँ टोकनक एहि जोड़ाक मूल्य एक संग शून्य अछि। हुनक जेबमे एहि दूनों टोकनक अर्थ छल जे ओ क्रमशः एक बेर '+' आ '-' एक बेर दबा देलनि आ ई एक दोसरकेँ रद्द कऽ दैत अछि। हम कहैत छी जे एकटा धनात्मक आ ऋणात्मक टोकन एकटा zero युग्म बनबैत अछि। जखन अहाँ सभटा शून्य जोड़ाकेँ हटा दैत छी तखन अहाँक लग दूटा धनात्मक टोकन बचल रहैत अछि, तेँ $(+5) + (-3) = +2$.

हम टोकनक उपयोग करैत एहन कोनो जोड़ कए सकैत छी!

उदाहरण: जोड़ू + 5 आओर -8.



चिलसँ हम देखैत छी जे हम पाँच शून्य जोड़ा हटा सकैत छी, आ तखन हमरासभ लग -3 बचल अछि। अतः
 $(+5) + (-8) = -3$

 आउ, ज्ञात करी

1. टोकनक प्रयोग सँ जोड़ पूरा करू।

a. $(+6) + (+4)$

b. $(-3) + (-2)$

c. $(+5) + (-7)$

d. $(-2) + (+6)$

2. टोकन केर निम्न दुइ सेट मे शून्य जोड़ा केँ रद्द करू। प्रत्येक मामलामे लिफ्ट अटेंडेंट कोन तल पर रहैत छथि? प्रत्येक मामलामे तदनुरूपी जोड़ कथन की अछि?

a.



b.



घटाबक लेल टोकनक प्रयोग कए रहल अछि

हम देखलहुँ जे धनात्मक टोकन आ ऋणात्मक टोकनक सङ्ग पूर्णांकक जोड़ केना कयल जाय। हम टोकनक उपयोग करैत घटाव सेहो कए सकैत छी।

उदाहरण: आउ घटबैत छी:

$(+5) - (+4)$.

इ करब आसान अछि। 5 सकारात्मकसँ परिणाम देखबाक लेल 4 टा सकारात्मककेँ दूर लऽ जाइत अछि।



$(+5) - (+4) = +1$

उदाहरण: आउ घटाउ:

$(-7) - (-5)$.

की $(-7) - (-5) = (-7) + (+5)$ के समान अछि?



$(-7) - (-5) = -2$

उदाहरण: आउ घटबैत छी: $(+5) - (+6)$.

5 पॉजिटिव के नीचा राखु।

मुदा 6 पॉजिटिव निकालबाक लेल पर्याप्त टोकन नहि अछि।



एहि समस्याकें दूर करबाक लेल, हम एकटा अतिरिक्त शून्य जोड़ी (एकटा धनात्मक आ ऋणात्मक) राखि सकैत छी, ई जनैत जे ई टोकनक समूहक मूल्यकें नहि बदलैत अछि।

आब, हमसभ 6 धनात्मक ल सकैत छी! देखू की शेष बचल अछि:



हम निष्कर्ष निकालैत छी जे $(+5) - (+6) = -1$ ।

आउ, ज्ञात करी

- टोकन केर उपयोग कए कऽ निम्न अन्तरक मूल्याङ्कन करू। इहो जाँचू कि अहाँकें वएह परिणाम भेटए अछि जे आब अहाँ आन तरीकासँ जानैत छी। घटावकें पूरा करू:

a. $(+10) - (+7)$

ख. $(-8) - (-4)$

c. $(-9) - (-4)$

घ. $(+9) - (+12)$

ङ. $(-5) - (-7)$

च. $(-2) - (-6)$

- घटाव पूरा करू:

a. $(-5) - (-7)$

b. $(+10) - (+13)$

c. $(-7) - (-9)$

घ. $(+3) - (+8)$

ङ. $(-2) - (-7)$

f. $(+3) - (+15)$

उदाहरण: $+4 - (-6)$.

4 धनात्मक केर सङ्ग शुरू करू

हमरा एहि मे सं 6 नेगेटिव निकालए पड़त। मुदा पर्याप्त नकारात्मक नहि अछि।

ई कोनो समस्या नहि अछि। हम किछु शून्य जोड़ा जोड़ैत छी किएक ई टोकन समूहक मूल्य नहि बदलैत अछि।

मुदा कतेक शून्य जोड़ा? हमरा 6 नकारात्मककें हटाबए पड़त तँ हम 6 शून्य जोड़कें नीचा राखि देब:



आब, 6 ऋणात्मक ल लैत छी:



अतह $+4 - (-6) = +10$ ।

☀ आउ, ज्ञात करी

- घटाब क' कोसिस करू: $-3 - (+5)$.
कतेक शून्य जोड़ा अहाँ के लगाबए पड़त? परिणाम की अछि?
- टोकनक प्रयोगसँ निम्नलिखित मूल्यांकन करू।

a. $a.(-3) - (+10)$	b. $(+8) - (-7)$	c. $(-5) - (+9)$
d. $(-9) - (+10)$	e. $(+6) - (-4)$	च. $(-2) - (+7)$

10.3 आन स्थानसभ पर पूर्णाङ्क

जमा-निकासी

मानू जे अहाँ अपन स्थानीय बैंकमे ओहि 100 रुपैअथवा सँ बैंक खाता खोलैत छी जे अहाँ पछिला महीनासँ बचत कऽ रहल छलहुँ। अतः अहाँक बैंक बैलेस 100 रुपैअथवा सँ शुरू होइत अछि।

तखन अगिला दिन अहाँ अपन नोकरी पर 60 रुपअथवा बना लैत छी आ अहाँ ओकरा अपन खातामे जमा कऽ दैत छी। एकरा अहाँक बैंक खातामे 'क्रेडिट'क रूपमे देखाओल गेल अछि।

☀ अहाँक बैङ्कमे जमा शेष राशि _____ अछि।

अगिला दिन अहाँ अपन बैंक खाताक उपयोग करैत अपन 30 रुपैअथवा क इलेक्ट्रिक बिलक भुगतान करैत छी। एकरा अहाँक बैंक खातामे 'डेबिट'क रूपमे देखाओल गेल अछि।

☀ आब, अहाँक बैङ्कमे जमा शेष राशि _____ अछि।

अगिला दिन अहाँ अपन व्यवसायक लेल ₹150 केर एकटा पैघ खरीदारी करए पड़ैत। फेर एकरा डेबिट केर रूपमे देखाओल गेल अछि?

☀ अहाँक बैङ्कमे जमा शेष राशि की अछि? _____

की ई संभव अछि?

हँ, किछु बैंक अहाँक खाताक शेष राशि अस्थायी रूपसँ नकारात्मक होयबाक अनुमति दैत अछि! किछु बैंक अहाँसँ अतिरिक्त राशि सेहो लैत अछि यदि अहाँक शेष राशि नकारात्मक भऽ जाइत अछि, 'ब्याज' वा 'शुल्क'क रूपमे।

पछिला दिन अहाँक रणनीतिक पैघ खरीद अहाँक अगिला दिन अपन व्यवसायमे 200 रुपैअथवा देबाक अनुमति दैत अछि।

☀ आब अहाँक बैङ्कमे जमा शेष राशि की अछि? _____

अहाँ 'क्रेडिट'कें धनात्मक संख्याक रूपमे आ 'डेबिट'कें ऋणात्मक संख्याक रूपमे सोचि सकैत छी। अहाँक सभटा क्रेडिट (धनात्मक संख्या) आ डेबिट (ऋणात्मक संख्या) के कुल अहाँक कुल बैंक खाता शेष राशि अछि। ई सकारात्मक अथवा नकारात्मक भए सकैत अछि!

सामान्यतः अपन बैंक खातामे सकारात्मक शेष राशि रखबाक प्रअथवा स करब नीक अछि!

