

# अध्याय 13

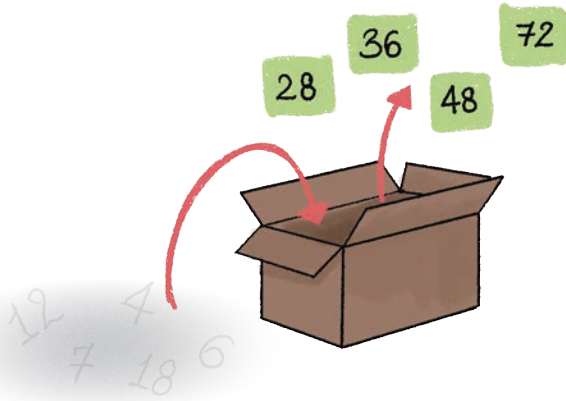
## जानवरों की छलाँग



0534CH13



छुपी हुई संख्याओं को ढूँढें।



इस बक्से में रखी गई संख्याएँ एक संख्या से गुणा होकर बाहर निकलती हैं।

- यदि आप बक्से से बाहर आती हुई 4 संख्याओं को देखते हैं तो क्या आप गुणक का अनुमान लगा सकते हैं?
- क्या यहाँ एक से अधिक गुणक संभव हो सकते हैं?
- कौन-सी संख्याएँ बक्से के अंदर रखी गई होंगी?

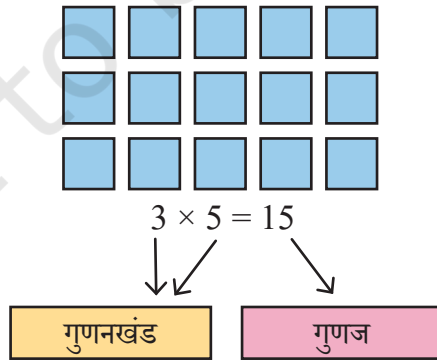
अपने विचारों को कक्षा में साझा कीजिए।

यह खेल आप अपने मित्रों के साथ भी खेल सकते हैं।

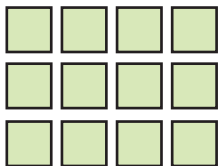
आपने ऊपर जो गुणक 1, 2 और 4 प्राप्त किए, वे उन संख्याओं के गुणनखंड हैं जो बक्से से बाहर आई थीं अर्थात् 28, 36, 48 और 72 संख्याएँ। वास्तव में ये सभी संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं। संख्याएँ 28, 36, 48 और 72 संख्याएँ 1, 2 व 4 की गुणज हैं।

दो या अधिक गुणनखंडों के गुणनफल से एक गुणज प्राप्त होता है।

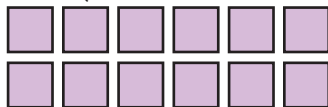
जब किसी संख्या को व्यूह में व्यवस्थित किया जाए तो यह संख्या के गुणनखंडों को दर्शाता है। क्या कोई अन्य संख्याएँ हैं जो 15 की गुणनखंड हों? संख्या 15 के लिए अन्य व्यूह बनाने का प्रयत्न कीजिए।



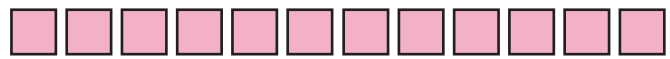
आइए संख्या 12 के लिए व्यूह बनाते हैं।



$$3 \times 4 = 12$$



$$2 \times 6 = 12$$



$$1 \times 12 = 12$$

12 के सभी गुणखंड 1, 2, 3, 4, 6 और 12 हैं। इनमें से प्रत्येक संख्या 12 को पूर्णतः विभाजित कर सकती है। 12 इन संख्याओं का एक गुणज है।

क्या आपने देखा कि क्यों 12 संख्याओं 1, 2, 3, 4, 6 व 12 का गुणज है?

