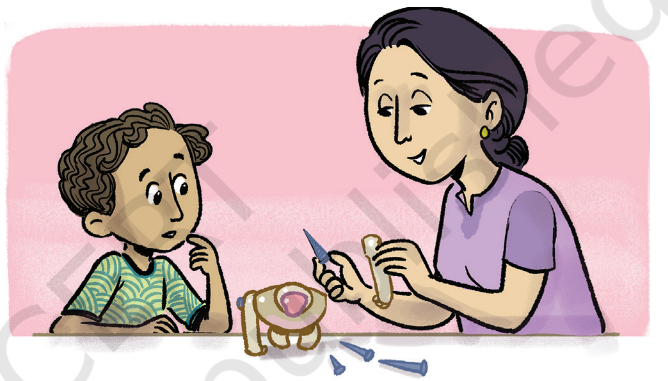
3 बिंदु से परे एक दृष्टि

0775CH03

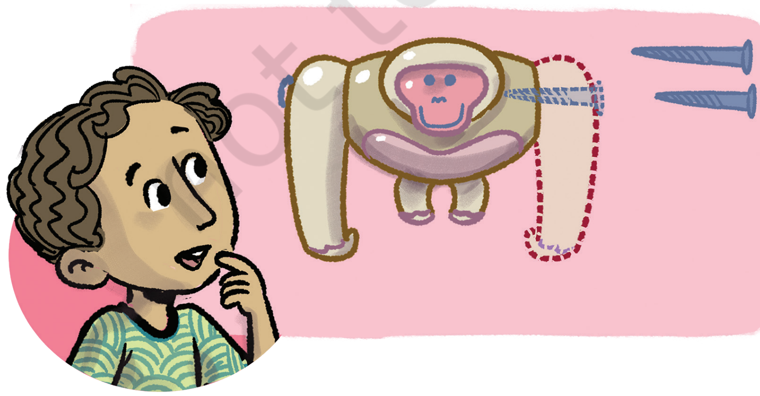
3.1 छोटी इकाइयों की आवश्यकता

सोनू की माँ एक खिलौने को ठीक कर रही थीं। वे एक पेंच की सहायता से दो टुकड़ों को जोड़ने का प्रयास कर रही थीं। सोनू अपनी माँ को बहुत उत्सुकता के साथ देख रहा था। उसकी माँ उन टुकड़ों को जोड़ने में असमर्थ रहीं। सोनू ने पूछा, ऐसा क्यों हुआ? उसकी माँ ने कहा कि वह पेंच सही माप का नहीं था।

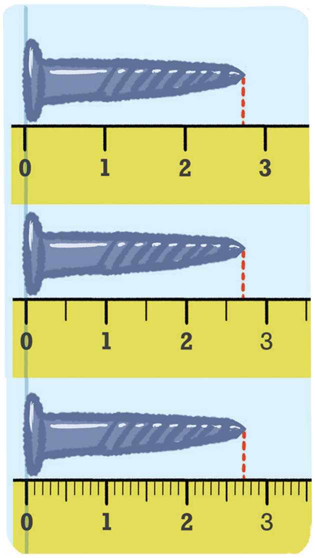


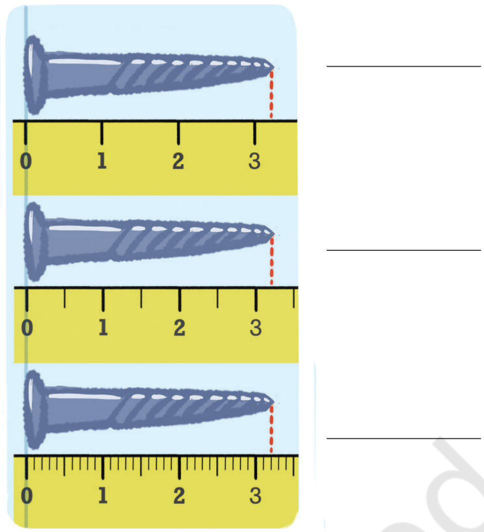
वह डिब्बे में से दूसरा पेंच लाईं तथा खिलौने को ठीक करने में सफल रहीं। सोनू को ये दोनों पेंच एक जैसे ही लगे। परंतु जब उसने उन्हें निकट से देखा तो पाया कि उनकी लंबाई में थोड़ा अंतर था।

सोनू को उत्सुकता हुई कि किस प्रकार लंबाइयों में एक छोटा-सा अंतर इतना प्रभाव डाल सकता है। उसकी जिज्ञासा लंबाइयों में अंतर जानने की हुई। उसकी उत्सुकता यह जानने की भी हुई कि यह अंतर कितना कम था, क्योंकि वे दोनों पेंच तो लगभग एक जैसे ही दिख रहे थे।



आगे दिए गए चित्र में पेंचों को एक मापक (स्केल) पर रखा गया है। उन्हें मापिए तथा दिए गए स्थानों पर उनकी लंबाई लिखिए।





कौन-से मापक ने इन पेंचों की लंबाई को एकदम सटीक रूप से मापने में आपकी सहायता की और क्यों?

$2\frac{7}{10}$ से.मी. (प्रथम पेंच की लंबाई) का क्या अर्थ है?

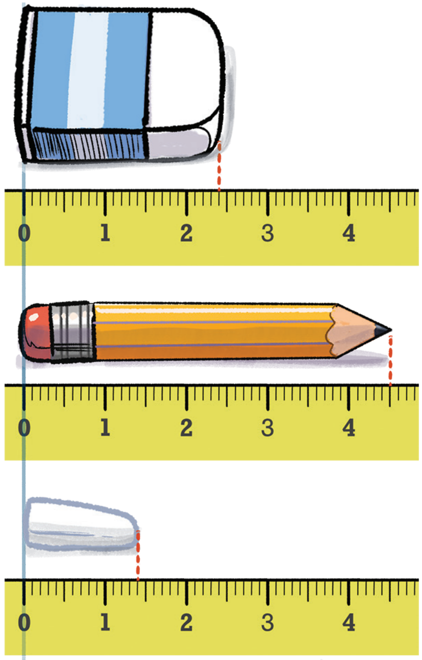
जैसा कि मापक पर देखते हैं कि दो क्रमागत संख्याओं के बीच की एक से.मी. इकाई लंबाई को 10 समान भागों में विभाजित किया गया है। लंबाई $2\frac{7}{10}$ से.मी. प्राप्त करने के लिए हम 0 से 2 तक जाते हैं तथा फिर उसके आगे $\frac{1}{10}$ के सात भाग लेते हैं। इस पेंच की कुल लंबाई 2 से.मी. + $\frac{7}{10}$ से.मी. है। इसी प्रकार हम लंबाई $3\frac{2}{10}$ से.मी. का अर्थ समझ सकते हैं।

हम $2\frac{7}{10}$ से.मी. को दो और सात-दशांश सेंटीमीटर तथा $3\frac{2}{10}$ से.मी. को तीन और दो-दशांश सेंटीमीटर पढ़ते हैं।

क्या आप स्पष्ट कर सकते हैं कि इन पेंचों को मापने के लिए इकाई को छोटे भागों में विभाजित क्यों किया गया?

निम्नलिखित वस्तुओं को एक मापक का उपयोग करते हुए मापिए तथा इनके मापों को सेंटीमीटरों में उसी प्रकार लिखिए जैसे कि पहले पेंचों की लंबाइयों के लिए दर्शाया गया था— पेन, शार्पनर (sharpener) तथा अपनी पसंद की कोई अन्य वस्तु।

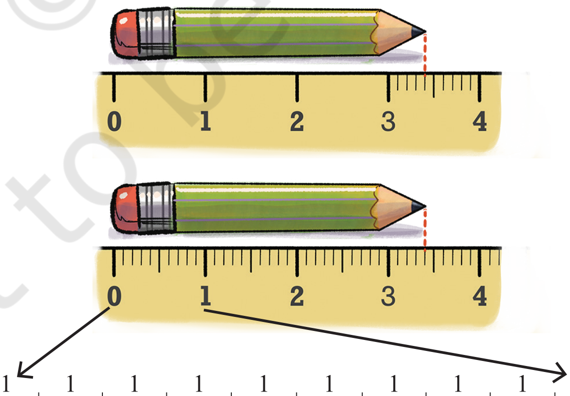
चित्र में दर्शाई गई वस्तुओं के मापन लिखिए—



जैसा कि आप यहाँ देख सकते हैं कि जब सटीक मापों की आवश्यकता हो तब हम मापन की छोटी इकाइयों का उपयोग कर सकते हैं।

3.2 एक दसवाँ भाग (दशांश)

नीचे दिए हुए चित्र में दर्शाई गई पेंसिल की लंबाई $3\frac{4}{10}$ इकाई है जिसे 3 इकाई और चार दशांश (दसवाँ भाग) भी पढ़ा जा सकता है, अर्थात इसे $(3 \times 1) + \left(4 \times \frac{1}{10}\right)$ इकाई पढ़ा जा सकता है।



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$$

$$= 10 \text{ बार } \frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{10} = 1 \text{ इकाई}$$

यह लंबाई 34 दशांश इकाइयों के समान है क्योंकि 10 दशांश इकाइयों से एक इकाई बनती है।

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10} \text{ (34 दशांश)}$$
$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10} \text{ (3 और 4 दशांश)}$$

नीचे कुछ संख्याएँ भिन्नात्मक इकाइयों के साथ दर्शाई गई हैं तथा यह भी दिया गया है कि इन्हें किस प्रकार पढ़ा जाता है—

$4\frac{1}{10} \longrightarrow$ **चार और एक-दशांश**

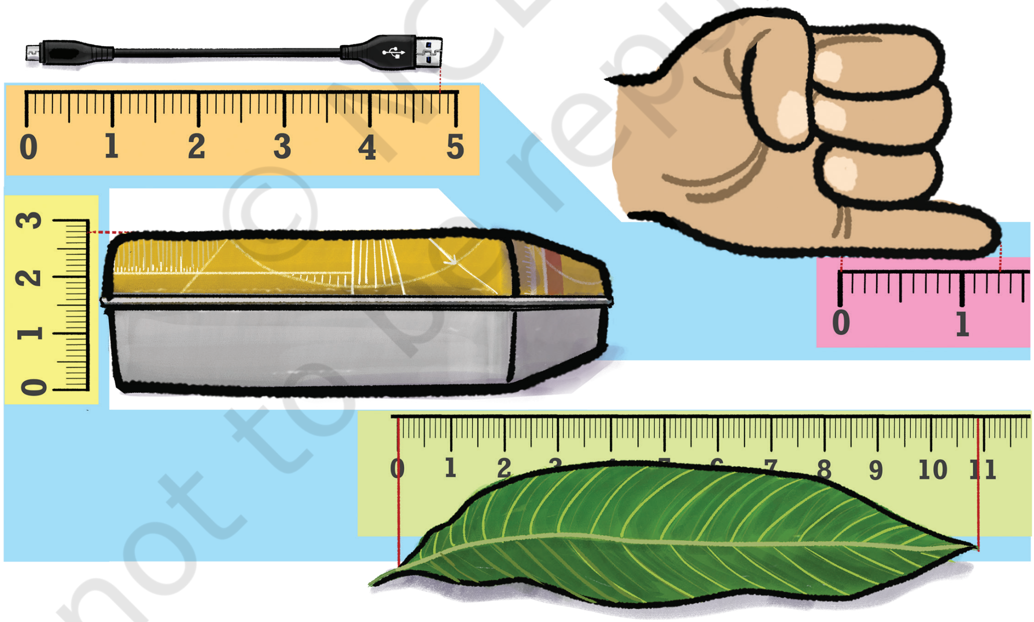
$\frac{4}{10} \longrightarrow$ **चार एक-दशांश या चार-दशांश**