☀ आउ, ज्ञात करी

1. मानू जे अहाँ अपन बैंक खातामे '0 सँ शुरू करैत छी, आ तखन अहाँक पास '30, '40, आ '50, आ '60 के क्रेडिट आ '40, '50, आ '60 के डेबिट अछि। एखन अहाँक बैंक खाताक बैलेंस कतेक अछि?
2. मानू जे अहाँ अपन बैंक खातामे '0 सँ शुरू करैत छी, आ तखन अहाँक लग '1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, आ 128 के डेबिट अछि, आ तखन एकल क्रेडिट '256. एखन अहाँक बैंक खाताक बैलेंस कतेक अछि?
3. सामान्यतः अपन बैंक खातामे सकारात्मक बैलेंस रखबाक प्रअथवा स करब किएक नीक होइत अछि? कोन परिस्थिति अछि जाहिमे अस्थायी रूपसँ नकारात्मक सन्तुलन राखब सार्थक भऽ सकैत अछि?

जेना कि अहाँ देख सकैत छी जे बैंकिंग आ लेखांकनक दुनिअथवा मे शून्यक सङ्ग धनात्मक आ ऋणात्मक संख्या अत्यन्त उपयोगी अछि।

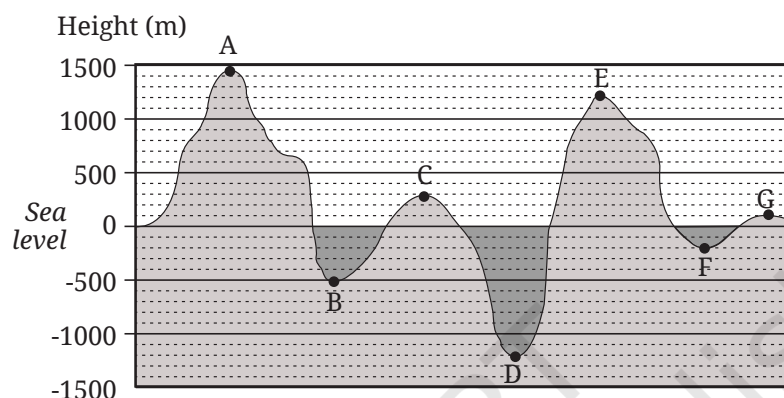
भौगोलिक क्रॉस सेक्शन

हम 'समुद्र तल' सँ पहाड़, पठार आ रेगिस्तान सन भौगोलिक विशेषताक ऊँचाई नापैत छी। समुद्र तल पर ऊँचाई 0 मीटर अछि। समुद्र तलसँ ऊँचाईकें धनात्मक संख्याक उपयोगसँ प्रदर्शित कयल जाइत अछि आ समुद्र तलसँ नीचाँ ऊँचाईकें ऋणात्मक संख्याक उपयोगसँ प्रदर्शित कयल जाइत अछि।

आउ, ज्ञात करी

1. भौगोलिक प्रतिच्छेदकें देखैत ओकर सम्बन्धित ऊँचाइसभ लिखू:

- a. b. c. d.
e. f. g.



अध्यापक केर टिप्पणी

एहि पृष्ठ पर चिख देखा कए बच्चासभसँ अहाँ पूछू जे भौगोलिक क्रॉस सेक्शन की होइत अछि । ई पृथ्वी पर कोनो स्थान पर निकालल गेल ऊर्ध्वाधर टुकड़ीक कल्पना करब जकाँ अछि । एक दिस देखला पर ई अहिने देखाएत । भूगोलमे ऊँचाइ आ गहराई केर मापक लेल 'समुद्र तल' केर अवधारणा पर चर्चा करू ।

- एहि भौगोलिक क्रॉस सेक्शनमे सबसँ ऊँच बिन्दु कोन अछि? सभसँ निचला बिन्दु कोन अछि?
- की अहाँ बिंदु A, B, ..., G केँ ऊँचाईक घटैत क्रमक क्रममे लिखि सकैत छी? की अहाँ बिन्दुसभकेँ ऊँचाइक बढ़ैत क्रमक क्रममे लिखि सकैत छी?
- पृथ्वी पर समुद्र तल सं सबसँ ऊँच बिंदु की अछि? एकर ऊँचाई की अछि?
- जमीन पर अथवा समुद्र तल पर समुद्र के स्तर के संबंध मे सबसँ निचला बिंदु की अछि? एकर ऊँचाई की अछि? (ई ऊँचाई नकारात्मक होएबा चाही).

तापमान

गर्मीक समयमे अहाँ समाचारमे सुनने होयत जे 'गर्मीक लहर' होइत अछि। अहाँ के लगैत अछि जे गर्मीमे जखन अहाँ बहुत गर्म अनुभव करैत छी तखन तापमान की होयत? जाड़मे हमरा सभक तापमान ठंढा अथवा ठंढा होइत अछि।

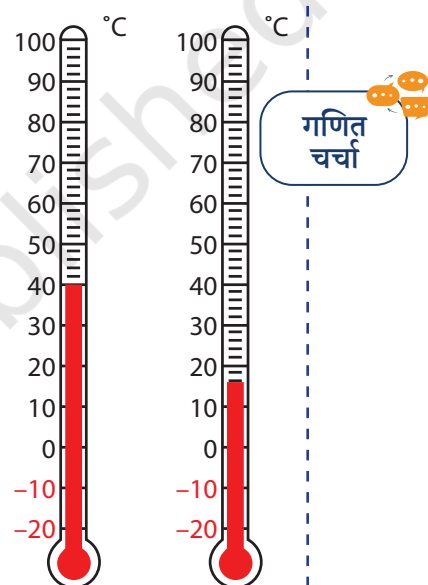
अहाँक क्षेत्रमे पछिला साल गर्मीक दौरान अधिकतम तापमान आ जाड़क अवधिमे न्यूनतम तापमान कतेक रहल अछि? पता लगाउ।

जखन हम तापमानकें नापैत छी तखन हम सेल्सियसक उपयोग मापक इकाई (डिग्री सेल्सियस)क रूपमे करैत छी। नीचाँ थर्मामीटर 40 डिग्री सेल्सियस आ 15 डिग्री सेल्सियस तापमान देखबैत अछि।

आउ, ज्ञात करी

1. की अहाँकें बुझल अछि जे भारत मे किछ एहन जगह अछि जतय तापमान 0°C सं नीचा जा सकैत अछि? भारत के ओ जगह के पता करू जतय तापमान कखनो काल 0°C सं नीचा भ जाइत अछि। एहि ठामक बीच की आम अछि? ओतय ठंढा कि एक भ' जाइत छैक आ आन ठाम नहि?
2. लद्दाखक लेहमे जाड़मे बड्ड ठंढा पड़ि जाइत अछि। नवम्बरमे एक दिन लेहमे दिन आ रातक अलग-अलग समयमे लेल गेल तापमानक रीडिंगक एकटा सारणी निम्नलिखित अछि। दिन आ रातक उचित समयक संग तापमानक मिलान करू।

तापमान	समय
14°C	02:00 पूर्वाह्न
8°C	11:00 साँझ
-2°C	02:00 अपराह्न
-4°C	11:00 पूर्वाह्न



अध्यापक केर टिप्पणी

थर्मामीटरक विषयमे बात करू आ तापमानकेँ नापबाक लेल ओकर उपयोग कोना कयल जाइत अछि। कक्षामे एकटा प्रयोगशाला थर्मामीटर आनू आ गर्म पानि आ ठंढा पानिक तापमान नापू। बच्चासभकेँ बताउ जे थर्मामीटरमे 0°C सँ नीचा निशान अछि। 0°C की सङ्केत दैत अछि, अर्थात् पानिक हिमांक पर चर्चा करू।

10.4 पूर्णाङ्कक सङ्ग अन्वेषण

एकटा रिक्त पूर्णाङ्क ग्रीड

4	-1	-3
-3		1
-1	-1	2

5	-3	-5
0		-5
-8	-2	7

एहि दूनों ग्रीडमे संख्याक विषयमे किछु विशेष अछि। आउ हम देखैत छी जे ओ की अछि।

उपरी पंक्ति:	$4 + (-1) + (-3) = 0$	$5 + (-3) + (-5) =$
नीचा पंक्ति:	$(-(-1) + (-1) + 2 = 0$	$(-8) + (-2) + 7 = \underline{\hspace{1cm}}$
बामा कालम:	$4 + (-3) + (-1) = 0$	$5 + 0 + (-8) = \underline{\hspace{1cm}}$
दहिना कालम:	$(-(-3) + 1 + 2 = 0$	$(-5) + (-5) + 7 = \underline{\hspace{1cm}}$