$$2 \times \underline{\quad} = 12 \qquad 3 \times \underline{\quad} = 12$$

$$12 \times \underline{\quad} = 12 \qquad 1 \times \underline{\quad} = 12$$

कोई भी संख्या सदैव स्वयं की गुणज होती है।

### आइए करके देखें

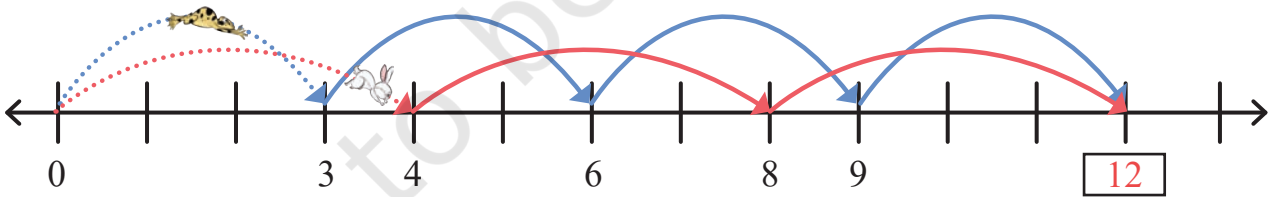
नीचे दी गई संख्याओं के लिए विभिन्न व्यूह बनाइए। प्रत्येक स्थिति में गुणखंडों की भी पहचान कीजिए।

- |        |        |        |
|--------|--------|--------|
| (क) 10 | (ख) 14 | (ग) 13 |
| (घ) 20 | (ङ) 25 | (च) 32 |
| (छ) 37 | (ज) 46 | (झ) 54 |

संख्याएँ जैसे 13 व 37, अभाज्य संख्याएँ कहलाती हैं। क्यों?

### जानवरों की छलाँग

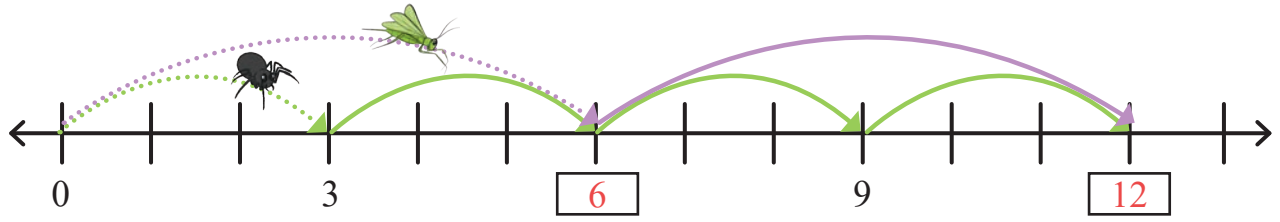
एक खरगोश प्रत्येक बार 4 की छलाँग लगाता है। एक मेंढक प्रत्येक बार 3 की छलाँग लगाता है। संख्या-रेखा का उपयोग करके उन संख्याओं का पता लगाइए जिन पर दोनों पहुँचेंगे। यदि खरगोश और मेंढक 0 से प्रारंभ करते हैं तो जिन संख्याओं पर वे दोनों पहुँचेंगे उन्हें 3 व 4 के उभयनिष्ठ गुणज कहते हैं।



संख्याओं 3 व 4 का पहला उभयनिष्ठ गुणज 12 है। 3 व 4 के कुछ अन्य उभयनिष्ठ गुणज कौन-से हैं? इसके लिए आप संख्या-रेखा को आगे बढ़ा सकते हैं या 3 व 4 के पहाड़ों की सहायता ले सकते हैं।

3 व 4 के उभयनिष्ठ गुणजों के बारे में आपने क्या ध्यान दिया? कक्षा में चर्चा कीजिए।

एक मकड़ी प्रत्येक बार 3 की छलाँग लगाती है। एक टिड्डा प्रत्येक बार 6 की छलाँग लगाता है। 3 व 6 के उभयनिष्ठ गुणज ज्ञात करने के लिए संख्या-रेखा का उपयोग कीजिए।



3 व 6 संख्याओं के दो उभयनिष्ठ गुणज 6 व 12 हैं। आप अन्य उभयनिष्ठ गुणज प्राप्त करने के लिए इस प्रतिरूप को जारी रख सकते हैं। 3 व 6 के उभयनिष्ठ गुणजों के बारे में आपने क्या ध्यान दिया? चर्चा कीजिए।

आइए दो संख्याओं 4 व 6 के गुणज लिखते हैं।

4 के गुणज— 4, 8, 12, 16, ...

6 के गुणज— 6, 12, 18, ...