$\frac{41}{10} \longrightarrow$ **इकतालीस दशांश या इकतालीस एक-दशांश**

$41\frac{1}{10} \longrightarrow$ **इकतालीस और एक-दशांश**

नीचे दर्शाई गई वस्तुओं के लिए इनकी लंबाइयों को दो प्रकार से लिखिए तथा उन्हें ऊँचे स्वर में पढ़िए। चार्जिंग (यू.एस.बी.) केबल का एक उदाहरण दिया गया है। (ध्यान दीजिए कि प्रत्येक आरेख में प्रयुक्त की गई इकाई की लंबाई समान नहीं है।)

इस यू.एस.बी. केबल की लंबाई 4 और $\frac{8}{10}$ इकाई या $\frac{48}{10}$ इकाई है।



इन लंबाइयों को बढ़ते हुए क्रम में व्यवस्थित कीजिए—

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

? निम्नलिखित लंबाइयों को बढ़ते हुए क्रम में व्यवस्थित कीजिए— $4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$

? सोनू अपने शरीर के कुछ अंगों को माप रहा है। सोनू की निचली भुजा की लंबाई $2\frac{7}{10}$ इकाई है तथा ऊपरी भुजा की लंबाई $3\frac{6}{10}$ इकाई है। उसकी भुजा की कुल लंबाई कितनी है?

आइए, कुल लंबाई प्राप्त करने के लिए निचली तथा ऊपरी भुजाओं की लंबाइयों को क्रमश: 2 इकाई और 7 दशांश तथा 3 इकाई और 6 दशांश के रूप में देखें।

अत: यहाँ (2 + 3) इकाई और (7 + 6) दशांश हैं। ये दोनों मिलकर 5 इकाई और 13 दशांश बनाते हैं। परंतु 13 दशांश 1 इकाई और 3 दशांश के समान है। अत: कुल लंबाई 6 इकाई 3 दशांश है।

(a)

$$(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$$
$$=(2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$$
$$=5+\frac{13}{10}$$
$$=5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10} \quad =5+1+\frac{3}{10}$$
$$=6+\frac{3}{10}$$
$$=6\frac{3}{10}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\,3\frac{6}{10} \\ \hline 5\frac{13}{10} \\ 6\frac{3}{10} \end{array}$$

अथवा दोनों लंबाइयों को दशांशों में परिवर्तित किया जा सकता है तथा फिर जोड़ा जा सकता है।

(c) 27 दशांश और 36 दशांश मिलकर 63 दशांश के समान हैं। अर्थात

$$\frac{27}{10}+\frac{36}{10}=\frac{63}{10}$$

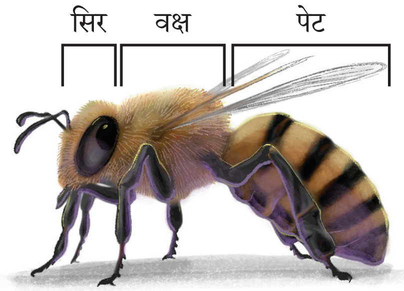
$\frac{63}{10}$ वही है जो 60 दशांश $\left(\frac{60}{10}\right)$ और 3 दशांश $\left(\frac{3}{10}\right)$, जो कि 6 इकाई और 3 दशांश हैं अर्थात $6\frac{3}{10}$ के समान है।

? यहाँ एक मधुमक्खी के शरीर के अंगों की लंबाइयाँ दी गई हैं। इसकी कुल लंबाई ज्ञात कीजिए।

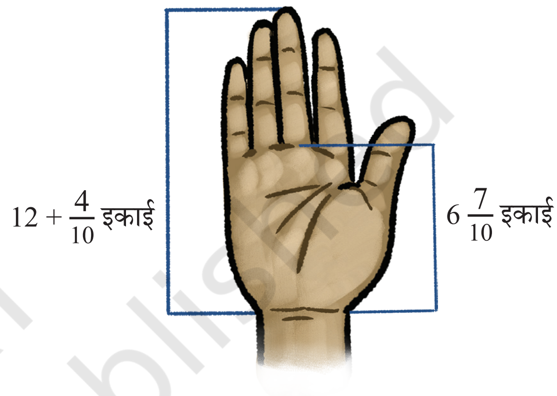
सिर $2\frac{3}{10}$ इकाई

वक्ष $5\frac{4}{10}$ इकाई

पेट $7\frac{5}{10}$ इकाई



? जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है कि शैलजा के हाथ की लंबाई $12\frac{4}{10}$ इकाई है तथा उसके हथेली की लंबाई $6\frac{7}{10}$ इकाई है, उसकी सबसे लंबी अँगुली (मध्यमा) की लंबाई क्या है?



इस उंगली की लंबाई $\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$ का मान निकालकर ज्ञात की जा सकती है। यह विभिन्न विधियों से किया जा सकता है। उदाहरणार्थ—

(a) $12+\frac{4}{10}-6-\frac{7}{10}$

$= (12-6)+\left(\frac{4}{10}-\frac{7}{10}\right)$

$= 6-\frac{3}{10}$

$= 5+1-\frac{3}{10}$

$= 5+\frac{10}{10}-\frac{3}{10}$

$= 5+\frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$

चर्चा कीजिए कि यहाँ क्या किया जा रहा है और क्यों?

(b)

$$\begin{array}{r} 12\frac{4}{10} \\ -\,6\frac{7}{10} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 11\frac{14}{10} \\ -\,6\frac{7}{10} \\ \hline =5\frac{7}{10} \end{array}$$

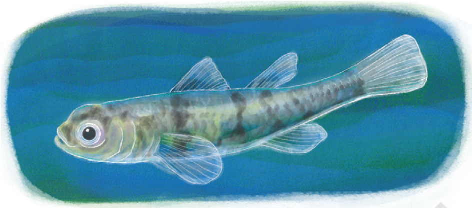
गणन संख्याओं की तरह यह सुविधाजनक है कि घटाने को दशांशों से प्रारंभ किया जाए। हम 7 दशांशों को 4 दशांशों में से नहीं घटा सकते। अत: हम 12 में से एक इकाई को विभक्त करके तथा 10 दशांश में बदल देते हैं। अब इस संख्या में 11 इकाई और 14 दशांश हैं। हम 7 दशांशों को 14 दशांशों में से घटाते हैं तथा फिर 6 इकाइयों को 11 इकाइयों में से घटाते हैं।

? इन दोनों लंबाइयों को दशांशों में बदलकर इनका अंतर ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।

? एक सेलेसटियल पर्ल डेनियो (Celestial Pearl Danio) की लंबाई $2\frac{4}{10}$ से.मी. है तथा फिलीपीन गोबी की लंबाई $\frac{9}{10}$ से.मी. है। उनकी लंबाइयों में क्या अंतर है?

? ये मछलियाँ आपकी उंगली की तुलना में कितनी बड़ी हैं?

सेलेसटियल पर्ल डेनियो



फिलीपीन गोबी

? संख्याओं के दिए गए अनुक्रम को देखिए। प्रत्येक पद के बाद आए परिवर्तन को पहचानिए और पैटर्न का विस्तार कीजिए।

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}$, ________, ________, ________, ________

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}$, ________, ________, ________, ________

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}$, ________, ________, ________, ________

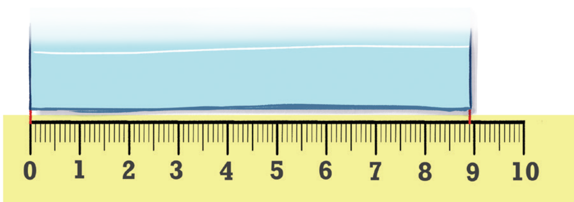
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}$, ________, ________, ________, ________

(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}$, ________, ________, ________, ________

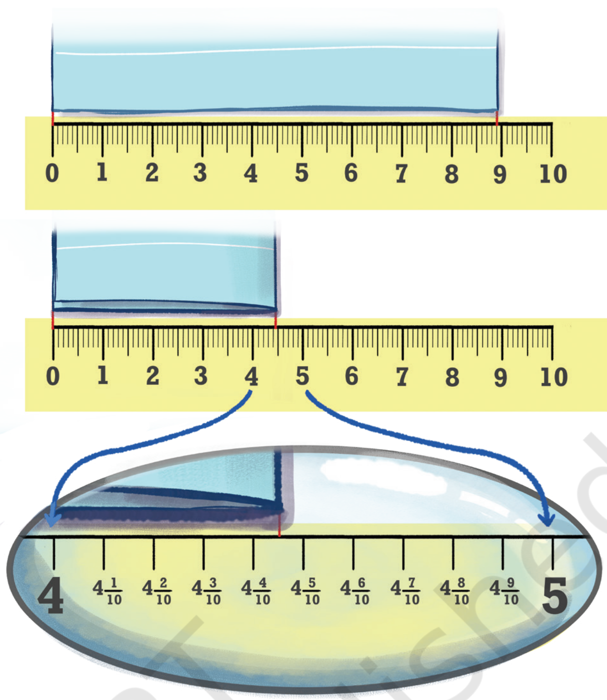
(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}$, ________, ________, ________, ________

3.3 एक सौवाँ भाग (शतांश)

कागज के एक पत्रक (शीट) की लंबाई $8\frac{9}{10}$ इकाई थी जिसे 8 इकाई और 9 दशांश भी कहा जा सकता है। इसे इसकी लंबाई के अनुदिश आधा मोड़ा जाता है। अब इसकी लंबाई क्या है?

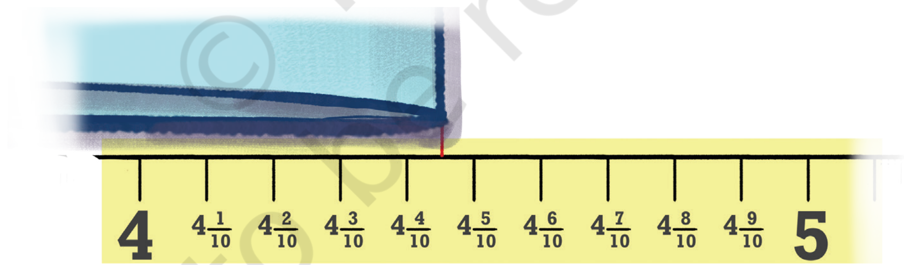


हम कह सकते हैं कि इसकी लंबाई $4\frac{4}{10}$ इकाई और $4\frac{5}{10}$ इकाई के बीच में है। परंतु हम इसका सटीक मापन नहीं बता सकते, क्योंकि यहाँ ऐसे कोई चिह्न अंकित नहीं हैं। इससे पहले हमने एक इकाई को 10 एक-दशांशों में विभाजित किया था जिससे छोटी लंबाइयाँ मापी जा सकें। हम ऐसा ही कुछ यहाँ भी कर सकते हैं तथा प्रत्येक दशांश को 10 भागों में विभाजित कर सकते हैं।



? इस प्राप्त छोटे भाग की लंबाई क्या है? ऐसे कितने छोटे भागों से एक इकाई बनती है?

जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है कि प्रत्येक दशांश के 10 छोटे भाग हैं तथा एक इकाई में 10 दशांश हैं। इसलिए एक इकाई में ऐसे 100 छोटे भाग होंगे। अतः इस एक भाग की लंबाई एक इकाई का $\frac{1}{100}$ होगी।



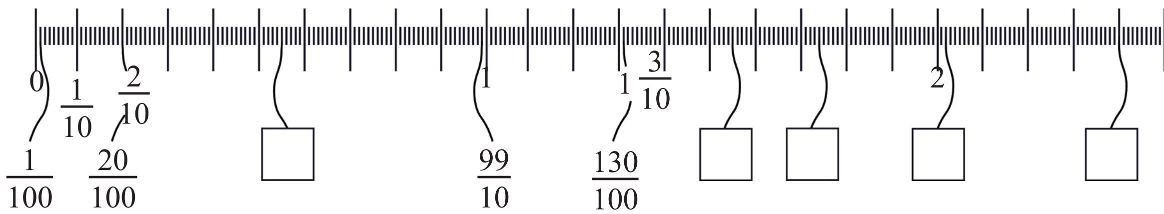
अब हम अपने प्रश्न पर वापस आते हैं कि इस मुड़े हुए कागज की लंबाई क्या है?

हम देखते हैं कि यह $4\ \frac{4}{10}\ \frac{5}{100}$ पर समाप्त हो रहा है जिसे **4 इकाई और 4 दशांश और 5 शतांश** के रूप में पढ़ा जाता है।

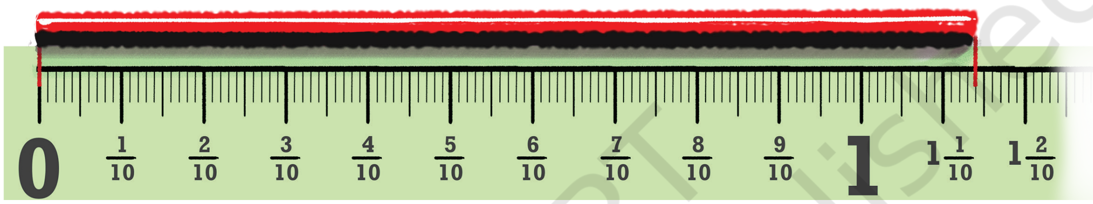
? कितने शतांशों से एक दशांश बनता है? क्या हम यह भी कह सकते हैं कि यह लंबाई 4 इकाई और 45 शतांश है?

गणित चर्चा

? नीचे दिए गए चित्र को देखिए। अंकित चिह्नों पर तथा संगत लंबाइयों पर ध्यान दीजिए जिन्हें 0 से मापा गया है। रिक्त बक्सों में लंबाइयों को भरिए।



पहले चित्र में तार की लंबाई तीन भिन्न-भिन्न प्रकार से दी गई है। क्या आप देख सकते हैं कि ये एक ही (समान) लंबाई को क्यों व्यक्त करते हैं?

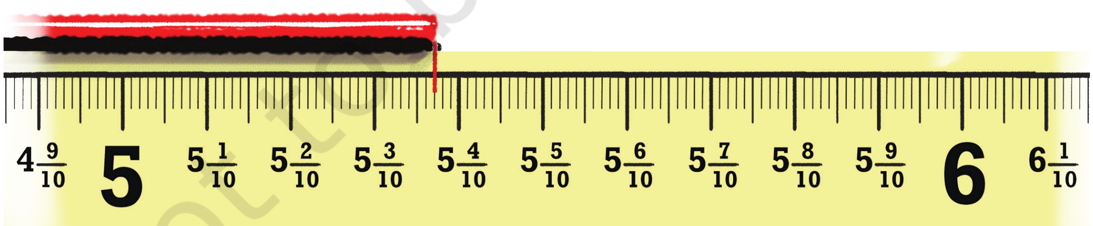


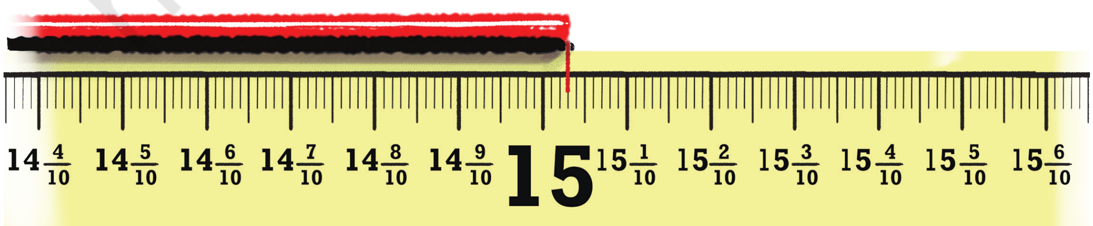
$1\ \frac{1}{10}\ \frac{4}{100}$ **एक इकाई और एक दशांश और चार शतांश**

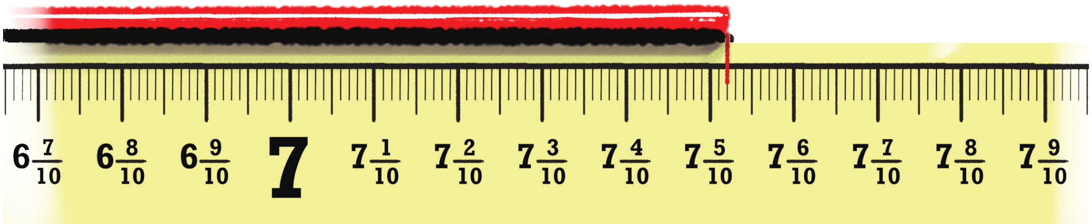
$1\ \frac{14}{100}$ **एक और चौदह शतांश**

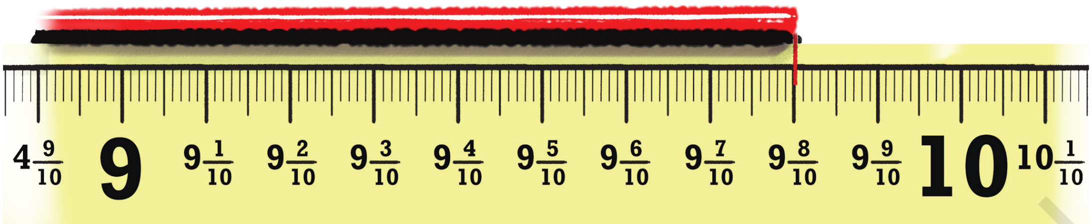
$\frac{114}{100}$ **एक सौ चौदह शतांश**

? नीचे दर्शाई गई लंबाइयों के लिए मापन लिखिए और मापों को शब्दों में पढ़िए—



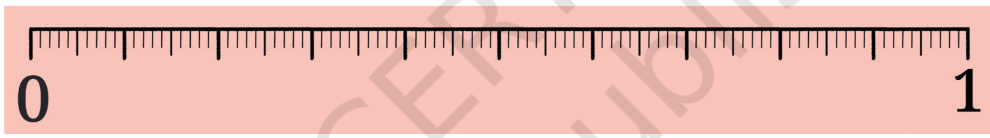




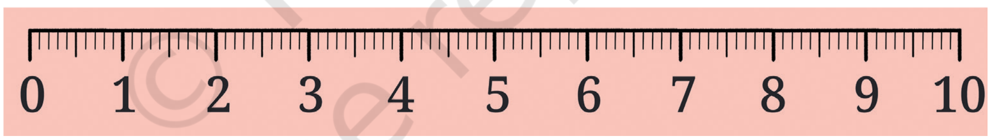


प्रत्येक समूह में सबसे लंबी तथा सबसे छोटी लंबाइयों की पहचान कीजिए। प्रत्येक लंबाई को मापक पर अंकित कीजिए।

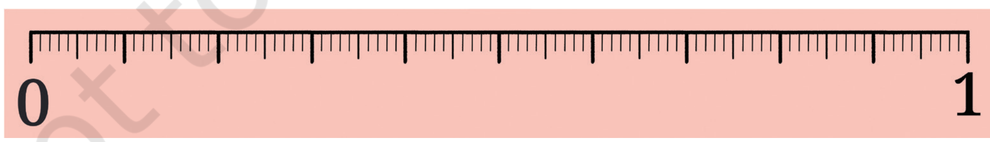
(a) $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{33}{100}$



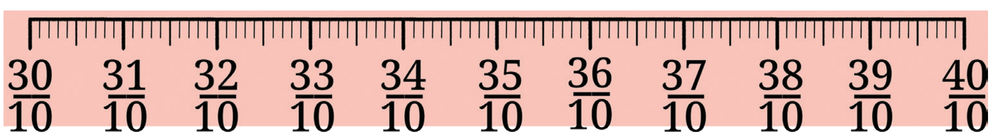
(b) $3\frac{1}{10}$, $\frac{30}{10}$, $1\frac{3}{10}$



(c) $\frac{45}{100}$, $\frac{54}{100}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{4}{10}$

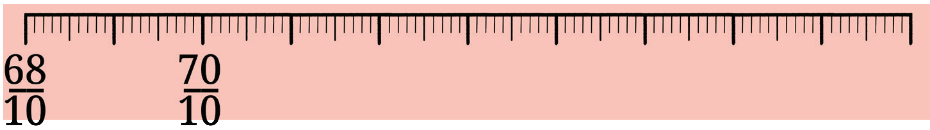


(d) $3\frac{6}{100}$, $3\frac{6}{100}$, $3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



(e) $\frac{8}{10}\,\frac{2}{100}, \frac{9}{100}, 1\,\frac{8}{100}$

(f) $7\,\frac{3}{10}\,\frac{5}{100}, 7\,\frac{5}{10}, 7\,\frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\,\frac{15}{100}, 5\,\frac{87}{100}, 5\,\frac{7}{100}$

? $15\,\frac{3}{10}\,\frac{4}{100}$ और $2\,\frac{6}{10}\,\frac{8}{100}$ का योग क्या होगा?

इसे विभिन्न विधियों से हल किया जा सकता है। कुछ विधियाँ नीचे दर्शाई गईं हैं —

(a) पहली विधि

$$(15 + 2) + \left(\frac{3}{10} + \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{4}{100} + \frac{8}{100}\right)$$
$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{12}{100}$$
$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{100}$$
$$= 17 + \frac{10}{10} + \frac{2}{100}$$
$$= 18\,\frac{2}{100}$$

दस शतांश और एक दशांश समान हैं।

(b) दूसरी विधि

$$\begin{array}{rrrr} & 15 & \frac{3}{10} & \frac{4}{100} \\ + & 2 & \frac{6}{10} & \frac{8}{100} \\ \hline = & 17 & \frac{9}{10} & \frac{12}{100} \\ = & 17 & \frac{10}{10} & \frac{2}{100} \\ = & 18 & & \frac{2}{100} \end{array}$$

? क्या ये दोनों विधियाँ भिन्न-भिन्न हैं?