प्रत्येक ग्रीडमे, दुनू पंक्तिमे सँ प्रत्येक पंक्ति (ऊपर पंक्ति आओर नीचा पंक्ति) मे संख्या आओर दुनू कॉलममे सँ प्रत्येक (बामाँ कॉलम आओर दहिना कॉलम) मे संख्या समान संख्या देबाक लेल जोड़ैत अछि। हम एहि राशिकेँ 'सीमा योग' कहब। पहिल ग्रीड क' किनार योग '0' अछि।

आउ, ज्ञात करी

- ऊपर देल गेल दोसर ग्रीड क' लेल गणना करू आओर बॉर्डर योग ढूँढू।

2. आवश्यक किनार योग बनाबै क 'लेल ग्रिड केँ पूरा करू:

-10		
		-5
9		

किनारक योग +4 अछि।

6	8	
		-5
	-2	

किनारीक योग -2 अछि।

7		
		-5

किनारिक योग -4 अछि।

- उपरोक्त अन्तिम ग्रिडमे -4 सीमा योग प्राप्त करबाक लेल ेक सँ अधिक तरीका बताउ।
- आन कोन ग्रिड केँ कतेक तरीकासँ भरल जा सकैत अछि? एकर की कारण भए सकैत अछि?
- एकटा बॉर्डर पूर्णांक वर्ग पहेली बनाउ आओर अपन सहपाठी केँ चुनौती दिअ'.

संख्याक एकटा अद्भुत ग्रिड!

नीचा एकटा ग्रिड अछि जकरामे किछु संख्या अछि. जहिना देखाओल गेल अछि ओकर पालन करू जाबत धरि कोनो संख्या नहि बचल अछि।

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

कोनो संख्याकेँ वृत्त लगाउ

चुनल गेल संख्या क' पंक्ति आओर कालम चलाबू

कोनो अनस्ट्रक संख्याकेँ वृत्त करू

जखन आओर अनस्ट्राक संख्या नहि होइ तखन रुकि जाउ। वृत्ताकार संख्या जोड़ू।

नीचाँ देल गेल उदाहरण मे गोल संख्या अछि - 1, 9, -7, -2. जँ अहाँ ओकरा जोड़ब तँ अहाँकेँ -1 भेटत।

3	4	0	9
-2	1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

आउ, ज्ञात करी

1. फिनु सँ कोसिस करू, एहि बेर भिन्न संख्या चुनू. अहाँके कोन राशि भेटल? की ई पहिल बेर सं अलग छल? किछु बेर आउर कोसिस करू!
2. निच्चाँ देल गेल ग्रिडकेँ सङ्ग्रहि एही तरहक खेल खेलू। की अहाँकेँ उत्तर भेटल?

7	10	13	16
-2	1	4	7
-11	-8	-5	-2
-20	-7	-14	-11

-11	-10	-9	-8
-7	-6	-5	-4
-3	-2	-1	0
1	2	3	4

3. एहि ग्रिडमे की विशेष भ सकैत अछि? कोन संख्यामे चमत्कार अछि वा एकरा व्यवस्थित करबाक तरीकामे चमत्कार अछि वा दुनू अछि? की अहाँ एहन ग्रिड बना सकैत छी?

प्रयास
करू

आउ, ज्ञात करी

1. देल गेल जोड़ाक बीच सभटा पूर्णांककेँ बढ़ैत क्रममे लिखू।
 - a. 0 आओर - 7
 - b. - 4 आ 4
 - c. - 8 आओर - 15
 - घ. - 30 आओर - 23
2. तीनटा संख्या एहन दियौ जे ओकर योग - 8 हो।
3. दूटा पासा अछि जकर मुँह पर ई संख्या अछि: - 1, 2, - 3, 4, - 5, 6। एहि पासाकेँ घुमाबय पर सबसँ छोट संभव योग अछि - 10
 $= (-5) + (-5)$ आ सबसँ पैघ संभव योग $12 = (6) + (6)$ अछि। (-10) आ $(+12)$ के बीचक किछु संख्या एहि दूनू पासा पर संख्या जोड़ि कए प्राप्त करब संभव नहि अछि। ओ संख्यासभ ताकू।
4. एकरा हल करू:

$8 - 13$	$(-8) - (13)$	$(-13) - (-8)$	$(-13) + (-8)$
$8 + (-13)$	$(-8) - (-13)$	$(13) - 8$	$13 - (-8)$

5. निच्चाँ देल गेल साल ज्ञात करू:
 - a. वर्तमान वर्ष सँ, ई 150 साल पहिने कोन वर्ष छल? _____
 - b. वर्तमान वर्ष सँ ई 2200 साल पहिने कोन वर्ष छल? _____

सङ्केत: अथवा द करू जे कोनो वर्ष 0 नहि छल।

- c. 680 ईसा पूर्व के बाद 320 साल की होयत? _____
6. निम्न अनुक्रम पूरा करू:
- a. $(-40), (-34), (-28), (-22),$
 b. $3, 4, 2, 5, 1, 6, 0, 7,$
 c. _____, _____, $12, 6, 1, (-3), (-6),$ _____, _____, _____
7. एतय छओ पूर्णांक कार्ड अछि: $(+1), (+7), (+18), (-5), (-2), (-9)$
 अहाँ एहिमेसँ कोनो चुन सकैत छी आ जोड़ (सभ) आ घटाव(सभ)क उपयोग करैत व्यंजक बना सकैत छी। एतए एकटा व्यंजक अछि: $(+18) + (+1) - (+7) - (-2)$ जे मान $(+14)$ दैत अछि। आब कार्ड चुनू आ एकटा व्यंजक बनाउ जाहि सँ एकर मूल्य (-30) के करीब हो।
8. दूटा धनात्मक पूर्णांकक योग हरदम धनात्मक होइत अछि मुदा एकटा (धनात्मक पूर्णांक) - (धनात्मक पूर्णांक) धनात्मक अथवा ऋणात्मक भऽ सकैत अछि। कथी मादे
- a. (सकारात्मक) - (नकारात्मक) b. (सकारात्मक) + (नकारात्मक)
 c. (नकारात्मक) + (नकारात्मक) d. (नकारात्मक) - (नकारात्मक)
 e. (नकारात्मक) - (सकारात्मक) f. (नकारात्मक) + (सकारात्मक)
9. एहि लड़ीमे 100 टोकन अछि, जे एकटा विशेष पैटर्नमे व्यवस्थित कएल गेल अछि, एहि लड़ी केर मान की अछि?



10.5 मिसिया भरि इतिहास

सामान्य अंश जकाँ, सामान्य पूर्णांक (शून्य आ ऋणात्मक संख्या सहित) के पहिल बेर हजारो साल पहिने एशिया अथवा मे कल्पना आ उपयोग कयल गेल छल, एहिसे पहिने जे ओ अंततः बेसी आधुनिक समयमे दुनिया अथवा भरिमे पसरि गेल।

ऋणात्मक संख्याक उपयोगक पहिल ज्ञात उदाहरण लेखांकनक सन्दर्भमे भेल छल। चीनक सबसँ महत्वपूर्ण गणितीय कृतिमेसँ एक, गणितीय कला पर नौ अध्याय (जिउझांग सुआंशु) - जे पहिल अथवा दोसर शताब्दी ईस्वी धरि पूरा भऽ गेल छल - लाल आ कारी छड़क उपयोग करैत सकारात्मक आ नकारात्मक संख्याक प्रतिनिधित्व कयल गेल छल, ठीक ओहिना जेना हम लाल आ कारी टोकनक उपयोग करैत ओकर प्रतिनिधित्व करैत छलौं!