12 व 24 संख्याएँ 4 व 6 के दो उभयनिष्ठ गुणज हैं। कुछ अन्य उभयनिष्ठ गुणजों की सूची बनाइए।

### आइए करके देखें

1. नीचे दिए गए संख्या-युग्मों के 5 उभयनिष्ठ गुणज ज्ञात कीजिए।

(क) 2 और 3

(घ) 3 और 9

(छ) 8 और 12

(ख) 5 और 8

(ड) 5 और 10

(ज) 6 और 8

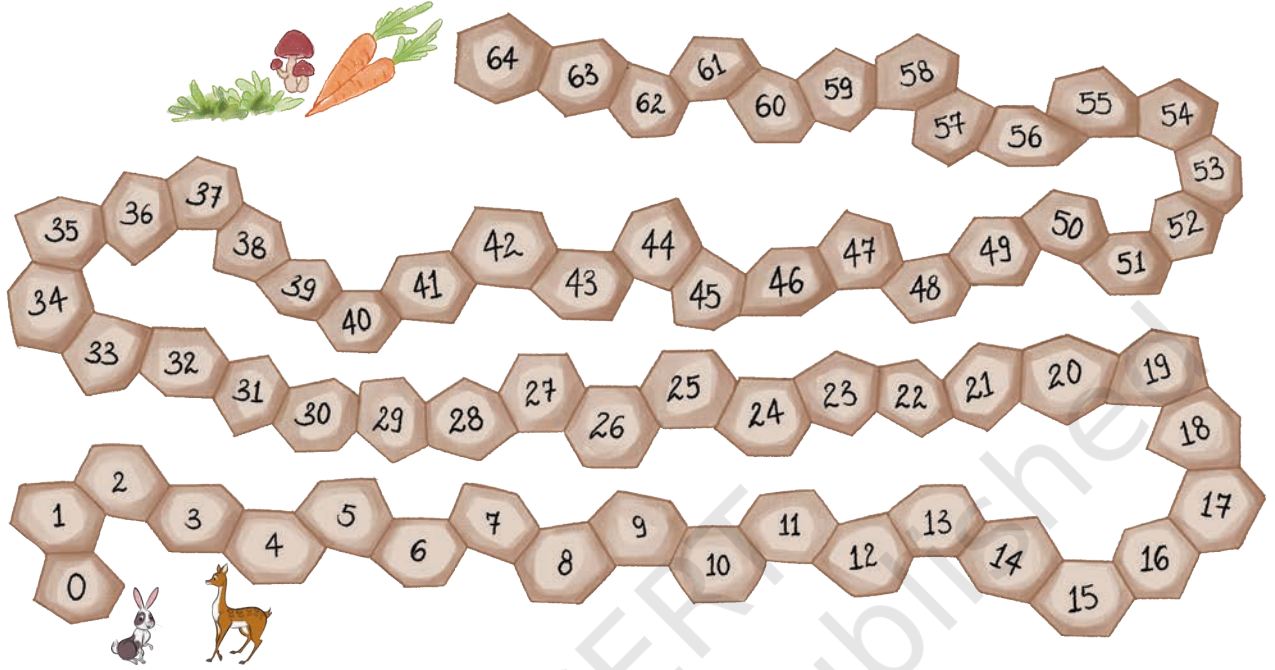
(ग) 2 और 4

(च) 9 और 12

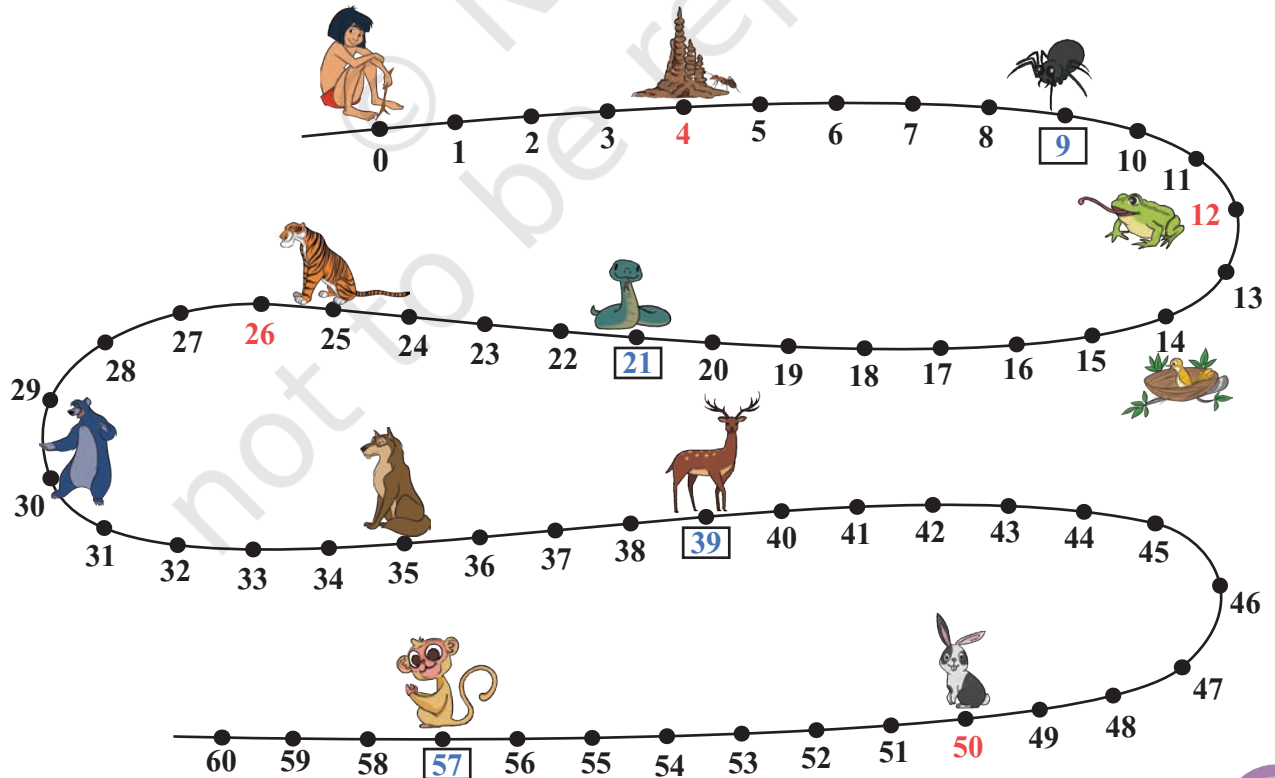
(झ) 6 और 9

विभिन्न संख्या-युग्मों के उभयनिष्ठ गुणजों के बारे में आपने क्या ध्यान दिया? कक्षा में चर्चा कीजिए।

2. एक पक्की सड़क के अंत में भोजन उपलब्ध है। रॉबी खरगोश प्रत्येक बार 4 की छलाँग लगाता है। डीकू हिरणी प्रत्येक बार 6 की छलाँग लगाती है। वे दोनों 0 से प्रारंभ करते हैं। क्या रॉबी व डीकू दोनों भोजन तक पहुँचेंगे? भोजन तक दोनों में से पहले कौन पहुँचेगा? आप यह कैसे पता करेंगे? अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।



3. मोगली के मित्र नीचे दी गई पगडंडी पर चिह्नित स्थानों पर रहते हैं। यदि वह 0 से प्रारंभ करके 2 की छलाँग लगाता है, तो वह अपने किन-किन मित्रों से मिल पाएगा?



क्या मोगली चींटी, मेंढक, पक्षी व खरगोश से मिल पाया? ध्यान दीजिए कि उनकी स्थितियाँ 4, 12, 14 व 50 पर हैं। 2 इन सभी संख्याओं का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

यदि मोगली 3 कदमों की छलाँग लगाए तो वह अपने किन-किन मित्रों से मिल पाएगा?

संख्याओं 9, 21, 39 व 57 का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 3 है।