? नीचे 483 + 268 के लिए दिए गए योग को देखिए। क्या आप ऊपर दर्शाई गईं विधियों तथा इस विधि के बीच कोई समानताएँ देख रहे हैं?

$$
\begin{aligned}
&(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8) \\
&= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8) \\
&= 600 + 140 + 11 \\
&= 600 + 150 + 1 \\
&= 700 + 50 + 1 \\
&= 751
\end{aligned}
$$

कोई भी व्यक्ति $15\frac{3}{10}\ \frac{4}{100} + 2\frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ को शतांशों में परिवर्तित करके योगफल ज्ञात कर सकता है जैसा कि नीचे दर्शाया गया है—

(c) $$(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$$

$$= 17 + \frac{102}{100}$$

$$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$$

$$= 18\frac{2}{100}$$

100 शतांश 1 इकाई के बराबर होते हैं।

(d) $$\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$$

$$= \frac{1802}{100}$$

$$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$$

$$= 18\frac{2}{100}$$

1500 शतांश 15 के बराबर है तथा 200 शतांश 2 के बराबर है।

? अंतर ज्ञात कीजिए। $25\frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$ में क्या अंतर है?

इसे हल करने की एक विधि—

$$
\begin{array}{r} 25\frac{9}{10} \\ -\,6\frac{4}{10}\ \frac{7}{100} \\ \hline \end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r} 25\frac{8}{10}\ \frac{10}{100} \\ -\,6\frac{4}{10}\ \frac{7}{100} \\ \hline \end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{r} 25\frac{8}{10}\ \frac{10}{100} \\ -\,6\frac{4}{10}\ \frac{7}{100} \\ \hline = 19\frac{4}{10}\ \frac{3}{100} \end{array}
$$

? शतांशों में परिवर्तित कर इसे हल कीजिए। अंतर ज्ञात कीजिए—

$15 \frac{3}{10} \frac{4}{100} - 2 \frac{6}{10} \frac{8}{100}$?

इसे हल करने की एक विधि यह है—

$$\begin{array}{ccc}
15 \; \frac{3}{10} \;\; \frac{4}{100} & 15 \; \frac{2}{10} \;\; \frac{14}{100} & 14 \; \frac{12}{10} \;\; \frac{14}{100} \\[2ex]
-2 \; \frac{6}{10} \;\; \frac{8}{100} & -2 \; \frac{6}{10} \;\; \frac{8}{100} & -2 \;\; \frac{6}{10} \;\; \frac{8}{100} \\
\hline
 & & = 12 \;\; \frac{6}{10} \;\; \frac{6}{100}
\end{array}$$

653 – 268 के लिए नीचे घटाने की प्रक्रिया को देखिए। क्या आप इस प्रक्रिया में और ऊपर दी गई विधियों के बीच कोई समानताएँ देख पा रहे हैं? गणित चर्चा

$$\begin{aligned}
&(600 + 50 + 3) - (200 + 60 + 8) \\
&= (600 - 200) + (50 - 60) + (3 - 8) \\
&= (600 - 200) + (40 - 60) + (13 - 8) \\
&= (600 - 200) + (40 - 60) + 5 \\
&= (500 - 200) + (140 - 60) + 5 \\
&= 300 + 80 + 5 \\
&= 385
\end{aligned}$$

? **पता लगाइए**

योग और अंतर ज्ञात कीजिए—

(a) $\frac{3}{10} + 3 \frac{4}{100}$

(b) $9 \frac{5}{10} \frac{7}{100} + 2 \frac{1}{10} \frac{3}{100}$

(c) $15 \frac{6}{10} \frac{4}{100} + 14 \frac{3}{10} \frac{6}{100}$

(d) $7 \frac{7}{100} - 4 \frac{4}{100}$

(e) $8 \frac{6}{100} - 5 \frac{3}{100}$

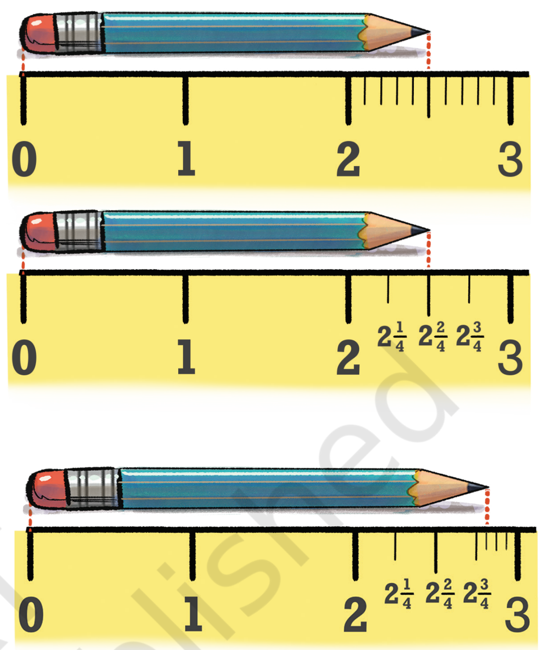
(f) $12 \frac{6}{10} \frac{2}{100} - \frac{9}{10} \frac{9}{100}$

3.4 दशमलव स्थानीय मान

आपने इस ओर अवश्य ही ध्यान दिया होगा कि जब भी हमें किसी वस्तु को अधिक सटीकता के साथ मापने की आवश्यकता होती है हम एक भाग को 10 छोटे समान भागों में विभक्त करते हैं अर्थात हम एक इकाई को 10 दशांशों में तथा फिर प्रत्येक दशांश को 10 शतांशों में विभक्त करते हैं और उसके बाद इन छोटे भागों को हम मापन में उपयोग करते हैं।

? क्या हम एक इकाई को 4 समान भागों में, 5 समान भागों में, 8 समान भागों में अथवा किन्हीं अन्य समान भागों में विभक्त नहीं कर सकते?

हाँ, हम कर सकते हैं। नीचे दिया गया उदाहरण यह तुलना प्रस्तुत करता है कि जब इकाई को 10 या 4 समान भागों में विभक्त किया जाता है तब किस प्रकार एक ही लंबाई को उन दो विभिन्न स्थितियों में निरूपित किया जाता है।



यहाँ तक कि यदि और अधिक सटीक मापन की आवश्यकता है तो प्रत्येक चतुर्थांश को और आगे चार समान भागों में विभक्त किया जा सकता है। तब प्रत्येक भाग एक इकाई का $\frac{1}{16}$ भाग मापता है अर्थात ऐसे 16 भागों से 1 इकाई बनती है।

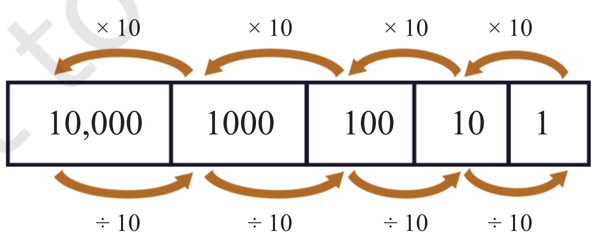
? तो एक इकाई को सदैव 10 भागों में ही क्यों विभक्त करें?

इसका कारण भारतीय स्थानीय मान पद्धति में 10 के द्वारा निभाई जाने वाली विशिष्ट भूमिका है। भारतीय स्थानीय मान पद्धति में लिखी एक पूर्ण संख्या में उदाहरणार्थ, 284 में 2 का स्थानीय मान सैकड़ा (100) है, 8 का स्थान दहाई (10) है तथा 4 का स्थान इकाई (1) है। प्रत्येक स्थान का स्थानीय मानक अपने से ठीक दाईं ओर के स्थानीय मान का 10 गुना है। तुलनात्मक रूप में प्रत्येक स्थान अपने से ठीक बाईं ओर के स्थान से 10 गुना छोटा है।

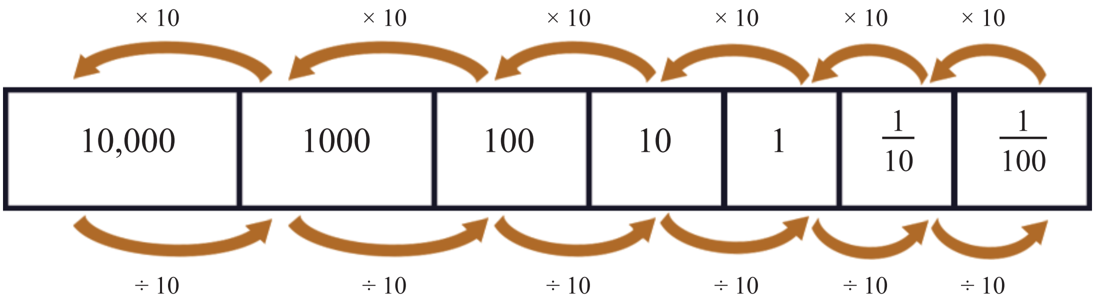
10 इकाइयों से 1 दहाई बनती है।

10 दहाइयों से 1 सैकड़ा बनता है।

10 सैकड़ों से 1 हजार बनता है इत्यादि।



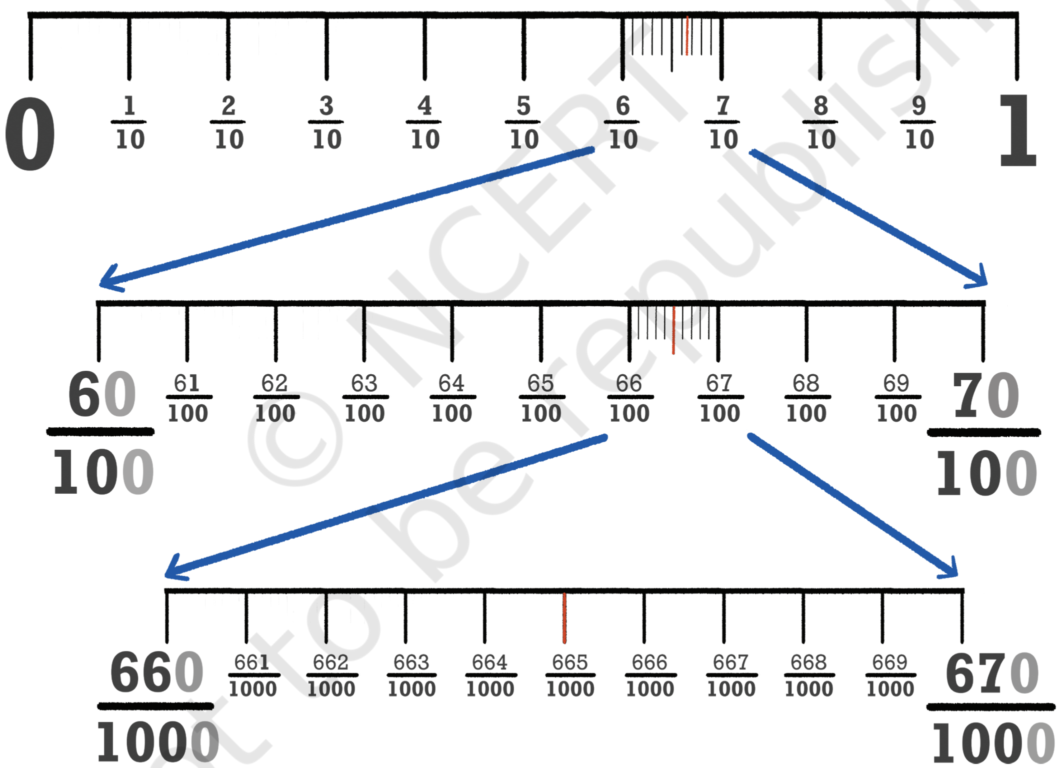
संख्याओं को लिखने की इस पद्धति को एक से छोटी राशियों के लिए विस्तार करने के लिए हम एक इकाई को 10 समान भागों में विभाजित करते हैं। इससे क्या प्राप्त होता है? इससे एक दशांश प्राप्त होता है। एक दशांश को 10 समान भागों में विभाजित करने पर एक शतांश प्राप्त होता है इत्यादि।



? क्या हम इसे और आगे विस्तार कर सकते हैं?