प्राचीन कालमे भारतमे सेहो लेखांकनक एकटा मजबूत संस्कृति छल। क्रेडिट आ डेबिटक अवधारणाक विषयमे कौटिल्य अपन अर्थशास्त्र (लगभग 300 ईसा पूर्व) मे व्यापक रूपसँ लिखने छलाह, जाहिमे ई मान्यता सेहो शामिल छल जे खाता शेष ऋणात्मक भऽ सकैत अछि। लेखांकनक संदर्भमे ऋणात्मक संख्याक स्पष्ट उपयोग कतेको प्राचीन भारतीय कृतिमे देखल जाइत अछि, जाहिमे लगभग वर्ष 300 ईस्वीक बख्शाली पाण्डुलिपि सेहो सम्मिलित अछि, जतय संख्याक बाद राखल गेल एकटा विशेष प्रतीकक उपयोग करैत ऋणात्मक संख्या लिखल गेल छल (संख्यासँ पहिने नहि जेना हम आइ करैत छी)।

धनात्मक संख्या, ऋणात्मक संख्या, आ शून्यक पहिल सामान्य उपचार - सब समान रूपसँ वैध संख्याक रूपमे समान स्तरपर जाहि पर जोड़, घटाव, गुणन, आ एतय धरि कि विभाजनक मूल क्रिअथवा कऽ सकैत अछि - ब्रह्मगुप्त द्वारा वर्ष 62८ ईस्वीमे अपन ब्रह्म-स्फुए-सिद्धान्तमे देल गेल छल। ब्रह्मगुप्त सभ संख्यापर संचालनक लेल स्पष्ट आ स्पष्ट नियम देलनि - सकारात्मक, ऋणात्मक, आ शून्य - जे अनिवार्य रूपसँ एहि संख्यासभकेँ बुझबाक आधुनिक तरीका बनौलक जकर उपयोग हम आइयो करैत छी!

धनात्मक संख्या, ऋणात्मक संख्या आ शून्यक जोड़ आ घटावक लेल ब्रह्मगुप्तक किछु प्रमुख नियम नीचा देल गेल अछि:

ब्रह्मगुप्तक जोड़बाक नियम (ब्रह्म-स्फुए-सिद्धान्त 1८.30, 62८ ईस्वी)

1. दूटा धनात्मकक योग धनात्मक अछि (जेना, $2 + 3 = 5$)
2. दूटा ऋणात्मक क' योग ऋणात्मक अछि। दूटा ऋणात्मक जोड़बाक लेल, संख्याकेँ जोड़ू (बिना सङ्केतक के), आ फेर परिणाम प्राप्त करबाक लेल एकटा माइनस चिह्न राखू (जेना, $(-2) + (-3) = -5$)
3. धनात्मक संख्या आ ऋणात्मक संख्या जोड़बाक लेल, पैघ संख्या (चिह्नक बिना) सँ छोट संख्याकेँ (चिह्नक बिना) घटाउ आ परिणाम प्राप्त करबाक लेल पैघ संख्याक चिह्न राखू (जेना, $-5 + 3 = -2$, $2 + (-3) = -1$ आ $-3 + 5 = 2$)
4. संख्या आ ओकर व्युत्क्रमक योग शून्य अछि (जेना, $2 + (-2) = 0$)
5. कोनो संख्या आओर शून्यक योग समान संख्या अछि (जहिना, $-2 + 0 = -2$ आओर $0 + 0 = 0$)

ब्रह्मगुप्तक घटावक नियम (ब्रह्म-स्फुट-सिद्धान्त 1८.31-1८.32)

1. जँ एकटा छोट धनात्मककें पैघ धनात्मकसँ घटा देल जाय तँ परिणाम धनात्मक होइत अछि (जेना, $3 - 2 = 1$).
2. जँ एकटा पैघ धनात्मककें छोट धनात्मकसँ घटा देल जाय तँ परिणाम ऋणात्मक होइत अछि (जेना, $2 - 3 = -1$).
3. ऋणात्मक संख्याकें घटाब तदनु रूपी धनात्मक संख्याकें जोड़बाक समान अछि (जेना, $2 - (-3) = 2 + 3$).
4. कोनो संख्याकें अपने सँ घटाबै सँ शून्य भेटैत अछि (जेना, $2 - 2 = 0$ आ $-2 - (-2) = 0$).
5. कोनो संख्यासँ शून्य घटाबै सँ समान संख्या भेटैत अछि (जेना, $-2 - 0 = -2$ आ $0 - 0 = 0$)
शून्यसँ संख्याकें घटाबै सँ संख्याक प्रतिलोम भेटैत अछि (जेना, $0 - (-2) = 2$).

एक बेर जखन अहाँ ब्रह्मगुप्तक नियम बुझि लैत छी तखन अहाँ कोनो संख्याक सङ्ग जोड़ आ घटाव कऽ सकैत छी - सकारात्मक, ऋणात्मक, आ शून्य!

आउ, ज्ञात करी

1. की अहाँ ब्रह्मगुप्तक प्रत्येक नियमकें बेलाक मनोरञ्जन घरक संदर्भमे वा संख्या रेखाक संदर्भमे व्याख्या कऽ सकैत छी?
2. प्रत्येक नियमक अपन उदाहरण दिअ।

ब्रह्मगुप्त सबसँ पहिने शून्यकें धनात्मक संख्याक सङ्ग-सङ्ग ऋणात्मक संख्याक सङ्ग समान स्तरपर संख्याक रूपमे वर्णित कयलनि, आ एहन सभ संख्या, धनात्मक, ऋणात्मक, आ शून्य पर अङ्कगणितीय संचालन करबाक लेल स्पष्ट नियम देनिहार पहिल व्यक्ति छलाह - जे आब वलय कहल जाइत अछि। ई दुनिअथवा क गणितक तरीका बदलि देत।

मुदा, शेष दुनिअथवा कें शून्य आ ऋणात्मक संख्याकें संख्याक रूपमे अपनयबामे कतेको शताब्दी लागल। 13म शताब्दी धरि यूरोप जयबासँ पहिने अरब दुनिअथवा द्वारा एहि संख्यासभकें प्रसारित कयल गेल, स्वीकार कयल गेल आ आगू अध्ययन कयल गेल।

आश्चर्यजनक रूपसँ 1८म शताब्दीमे सेहो बहुत रास यूरोपीय गणितज्ञ द्वारा नकारात्मक संख्याकेँ एखनो स्वीकार नहि कयल गेल छल। 1८म शताब्दीमे फ्रांसीसी गणितज्ञ लाजारे कानोट ऋणात्मक संख्याकेँ ‘बेतुका’ कहलनि। मुदा समयक सङ्ग, वैश्विक गणित आ विज्ञानमे शून्यक सङ्ग-सङ्ग ऋणात्मक संख्या अपरिहार्य साबित भेल, आ आब एकरा सकारात्मक संख्याक समान स्तर पर आ ओतेक महत्वपूर्ण मानल जाइत अछि - जेना ब्रह्मगुप्त वर्ष 62८ ईस्वीमे सिफारिश आ स्पष्ट रूपसँ वर्णित कयने छलाह! सभ संख्यापर अङ्कगणितीय नियमक ई अमूर्तता बीजगणितक आधुनिक विकासक मार्ग प्रशस्त कयलक, जकर विषयमे हम भविष्यक कक्षासभमे सीखब।