यदि मोगली 5 कदमों की छलाँग लगाता है तो वह किन संख्याओं पर पहुँचेगा?

---

5, संख्याओं \_\_\_\_\_ का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

यदि मोगली 10 कदमों की छलाँग लगाता है तो वह किन-किन संख्याओं पर पहुँचेगा?

---

10, संख्याओं \_\_\_\_\_ का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

दो या दो से अधिक संख्याओं का उभयनिष्ठ गुणनखंड, उनमें से प्रत्येक संख्या को पूर्णतया विभाजित करता है।

4. आइए संख्याओं 24 व 36 के कुछ उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात करते हैं। ध्यान दीजिए कि नीचे दिए गए प्रश्नों में सभी छलाँगें 0 से प्रारंभ होती हैं।

(क) क्या हम एक बार में 2 कदमों की छलाँग लगाते हुए 24 व 36 दोनों पर पहुँच सकते हैं? हाँ/नहीं।  
2, संख्याओं 24 व 36 का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है/नहीं है।

(ख) क्या हम एक बार में 3 कदमों की छलाँग लगाते हुए 24 व 36 दोनों पर पहुँच सकते हैं? हाँ/नहीं।  
3 संख्याओं 24 व 36 का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है/नहीं है।

(ग) क्या हम एक बार में 4 कदमों की छलाँग लगाते हुए 24 व 36 दोनों पर पहुँच सकते हैं? हाँ/नहीं।  
4, संख्याओं 24 व 36 का एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है/नहीं है।

(घ) संख्याओं 24 व 36 दोनों पर पहुँचने के लिए हम कौन-सी अन्य छलाँगें लगा सकते हैं?