? जब $\frac{1}{100}$ को 10 समान भागों में विभक्त किया जाएगा, तब भिन्न क्या होगा?

यह $\frac{1}{1000}$ होगा अर्थात ऐसे एक हजार भागों से एक इकाई बनती है। इसलिए यह भाग एक सहस्त्रांश कहलाता है।



जिस प्रकार 10,000 के बाईं ओर विस्तार करने पर प्रत्येक चरण में हम बड़े स्थानीय मान प्राप्त करते हैं, उसी प्रकार हम $\frac{1}{1000}$ के दाईं ओर विस्तार करते हुए प्रत्येक चरण पर छोटे स्थानीय मान भी प्राप्त कर सकते हैं।

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

1,00,000	10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10,000}$

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

संख्याओं को लिखने की यह विधि 'दशमलव पद्धति' कहलाती है, क्योंकि यह संख्या 10 पर आधारित है। लैटिन में 'डेसेम (decem)' का अर्थ दस है जो संस्कृत शब्द दश के सजातीय है। अनेक भारतीय भाषाओं में 10 के लिए ऐसे ही समान शब्दों के भी सजातीय हैं, जिनमें ओड़िया, कोंकणी, मराठी, गुजराती, हिंदी, काश्मीरी, बोडो और असमिया सम्मिलित हैं। हम संख्याओं को लिखने की और अधिक अन्य विधियों के बारे में बाद की कक्षाओं में अध्ययन करेंगे।

कितना बड़ा?

हम पहले से ही जानते हैं कि 10 एक सौ से मिलकर 1000 बनता है तथा 100 एक सौ से 10000 बनता है।

? इसी प्रकार के प्रश्न हम भिन्नात्मक भागों के बारे में भी पूछ सकते हैं—

(a) कितने सहस्त्रांशों से एक इकाई बनती है?

(b) कितने सहस्त्रांशों से एक-दशांश बनता है?

(c) कितने सहस्त्रांशों से एक-शतांश बनता है?

(d) कितने दशांशों से एक दहाई बनती है?

(e) कितने शतांशों से एक दहाई बनती है?

? इसी प्रकार के कुछ और प्रश्न बनाइए तथा उनके उत्तर दीजिए।

संकेतन, संख्या लेखन एवं पठन

हम संख्याओं को एक विशिष्ट विधि में लिखते आ रहे हैं, जैसे 4 × 100 (4 सैकड़े) + 5 × 10 (5 दहाई) + 6 × 1 (6 इकाई)। 456 की बजाय क्या इसी प्रकार हम दशांशों और शतांशों को लिखना छोड़ सकते हैं?

? क्या मात्रा $4\frac{2}{10}$ को 42 ($2 \times \frac{1}{10}$ में $\frac{1}{10}$ को छोड़कर) लिखा जा सकता है? यदि हाँ तो हमें कैसे ज्ञात होगा कि 42 का अर्थ 4 दहाई और 2 इकाई है या इसका अर्थ 4 इकाई और 2 दशांश है?

गणित चर्चा

इसी प्रकार 705 के अर्थ ये हो सकते हैं—

(a) 7 सैकड़े और 0 दहाई और 5 इकाई (700 + 0 + 5)

(b) 7 दहाई और 0 इकाई और 5 दशांश $\left(70 + 0 + \frac{5}{10}\right)$

(c) 7 इकाई और 0 दशांश और 5 शतांश $\left(7+\frac{0}{10}+\frac{5}{100}\right)$

क्योंकि ये अलग-अलग मात्राएँ हैं अत: हमें इन्हें लिखने की भिन्न-भिन्न विधियों की आवश्यकता है।

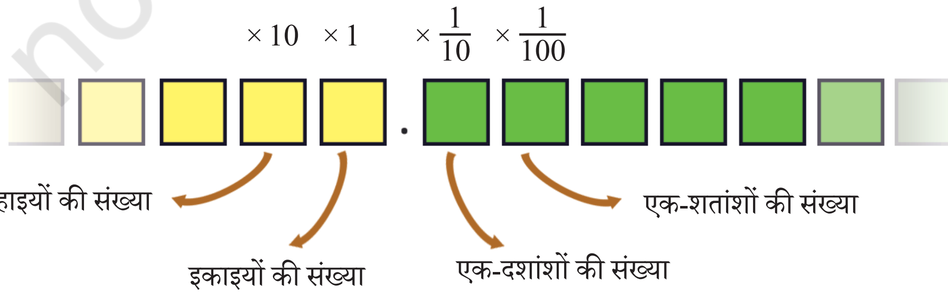
दो पूर्णांकों के मध्य में जब भिन्नात्मक भाग प्रारंभ होते हैं उस स्थान की पहचान करने के लिए हम एक पृथक्कारक के रूप में ('.') एक बिंदु का उपयोग करते हैं, जिसे **दशमलव बिंदु** कहा जाता है।

तब उपरोक्त राशियाँ दशमलव संकेतन में इस प्रकार लिखी जाती हैं—

राशि	दशमलव संकेतन
7 सैकड़े और 5 इकाई (700 + 0 + 5)	705
7 दहाई और 5 दशांश $\left(70+0+\frac{5}{10}\right)$	70.5
7 इकाई और 5 शतांश $\left(7+0+\frac{5}{100}\right)$	7.05

इन संख्याओं को जब स्थानीय मानों के माध्यम से दर्शाया जाता है तब वे निम्नलिखित प्रकार के होते हैं—

दशमलव संख्या	सैकड़े	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
705	7×100	0×10	5×1		
70.5		7×10	0×1	$5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	$0 \times \frac{1}{10}$	$5 \times \frac{1}{100}$



इस प्रकार दशमलव संकेतन संख्याओं की भारतीय स्थानीय मान पद्धति का भिन्नात्मक भागों के लिए एक स्वाभाविक विस्तार है। जैसे कि 705 का अर्थ $7 \times 100 + 5 \times 1$ है, उसी प्रकार 70.5 का अर्थ $7 \times 10 + 5 \times \frac{1}{10}$ है तथा 7.05 का अर्थ $7 \times 1 + 5 \times \frac{1}{100}$ है।

हम देख चुके हैं कि संख्याओं को किस प्रकार दशमलव बिंदु ('.') का उपयोग करते हुए लिखा जाता है। परंतु हम इन संख्याओं को किस प्रकार पढ़ते या बोलते हैं?

हम जानते हैं कि 705 को 'सात सौ पाँच' पढ़ा जाता है। 70.5 को **सत्तर दशमलव पाँच (सत्तर और पाँच-दशांश** संक्षिप्त में) पढ़ा जाता है। 7.05 को **सात दशमलव शून्य पाँच (सात और पाँच-शतांश** संक्षिप्त में) पढ़ा जाता है। 0.274 को **शून्य दशमलव दो सात चार** पढ़ा जाता है। हम इसे **शून्य दशमलव दो सौ चौहत्तर** नहीं पढ़ते हैं क्योंकि 0.274 का अर्थ **2 दशांश और 7 शतांश और 4 सहस्त्रांश** है।

? पृष्ठ संख्या 62 पर दी गई तालिका की तरह एक स्थानीय मान-तालिका बनाइए। नीचे दी प्रत्येक राशि को स्थानीय मान के माध्यम से दशमलव रूप में लिखिए तथा इस प्रकार प्राप्त संख्या को पढ़िए—

(a) 2 इकाई, 3 दशांश और 5 शतांश

(b) 1 दहाई और 5 दशांश

(c) 4 इकाई और 6 शतांश

(d) 1 सैकड़ा, 1 इकाई और 1 शतांश

(e) $\frac{8}{100}$ और $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}$, $4\frac{1}{10}$ और $7\frac{7}{1000}$

बड़ी संख्याओं वाले अध्याय में, हमने सीखा था कि 23 सैकड़ों को किस प्रकार लिखा जाता है। 23 सैकड़े $= 23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$ है।

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
	23		
2	3	0	0

इसी प्रकार 23 दहाइयाँ निम्नलिखित होंगी—

23 दहाइयाँ $= 23 \times 10 = 200 + 30 = 230$

हजार	सैकड़ा	दहाई	इकाई
		23	
	2	3	0

? हम 234 दशांश को दशमलव रूप में किस प्रकार लिख सकते हैं?

234 दशांश = $\frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

= 23.4

सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शतांश
			234	
	2	3 •	4	

? इन संख्याओं को दशमलव रूप में लिखिए— (a) 234 शतांश (b) 105 दशांश

3.5 मापन इकाइयाँ

लंबाई परिवर्तन

हम कुछ वर्षों से एक मापक (रूलर) के उपयोग द्वारा लंबाई मापना देख चुके हैं। हम यह भी जानते हैं कि 1 से.मी. = 10 मि.मी. (मिलीमीटर) होता है।

? 1 मिलीमीटर में कितने से.मी. होते हैं?

1 मि.मी. = $\frac{1}{10}$ से.मी. = 0.1 से.मी. (अर्थात एक से.मी. का एक–दशांश) है।

? निम्नलिखित में कितने से.मी. हैं? (a) 5 मि.मी. (b) 12 मि.मी.

5 मि.मी. = $\frac{5}{10}$ से.मी. = 0.5 से.मी.

12 मि.मी. = 10 मि.मी. + 2 मि.मी.

= 1 से.मी. + $\frac{2}{10}$ से.मी.