सारांश

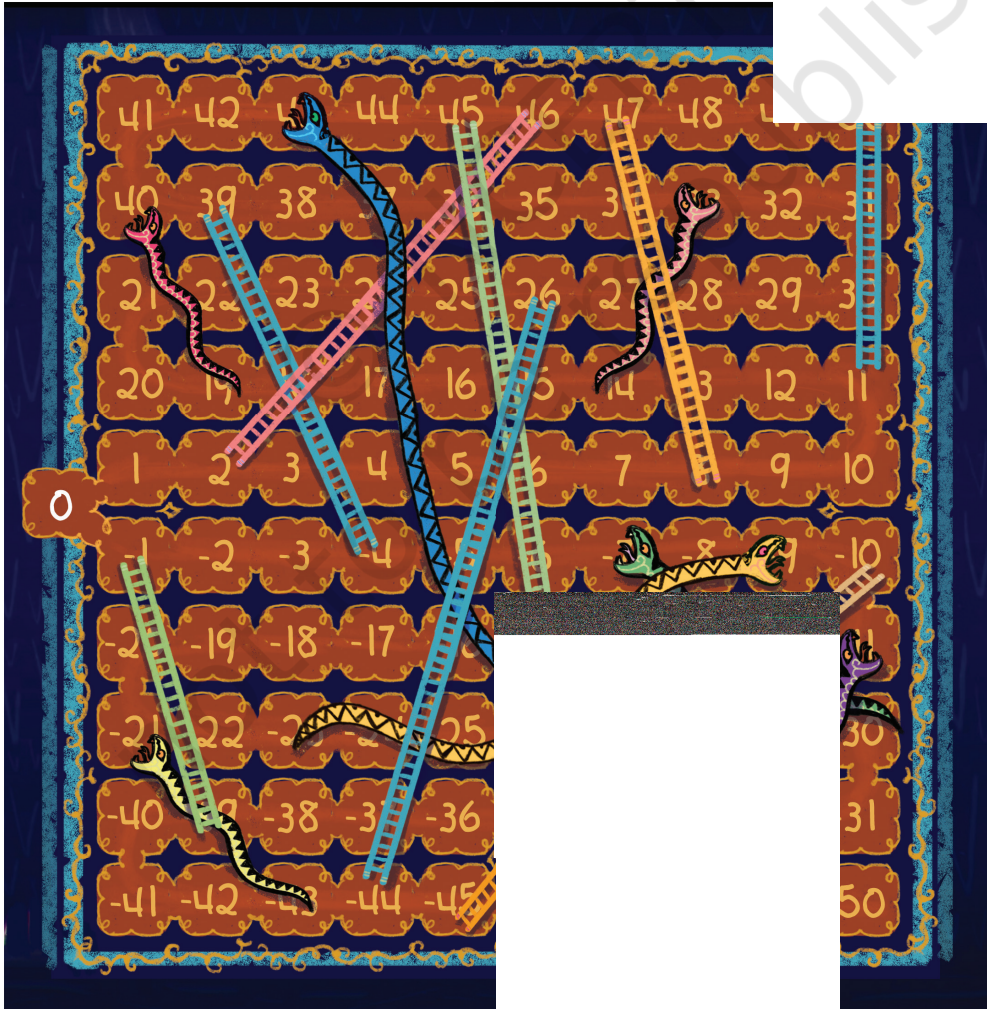
- एहन संख्या अछि जे शून्य सँ कम अछि। एकरा सामने ‘-’ चिह्नक संग लिखल जाइत अछि (जेना, - 2), आ एकरा ऋणात्मक संख्या कहल जाइत अछि। ई संख्या रेखा पर शून्यक बामाँ पड़ैत अछि।
- संख्या ..., - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, ... पूर्णांक कहल जाइत अछि। संख्या 1, 2, 3, 4, ... धनात्मक पूर्णांक कहल जाइत अछि आ संख्या ..., - 4, - 3, - 2, - 1 केँ ऋणात्मक पूर्णांक कहल जाइत अछि। शून्य (0) न त धनात्मक अछि आ न ऋणात्मक।
- प्रत्येक देल गेल संख्यामे एकटा आओर संख्या जुड़ल रहैत अछि जकरा देल गेल संख्यामे जोड़ला पर शून्य भेटैत अछि। एकरा संख्याक योजक प्रतिलोम कहल जाइत अछि। उदाहरणक लेल, 7 के योजक प्रतिलोम - 7 अछि आ - 543 के योजक प्रतिलोम 543 अछि।
- जोड़क व्याख्या प्रारंभिक स्थिति + गति = लक्ष्य स्थितिक रूपमे कयल जा सकैत अछि।
- जोड़क व्याख्या गतिक संयोजनक रूपमे सेहो कयल जा सकैत अछि अथवा बढ़ैत / घटैत अछि: गति 1 + गति 2 = कुल गति।
- घटावक व्याख्या लक्ष्य स्थिति - प्रारम्भ स्थितिक रूपमे कएल जा सकैत अछि = गति।

- सामान्यतः हम ब्रह्मगुप्तक जोड़बाक नियमक पालन करैत दूटा संख्या जोड़ि सकैत छी:
 - a. जँ दुनू संख्या धनात्मक अछि तँ संख्याकें जोड़ू आ परिणाम धनात्मक संख्या अछि (जेना, $2 + 3 = 5$).
 - b. जँ दुनू संख्या ऋणात्मक अछि तखन संख्याकें जोड़ू (बिना सङ्केत के), आ तखन परिणाम प्राप्त करबाक लेल एकटा माइनस चिह्न राखू ($-2 + (-3) = -5$)।
 - c. जँ एकटा संख्या धनात्मक अछि आ दोसर ऋणात्मक अछि, तँ पैघ संख्यासँ छोट संख्याकें (चिह्नक बिना) घटाउ (चिह्नक बिना), आ परिणाम प्राप्त करबाक लेल पैघ संख्याक चिह्न राखू (जेना, $-5 + 3 = -2$)।
 - d. एकटा संख्या आ ओकर योजक प्रतिलोम शून्य अछि (जेना, $2 + (-2) = 0$)।
 - e. एकटा संख्या प्लस शून्य समान संख्या वापस दैत अछि (जेना, $-2 + 0 = -2$)।
- हम समस्याकें एकटा अतिरिक्त समस्यामे बदलि कए आ फेर जोड़क नियमक पालन करैत दूटा पूर्णांककें घटा सकैत छी। एकटा पूर्णांकक घटाव ओकर योजक प्रतिलोमक जोड़क समान होइत छैक।
- पूर्णांकक तुलना कएल जाए सकैत अछि: $\dots -3 < -2 < -1 < 0 < +1 < +2 < +3 < \dots$ छोट संख्या संख्या रेखा पर पैघ संख्याक बामा कात रहैत अछि।
- हम सकारात्मक आ नकारात्मक संख्याकें क्रेडिट आ डेबिटक रूपमे व्याख्या कऽ ओकरा अर्थ दऽ सकैत छी। हम धनात्मक संख्याक व्याख्या जमीनी स्तर जकाँ सन्दर्भ बिन्दुसँ ऊपरक दूरीक रूपमे सेहो कऽ सकैत छी। तहिना ऋणात्मक संख्याक व्याख्या जमीनी स्तरसँ नीचा दूरीक रूपमे कयल जा सकैत अछि। डिग्री सेल्सियसमे तापमानकें नापबाक समय, सकारात्मक तापमान पानिक हिमांकसँ ऊपर होइत छैक, आ नकारात्मक तापमान पानिक हिमांकसँ नीचा होइत छैक।