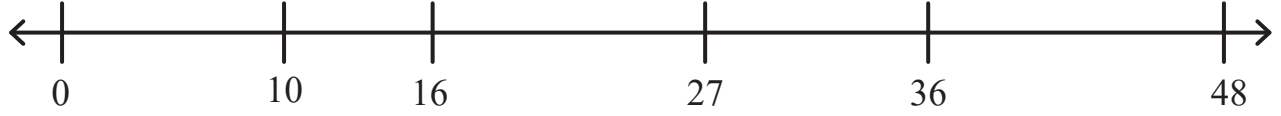
(ङ) 24 व 36 के लिए आप कितने उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात कर सकते हैं? सूची बनाइए।

(च) 24 व 36 दोनों पर पहुँचने के लिए 1 कदम की छलाँग के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

5. 12 व 13 के उभयनिष्ठ गुणनखंड कौन-कौन से हैं?

किसी भी संख्या के लिए 1 और वह संख्या स्वयं, सदैव गुणनखंड होते हैं।

6. पता लगाइए कि 4 कदमों की छलाँग द्वारा नीचे दी गई संख्याओं में से किन संख्याओं पर पहुँचा जा सकता है?



4, संख्याओं \_\_\_\_\_ का उभयनिष्ठ गुणनखंड है।

7. नीचे दिए गए संख्या-युग्मों के उभयनिष्ठ गुणनखंड ज्ञात कीजिए।
- |              |              |             |
|--------------|--------------|-------------|
| (क) 12 और 16 | (घ) 2 और 9   | (छ) 20 और 5 |
| (ख) 8 और 12  | (ड) 5 और 5   | (ज) 9 और 21 |
| (ग) 4 और 16  | (च) 12 और 15 | (झ) 6 और 27 |

विभिन्न संख्या-युग्मों के उभयनिष्ठ गुणनखंडों के बारे में आपने क्या ध्यान दिया? कक्षा में चर्चा कीजिए।

8. बताइए कि क्या नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य हैं।
- (क) सम संख्याओं के गुणनखंड सदैव ही सम संख्या होंगे।  
(ख) विषम संख्याओं के गुणज सम संख्या नहीं हो सकते हैं।  
(ग) विषम संख्याओं के गुणनखंड सम संख्या नहीं हो सकते हैं।  
(घ) दो क्रमागत संख्याओं का एक उभयनिष्ठ गुणज उन संख्याओं का गुणनफल होता है।  
(ड) किन्हीं भी दो क्रमागत संख्याओं का एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड 1 है।  
(च) 0 किसी भी संख्या का गुणनखंड नहीं हो सकता है।
9. 'शेरखान' नाम का बाघ प्रत्येक तीसरे दिन शिकार के लिए जाता है। 'बघीरा' नाम का तेंदुआ प्रत्येक पाँचवे दिन शिकार के लिए जाता है। यदि दोनों एक ही दिन से शिकार के लिए जाना प्रारंभ करें तो वे दोनों किस दिन साथ में शिकार के लिए जाएँगे?
10. (क) पूर्व में दर्शाई गई पगडंडी में 'शेरखान' का घर संख्या 25 पर है एवं 'बालू' नामक भालू का घर संख्या 30 पर है। मोगली अपने मित्र बालू से मिलना चाहता है किंतु वह 'शेरखान' के घर को टालते हुए जाना चाहता है। उसकी प्रत्येक छलाँग कितनी लंबी (कदमों की संख्या में) होगी?  
(ख) मोगली कितनी संख्या की छलाँग (कदमों की संख्या में) चुन सकता था जिससे कि वह संख्या 21 पर विद्यमान 'का' नामक सर्प से और संख्या 35 पर विद्यमान 'अकेला' नामक भेड़िये से अर्थात् दोनों से मिल सके?

11. नीचे दी गई संख्याओं में से छँटिए जो —

(क) केवल 2 से विभाज्य हों

(ख) केवल 5 से विभाज्य हों

(ग) केवल 10 से विभाज्य हों

(घ) 2, 5 और 10 से विभाज्य हों

90	22	38	30	75
45	66	78	62	40
84	56	25	95	55