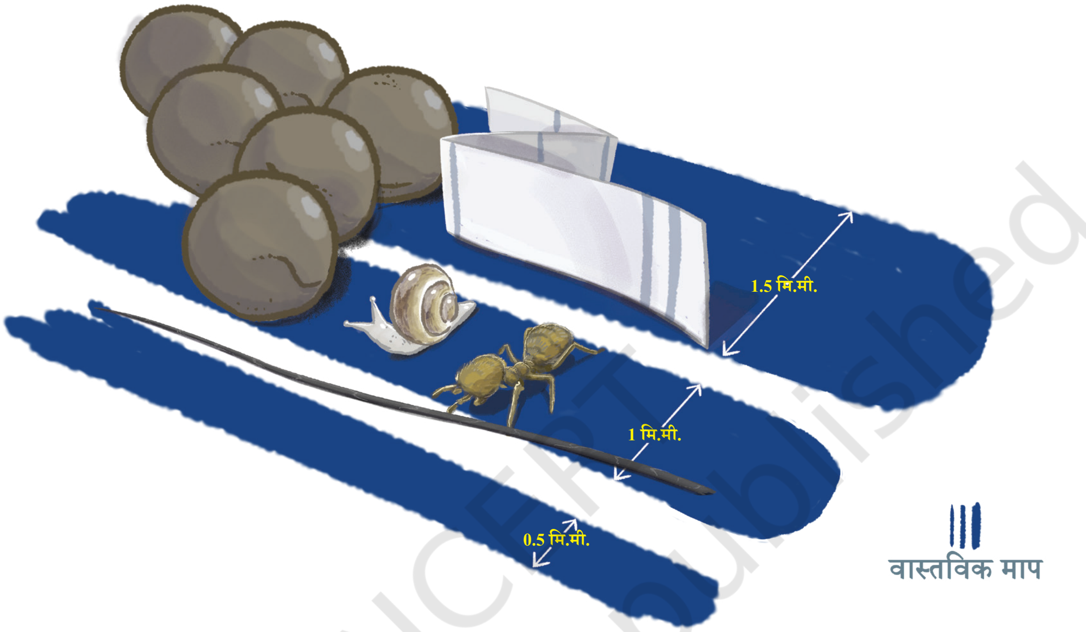
= 1.2 से.मी.

5.6 से.मी. कितने मि.मी. के बराबर है? 1 से.मी. में 10 मि.मी. होते हैं तथा 1 से.मी. = मि.मि. अत: 5.6 से.मी. (5 से.मी. + 0.6 से.मी.) = 56 मि.मी. है।

नीचे दिए गए रिक्त स्थानों को भरिए (मि.मी. < – > से.मी.) —

12 मि.मी. = 1.2 से.मी.	56 मि.मी. = 5.6 से.मी.	70 मि.मी. = ________
________ = 0.9 से.मी.	134 मि.मी. = ________	________ = 203.6 से.मी.

नीचे दिए हुए चित्र यह दर्शाते हैं कि कुछ वस्तुएँ कितनी छोटी होती हैं। प्रत्येक का एक सन्निकट मापन ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।



- तीन नीली पट्टियाँ पेन से चिह्न बनाने के प्रतीकात्मक सापेक्ष मापों को निरूपित करती हैं। सूक्ष्म चिह्न, मध्यम चिह्न और गहरा चिह्न।
- मानव के बालों की मोटाई लगभग 0.1 मि.मी. होती है।
- एक समाचार पत्र की मोटाई 0.05 मि.मी. से 0.08 मि.मी. हो सकती है।
- सरसों के बीजों की मोटाई 1-2 मि.मी. होती है।
- अब तक खोजी गई चीटियों की सबसे छोटी प्रजाति कैरबारा ब्रूनी (Carabera Bruni) की कुल लंबाई 0.8 – 1 मि.मी. होती है। ये श्रीलंका और चीन में पाई जाती हैं।
- अब तक खोजी गई भूमि घोंघा प्रजातियों में सबसे छोटे घोंघे एक्मेल्ला नाना (Acmella Nana) के खोल का व्यास 0.7 मि.मी. होता है। ये मलेशिया में पाए जाते हैं।

हम यह भी जानते हैं कि 1 मी. = 100 से.मी. है। इसके आधार पर हम कह सकते हैं कि —

$$1 \text{ से.मी.} = \frac{1}{100} \text{ मी.} = 0.01 \text{ मी.}$$

(a) 10 से.मी. (b) 15 से.मी. कितने मी. के बराबर है?

10 से.मी. = $\frac{1}{10}$ मी. = 0.1 मी. है।

क्योंकि प्रत्येक से.मी. एक मीटर का एक-शतांश होता है। अतः 15 से.मी. को इस प्रकार लिखा जा सकता है—

15 से.मी. $= \frac{15}{100}$ मी.

$= \frac{10}{100}$ मी. $+ \frac{5}{100}$ मी.

$= \frac{1}{10}$ मी. $+ \frac{5}{100}$ मी.

$= 0.15$ मी.

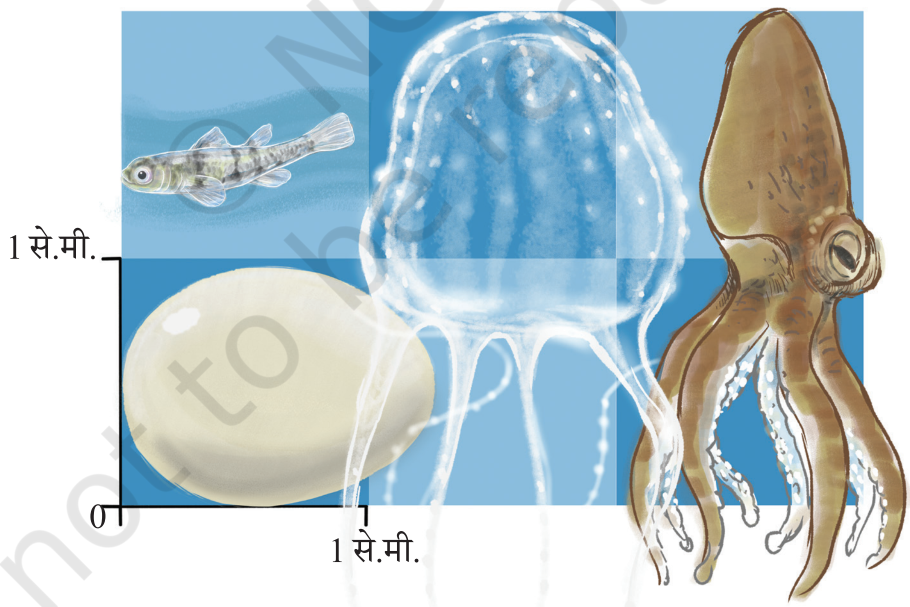
? नीचे दिए रिक्त स्थानों को भरिए। (से.मी. < – > मी.)—

36 से.मी. = _______	50 से.मी. = _______	_______ = 0.89 मी.
4 से.मी. = _______	325 से.मी. = _______	_______ = 2.07 मी.

? 1 मीटर में कितने मि.मी. होते हैं?

? क्या हम 1 मि.मी. $= \frac{1}{1000}$ मी. लिख सकते हैं?

यहाँ हमारे पास प्रकृति की छोटी वस्तुओं के बारे में कुछ और रोचक तथ्य हैं।



- सामान्यतः हमिंग पक्षी के अंडे की लंबाई 1.3 से.मी. तथा चौड़ाई 0.9 से.मी. होती है।
- फिलीपीन गोबी की लंबाई लगभग 0.9 से.मी. होती है। यह फिलीपीन्स और अन्य दक्षिण एशियाई देशों में पाई जाती है।

- सबसे छोटी ज्ञात जेलीफिश इरूकंदजी के पेट का माप 0.5 – 2.5 से.मी. होता है। इसके जाल की लंबाई 1 मी. तक हो सकती है। ये ऑस्ट्रेलिया में पाई जाती हैं। इसका जहर मानव के लिए घातक हो सकता है।
- विश्व में सबसे छोटा ज्ञात ऑक्टोपस वोल्फी ऑक्टोपस (Wolfi octopus) जिसे स्टार–सकर (Star–sucker) पिग्मी ऑक्टोपस भी कहा जाता है। इसका सामान्य आकार लगभग 1–2.5 से.मी. होता है तथा इसका भार 1 ग्राम से कम होता है। ये प्रशांत महासागर में पाए जाते हैं।

भार परिवर्तन

आइए, एक किलोग्राम (कि.ग्रा.) पर दृष्टि डालें। हम जानते हैं कि 1 कि.ग्रा. = 1000 ग्राम (ग्रा.) होता है। हम कह सकते हैं कि

$$1 \text{ ग्रा.} = \frac{1}{1000} \text{ कि.ग्रा.} = 0.001 \text{ कि.ग्रा.}$$

? 5 ग्रा. कितने किलोग्राम के बराबर है?

$$5 \text{ ग्रा.} = \frac{5}{1000} \text{ कि.ग्रा.} = 0.005 \text{ कि.ग्रा.}$$

? 10 ग्रा. कितने किलोग्राम के बराबर है?

$$10 \text{ ग्रा.} = \frac{10}{1000} \text{ कि.ग्रा.} = \frac{1}{100} \text{ कि.ग्रा.} = 0.010 \text{ कि.ग्रा.}$$

क्योंकि प्रत्येक ग्राम एक कि.ग्रा. का एक सहस्त्रांश है, अत: 254 ग्राम को लिखा जा सकता है —

$$254 \text{ ग्रा.} = \frac{254}{1000} \text{ कि.ग्रा.}$$

$$= \left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right) \text{ कि.ग्रा.}$$

$$= \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right) \text{ कि.ग्रा.}$$

$$= 0.254 \text{ कि.ग्रा.}$$

? नीचे दिए रिक्त स्थानों को भरिए (ग्रा. < – > कि.ग्रा.)

465 ग्रा. = ________	68 ग्रा. = __________	1560 ग्रा. = _________
704 ग्रा. = ________	_________ = 0.56 कि.ग्रा.	________ = 2.5 कि.ग्रा.