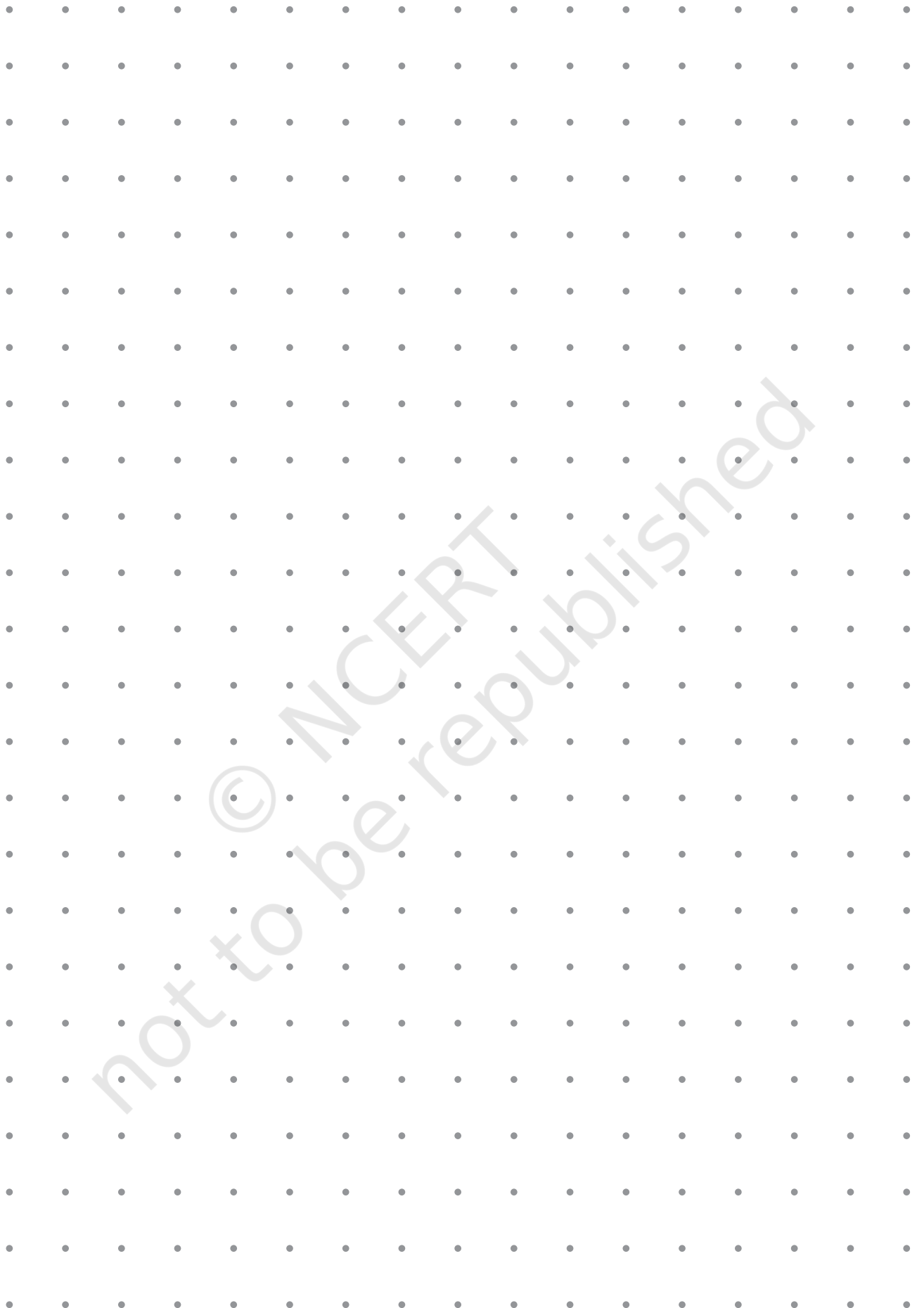
पूर्णङ्कः साँप आ सीढ़ी

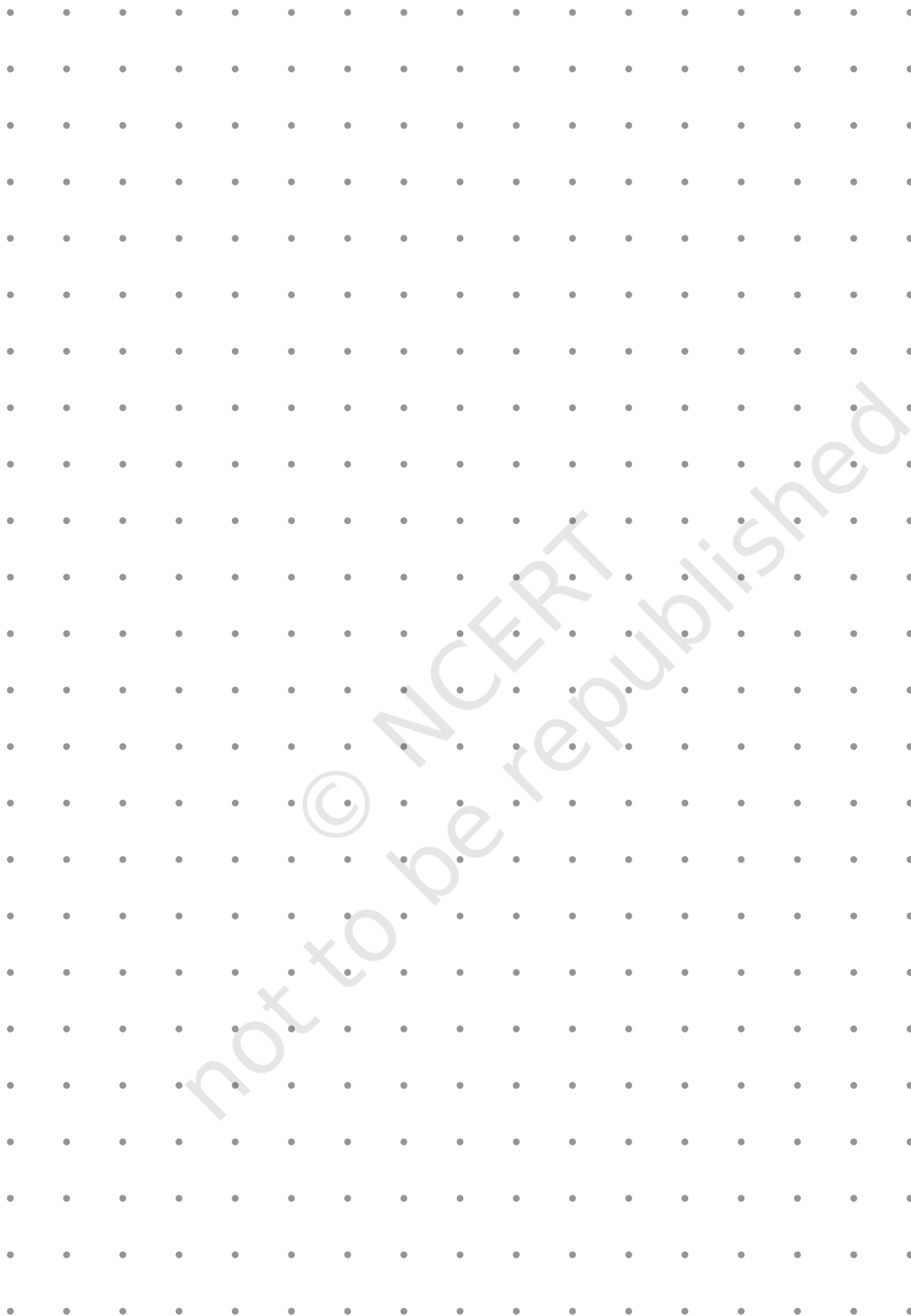
नियम

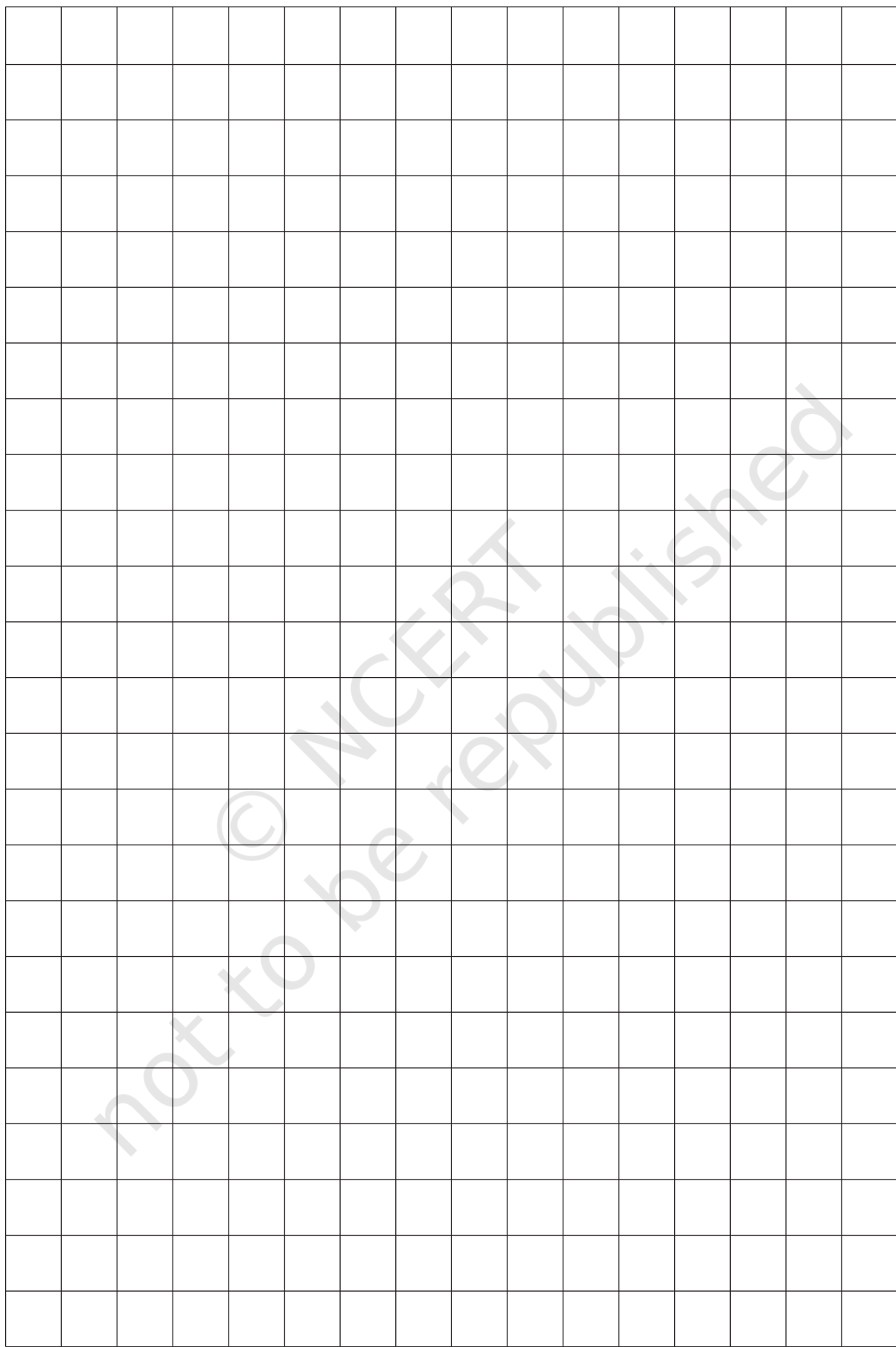
- ई दू खेलाड़ीक खेल अछि । प्रत्येक खेलाड़ी लग 1 मोहरा होइत अछि । दुनू खेलाड़ी 0 सँ प्रारम्भ करैत अछि । खेलाड़ी जीतबाक लेल अथवा -50 अथवा $+50$ धरि पहुँचि सकैत छथि मुदा खेलसँ पहिने वा खेलक दौरान एकरा तय करय अथवा ठीक करबाक आवश्यकता नहि छैक ।
- प्रत्येक खेलाड़ी एक बेरमे दूटा पासा घुमाबैत अछि । एकटा पासामे $+1$ सँ $+6$ धरि आ दोसर पासामे -1 सँ -6 धरि अछि ।
- दू गोट पासा केर सभ बेरि फेकलाक पश्चात खेलाड़ी ओकरा कोनो क्रममे जोड़ि वा घटा सकैत अछि आ फेर परिणामकेँ इङ्गित करएबला चरणकेँ आगा बढ़ा सकैत अछि । धनात्मक परिणामत अर्थ अछि $+50$ दिस बढ़ब आ ऋणात्मक परिणाम केर अर्थ हएत -50 दिस बढ़ब ।