नीचे दिए गए चित्र पर दृष्टि डालिए जिसमें चावल की विभिन्न मात्राएँ दर्शाई गईं हैं। यहाँ 1 ग्राम की ढेरी से प्रारंभ करते हुए पिछली ढेरी या पैकट से 10 गुनी भारी उत्तरोत्तर ढेरियाँ ज्ञात की जा सकती हैं। इस चित्र में चावलों का कुल भार 11.111 कि.ग्रा. है।

साथ ही

1 ग्राम (ग्रा.) = 1000 मिलीग्राम (मि.ग्रा.) होता है। अत: 1 मि.ग्रा. = $\frac{1}{1000}$ ग्राम = 0.001 ग्राम है।

रुपये – पैसे परिवर्तन

आपने 'पैसे' के बारे में सुना होगा। 100 पैसे 1 रुपये के बराबर होते हैं। जैसे कि हमारे पास रुपयों के लिए सिक्के और नोट हैं। इसी प्रकार कुछ समय पूर्व तक पैसों के लिए सिक्कों का उपयोग किया जाता था। 1 पैसा, 10 पैसे, 20 पैसे, 25 पैसे और 50 पैसे के लिए सिक्के होते थे। 25 पैसे और उससे कम राशि के सिक्कों को वर्ष 2011 में उपयोग से हटा लिया गया था। परंतु हमें अभी भी बिलों खातों के विवरण इत्यादि में पैसे दिखाई देते हैं।

$$1 \text{ रुपया} = 100 \text{ पैसे हैं।}$$

$$1 \text{ पैसा} = \frac{1}{100} \text{ रुपये} = 0.01 \text{ रुपये है।}$$

क्योंकि प्रत्येक पैसा एक रुपये का एक शतांश है अत:

$$75 \text{ पैसे} = \frac{75}{100} \text{ रुपये}$$

$$= \left(\frac{70}{100} + \frac{5}{100}\right) \text{ रुपये}$$

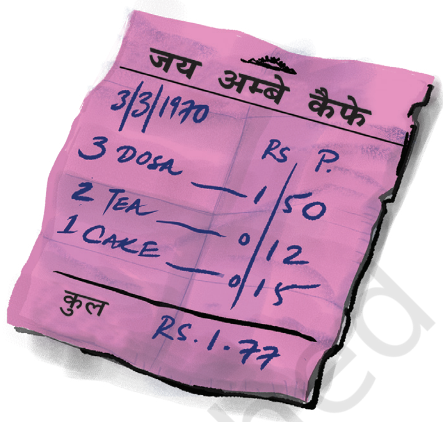
$$= \left(\frac{7}{10} + \frac{5}{100}\right) \text{ रुपये}$$

$$= 0.75 \text{ रुपये}$$

? नीचे दिए गए रिक्त स्थानों को भरिए (रुपये < – > पैसे)

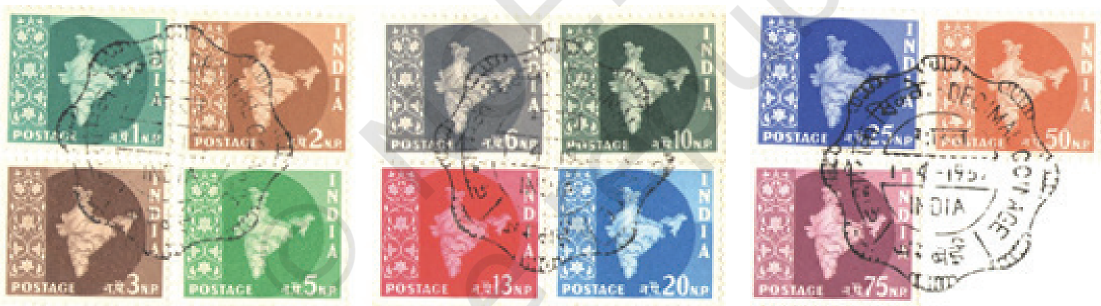
10 पैसे = ________	______पैसे = ₹ 0.05	______पैसे = ₹ 0.36
________ = ₹ 0.50	99 पैसे = ________	250 पैसे = ________

1970 के दौरान एक मसाला दोसा का मूल्य केवल 50 पैसे था, एक केला 20–25 पैसे में खरीदा जा सकता था, एक मुट्ठी पुदीना 2–3 पैसे में उपलब्ध था तथा एक कि.ग्रा. चावल का मूल्य ₹ 2.45 था।



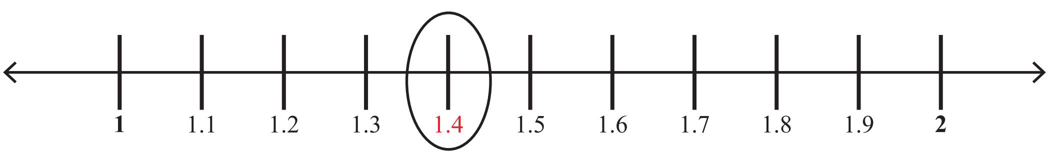
? विद्यालय में वयस्क व्यक्तियों के साथ उनके बचपन के समय में प्रचलित विभिन्न उत्पादों और सेवाओं के मूल्यों पर चर्चा कीजिए। पुराने सिक्कों और डाक टिकटों को खोजने का प्रयास कीजिए।

प्रयास करें



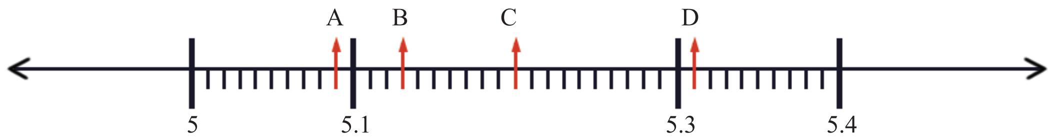
3.6 दशमलवों की स्थितियाँ ज्ञात करना तथा उनकी तुलना करना

आइए, दशमलव संख्या 1.4 पर विचार करें। यह 1 इकाई और 4 दशांशों के समान है। इसका अर्थ है कि 1 और 2 के बीच की इकाई को 10 समान भागों में विभाजित किया गया है तथा इनमें से चार भाग ले लिए जाते हैं। अत: 1 और 2 के बीच में 1.4 स्थित है। एक संख्या रेखा खींचिए तथा 1 और 2 के बीच की इकाई को 10 समान भागों में विभाजित कीजिए। इनमें से चौथा भाग लीजिए। इस प्रकार हम संख्या रेखा पर 1.4 प्राप्त करते हैं।



? संख्या रेखा पर 1 और 1.1 के बीच सभी विभाजनों के नाम लिखिए।

? पहचान कीजिए और दिए हुए अक्षरों के सम्मुख दशमलव संख्याएँ लिखिए।



शून्य की दुविधा!

? सोनू कहता है कि 0.2 को 0.20, 0.200 के रूप में भी लिखा जा सकता है; जारा सोचती है कि दाईं ओर शून्य लगाने पर उस दशमलव संख्या का मान बदल सकता है। आप क्या सोचते हैं?

हम स्थानीय मानों का उपयोग करते हुए इन संख्याओं द्वारा निरूपित राशियों पर एक दृष्टि डालकर इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात कर सकते हैं।

दशमलव संख्या	इकाई	दशांश	शतांश	सहस्त्रांश
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

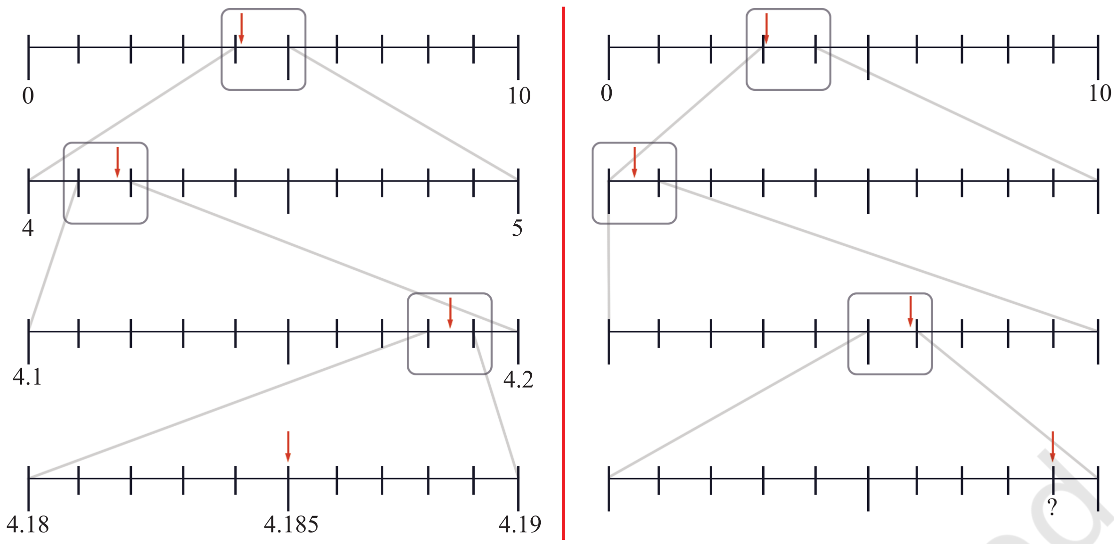
हम देख सकते हैं कि 0.2, 0.20, 0.200 सभी समान हैं, क्योंकि ये एक ही राशि को निरूपित करते हैं जो कि दशांश 2 है, परंतु 0.2, 0.02 और 0.002 भिन्न-भिन्न हैं।

? क्या आप बता सकते हैं कि उपरोक्त में से कौन-सी संख्या सबसे छोटी है तथा कौन-सी सबसे बड़ी है?

? इनमें से कौन-कौन सी संख्याएँ समान हैं? 4.5, 4.05, 0.405, 4.50, 4.005, 04.50

आगे चित्र (a) में दी गई संख्या रेखाओं को देखिए। प्रत्येक स्तर पर संख्या रेखा के एक विशेष भाग को संख्या 4.185 निर्धारित करने के लिए आवर्धित किया गया है।

? चित्र (b) की अंतिम संख्या रेखा में उस दशमलव संख्या की पहचान कीजिए जिसे '?' द्वारा व्यक्त किया गया है।

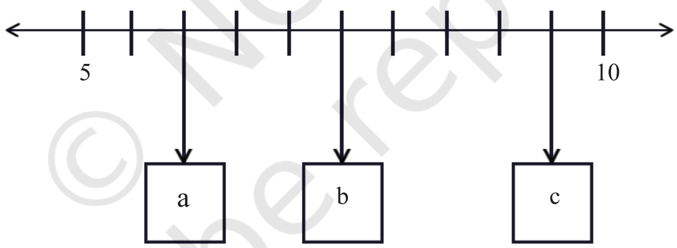


(a) (b)

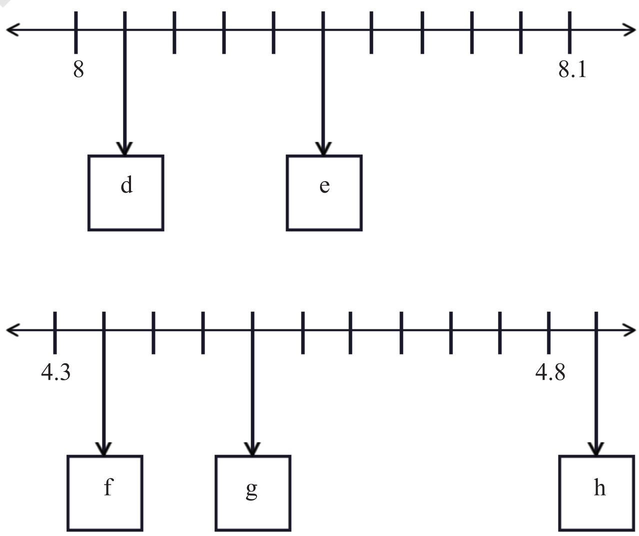
ऐसी ही संख्या रेखाएँ निम्नलिखित दशमलव संख्याओं के लिए बनाइए—

(a) 9.876 (b) 0.407

नीचे दर्शाई संख्या रेखा में, 'a', 'b' और 'c' से अंकित बक्से कौन-सी दशमलव संख्याएँ व्यक्त करते हैं?



'b' से अंकित बक्सा दशमलव संख्या 7.5 के संगत है। क्या आपने देखा कि ऐसा कैसे हुआ? 5 और 10 के बीच में 5 इकाइयाँ हैं जिन्हें10 समान भागों में विभाजित किया गया है। अत: प्रत्येक 2 विभाजनों से एक इकाई बनती है। अत: प्रत्येक विभाजन $\frac{1}{2}$ इकाई है। 'a' और 'c' कौन-सी संख्याएँ व्यक्त करते हैं?