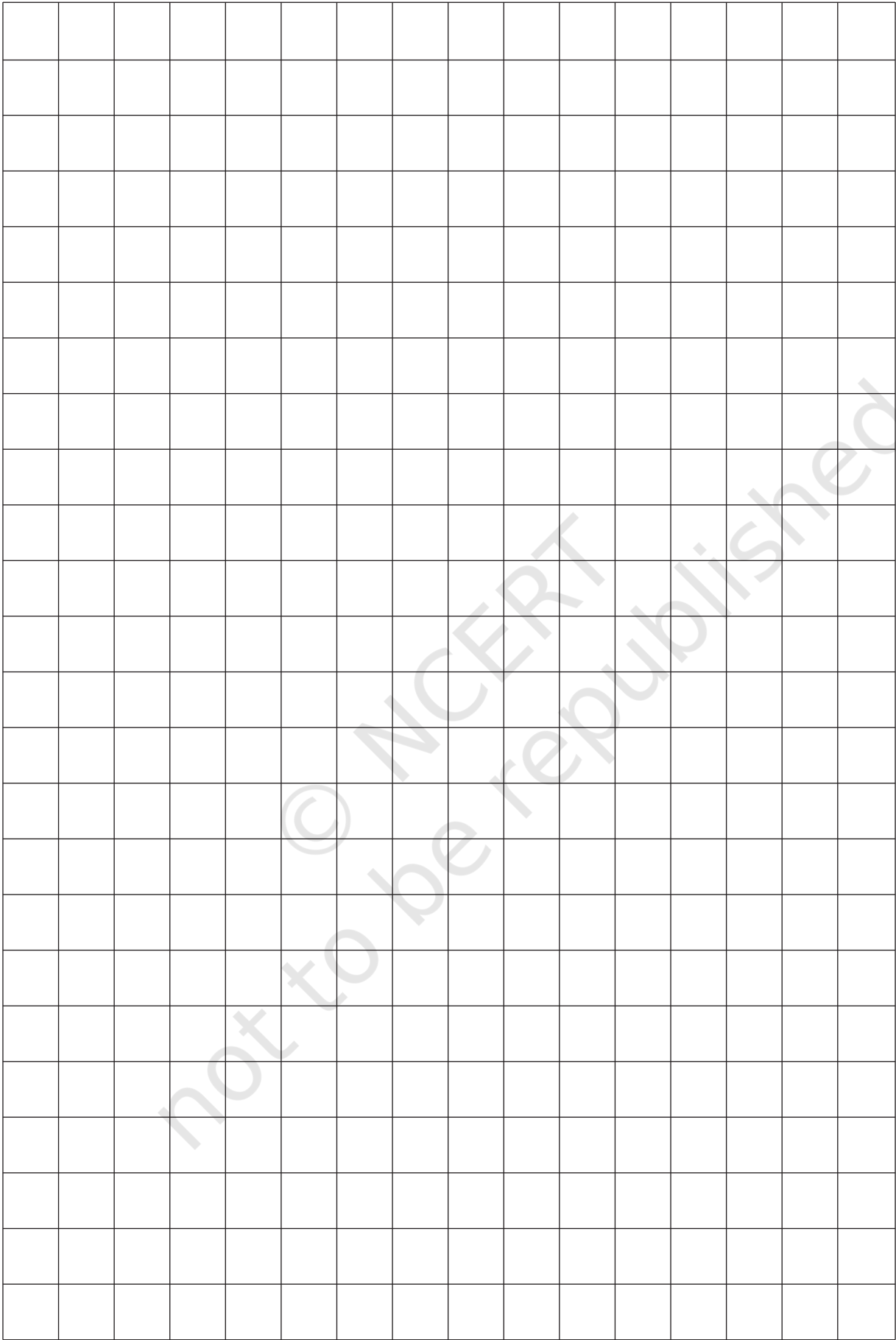
अधिगम सामग्री पत्रक







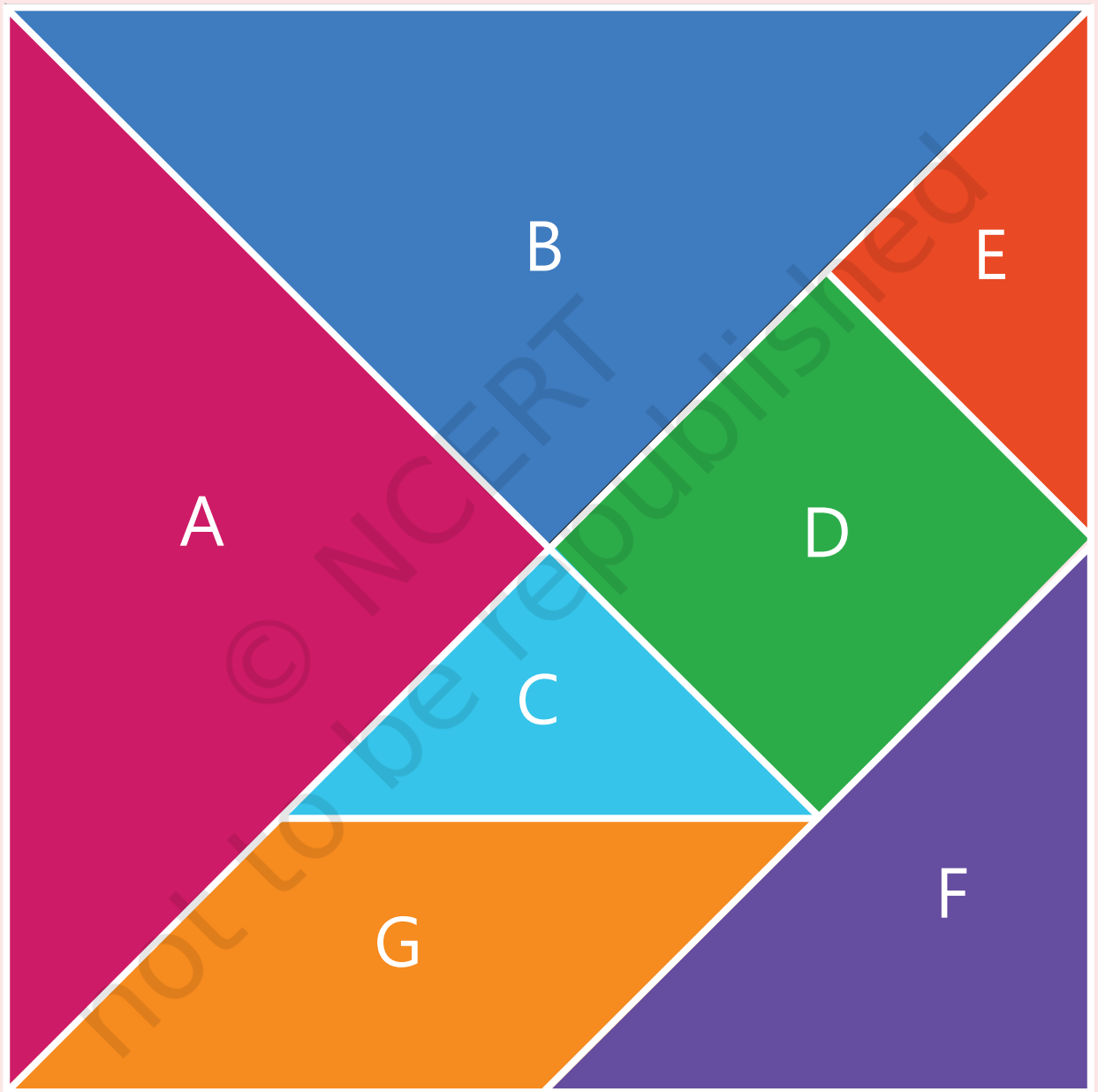
© NCERT
not to be republished





टैनग्राम

नोट: उज्जर किनारीक सङ्ग सभ आकारकेँ काटू ।





© NCERT
not to be republished





भिन्न पट्टी

नोट: उज्जर किनारीक सङ्ग सभ आकारकेँ काटू ।

1 इकाइ									
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{2}$		$\frac{2}{2}$		$\frac{2}{2}$	
$\frac{1}{3}$			$\frac{2}{3}$			$\frac{3}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{4}$		$\frac{4}{4}$	
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{4}{6}$		$\frac{5}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{2}{7}$		$\frac{3}{7}$		$\frac{4}{7}$		$\frac{5}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{2}{8}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{8}$		$\frac{5}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{3}{9}$		$\frac{4}{9}$		$\frac{5}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{2}{10}$		$\frac{3}{10}$		$\frac{4}{10}$		$\frac{5}{10}$	
$\frac{6}{10}$		$\frac{7}{10}$		$\frac{8}{10}$		$\frac{9}{10}$		$\frac{10}{10}$	



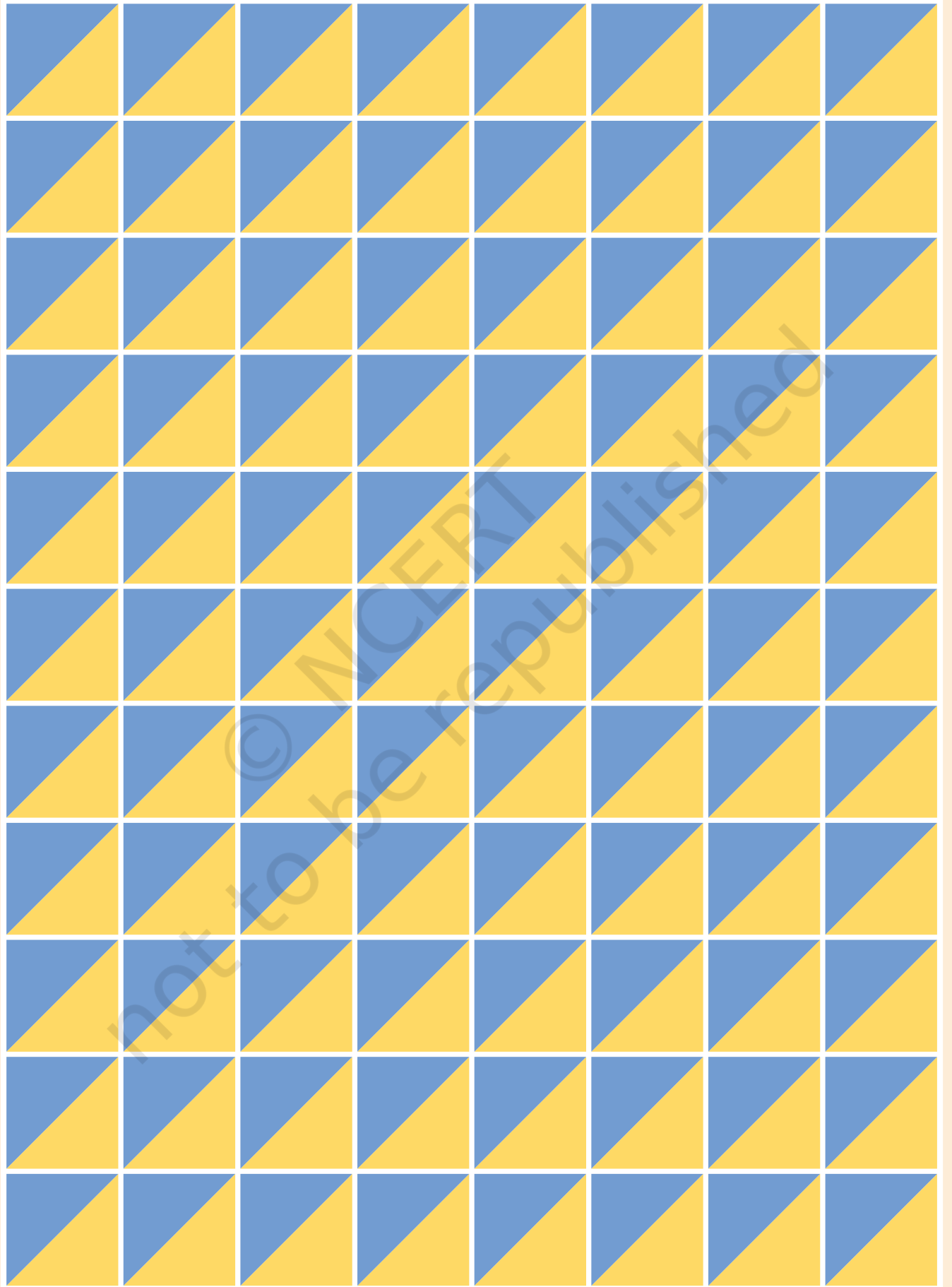


© NCERT
not to be republished





नोट: उज्जर किनारीक सङ्ग टाइलकें काटू।





© NCERT
not to be republished



© NCERT
not to be republished

© NCERT
not to be republished