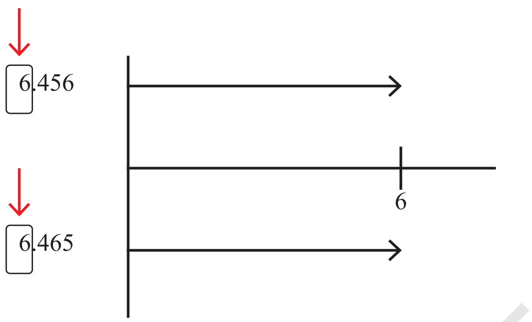
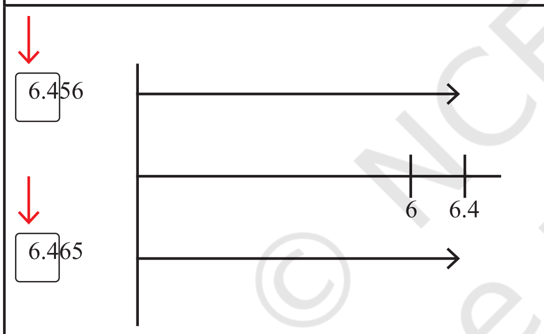
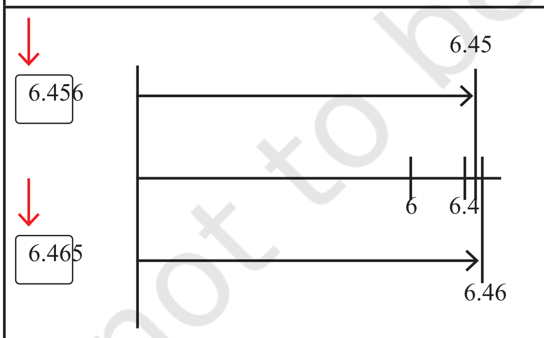
❓ इसी प्रकार के तर्क का उपयोग करते हुए नीचे दिए गए बक्सों की दशमलव संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

❓ इनमें से कौन-सी संख्या बड़ी है — 6.456 या 6.465?

इसका उत्तर देने के लिए हम संख्या रेखा के उपयोग से दोनों दशमलव संख्याओं की स्थिति निर्धारित कर सकते हैं तथा दिखा सकते हैं कि कौन-सी संख्या बड़ी है।

हम यह कार्य प्रत्येक स्थान के संगत अंकों की तुलना करके भी कर सकते हैं, जैसा कि हमने पूर्ण संख्याओं की स्थिति में किया था।

यह तुलना चरणबद्ध विधि द्वारा नीचे दर्शाई जा रही है। ध्यान दीजिए कि नीचे दिया गया चित्रीयकरण मापक (स्केल) के अनुसार नहीं है।

	दोनों संख्याओं में 6 इकाई हैं।
	दोनों संख्याओं में 6 इकाई और 4 दशांश हैं।
	दोनों संख्याओं में 6 इकाई और 4 दशांश हैं। परंतु पहली संख्या में 5 शतांश हैं जबकि दूसरी संख्या में 6 शतांश हैं।

हमने दो संख्याओं के सबसे अधिक सार्थक अंकों (उच्चतम स्थानीय मान वाले अंक) की तुलना करके प्रारंभ किया। यदि ये दोनों अंक समान हैं तो हम अगले छोटे स्थानीय मान की तुलना करते हैं। हम यह प्रक्रिया तब तक जारी रखते हैं जब तक हम उस स्थान पर न पहुँच जाएँ जहाँ दोनों अंक समान नहीं हैं। इस स्थान पर बड़े अंक वाली संख्या दूसरी संख्या से बड़ी होगी।

❓ हम इस बिंदु पर आकर क्यों रुक सकते हैं? क्या हम सुनिश्चित कर सकते हैं कि इसके बाद जो भी अंक आएँगे उनसे हमारे निष्कर्ष पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा?

कौन-सी दशमलव संख्या बड़ी है?

(a) 1.23 या 1.32

(b) 3.81 या 13.800

(c) 1.009 या 1.090

निकटतम दशमलव

दशमलव संख्याओं 0.9, 1.1, 1.01 और 1.11 पर विचार कीजिए। उस दशमलव संख्या की पहचान कीजिए जो 1 के निकटतम है।

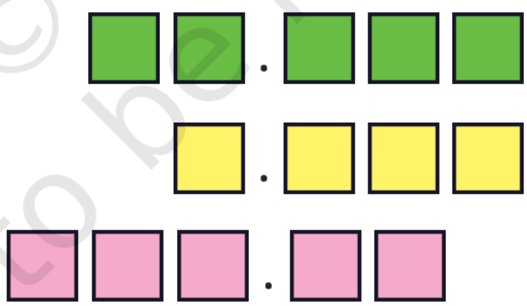
आइए इन दशमलव संख्याओं की तुलना करें। इन्हें आरोही क्रम में 1 के साथ व्यवस्थित करने पर हम $0.9 < 1.01 < 1.1 < 1.11$ प्राप्त करते हैं। 1 के निकट की संख्याओं में 1.01 संख्या 1 से 1/100 दूर है जबकि 0.9 संख्या 1 से 10/100 दूर है। अत: 1 के निकटतम 1.01 है।

❓ उपरोक्त में कौन-सी संख्या 1.09 के निकटतम है?

❓ इनमें से कौन-सी संख्या 4 के निकटतम है— 3.56, 3.65, 3.099?

❓ इनमें से कौन-सी संख्या 1 के निकटतम है— 0.8, 0.69, 1.08?

❓ नीचे दी प्रत्येक स्थिति में अंकों 4, 1, 8, 2 और 5 का केवल एक बार उपयोग करते हुए 25 के निकटतम संभावित दशमलव संख्या को बनाने का प्रयास कीजिए।



3.7 दशमलवों को जोड़ना और घटाना

❓ प्रिया को अपनी स्कर्ट के लिए 2.7 मी. कपड़े की आवश्यकता है तथा शैलजा को अपनी कुर्ती के लिए 3.5 मी. कपड़े की आवश्यकता है। कपड़े की कुल कितनी मात्रा की आवश्यकता है?

पहले हमें 2.7 मी. + 3.5 मी. का योग ज्ञात करना होगा।

पूर्व में हमने देखा था कि $2\frac{7}{10} + 3\frac{5}{10}$ को किस प्रकार जोड़ा जाता है (इसे नीचे भी दर्शाया गया है)। क्या आप इसी योग को दशमलव संकेतन का उपयोग करते हुए भी कर सकते हैं? इसे नीचे दर्शाया गया है।

अपने आकलन को साझा कीजिए।

$$\begin{array}{rl} & 2\frac{7}{10} \\ + & 3\frac{5}{10} \\ \hline = & 5\frac{12}{10} \\ = & 6\frac{2}{10} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} & \overset{1}{2}.7 \\ + & 3.5 \\ \hline = & 6.2 \end{array}$$

अत: 6.2 मी. कपड़े की आवश्यकता है।

? प्रिया के कपड़े की तुलना में शैलजा का कपड़ा कितना लंबा है?

हमें 3.5 मी. – 2.7 मी. के मध्य अंतर ज्ञात करना है। पुनः देखिए कि किस प्रकार $3\frac{5}{10} - 2\frac{7}{10}$ और 3.5 मी. – 2.7 मी. के अंतर को अभिकलित किया जाता है।

$$\begin{array}{rl} & 3\frac{5}{10} \\ - & 2\frac{7}{10} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{rl} & 2\frac{15}{10} \\ - & 2\frac{7}{10} \\ \hline = & 0\frac{8}{10} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} & 3.5 \\ - & 2.7 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{rl} & \overset{2}{\cancel{3}}.\overset{1}{5} \\ - & 2.7 \\ \hline = & 0.8 \end{array}$$

जैसा कि आप देख सकते हैं कि पूर्ण संख्याओं को जोड़ने और घटाने वाली मानक प्रक्रिया का उपयोग दशमलवों को जोड़ने और घटाने में भी किया जा सकता है।

इनमें निहित स्थानीय मान परिकलन का एक विस्तृत चित्रण नीचे 75.345 + 86.691 योग के लिए दर्शाया गया है। इसका संक्षिप्त रूप उसके ठीक आगे दिखाया गया है।

$$\begin{array}{llllll} 1\times100 & 1\times10 & 1\times1 & 1\times\frac{1}{10} & & \\ & 7\times10 & 5\times1 & 3\times\frac{1}{10} & 4\times\frac{1}{100} & 5\times\frac{1}{1000} \\ + & 8\times10 & 6\times1 & 6\times\frac{1}{10} & 9\times\frac{1}{100} & 1\times\frac{1}{1000} \\ \hline =1\times100 & 16\times10 & 12\times1 & 10\times\frac{1}{10} & 13\times\frac{1}{100} & 6\times\frac{1}{1000} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1\,1\;\;1} \\ 75.345 \\ +86.691 \\ \hline =162.036 \end{array}$$

? 84.691 – 77.345 के लिए विस्तृत स्थानीय मान गणना लिखिए तथा इसका संक्षिप्त रूप लिखिए।

प्रयास करें

? **पता लगाइए**

1. योग ज्ञात कीजिए—

(a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8

(c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10

(e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6

(g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487

2. अंतर ज्ञात कीजिए—

(a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8

(c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198

(e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1

(g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

दशमलव अनुक्रम

दशमलव संख्याओं के इस अनुक्रम को देखिए तथा प्रत्येक पद के बाद हुए परिवर्तन की पहचान कीजिए—

4.4, 4.8, 5.2, 5.6, 6.0, …

हम देख सकते हैं कि प्रत्येक पद में 0.4 जोड़कर अगला पद ज्ञात किया जा रहा है।

? इस अनुक्रम को जारी रखते हुए अगले तीन पद लिखिए।

? इसी प्रकार परिवर्तन की पहचान कीजिए और नीचे दिए गए प्रत्येक अनुक्रम के लिए अगले तीन पद लिखिए। इस गणना को मानसिक रूप से करने का प्रयास कीजिए।

(a) 4.4, 4.45, 4.5, … (b) 25.75, 26.25, 26.75, …

(c) 10.56, 10.67, 10.78, … (d) 13.5, 16, 18.5, …

(e) 8.5, 9.4, 10.3, … (f) 5, 4.95, 4.90, …

(g) 12.45, 11.95, 11.45, … (h) 36.5, 33, 29.5, …

? अपने स्वयं के अनुक्रम बनाइए तथा अपने सहपाठियों को प्रतिरूप (पैटर्न) का विस्तार करने के लिए चुनौती दीजिए।

योग और अंतर का आकलन

सोनू दशमलव संख्याओं के योग और अंतरों को देख चुका है तथा कहता है, "यदि हम दो दशमलव संख्याओं को जोड़ते हैं तो इनका योग सदैव इनकी पूर्ण संख्याओं वाले भागों के योग

से बड़ा होगा। साथ ही यह योग इनकी पूर्ण संख्याओं वाले भागों के योग से 2 से अधिक संख्या से सदैव कम होगा।”

आइए, इसके इस कथन का अर्थ समझने के लिए एक उदाहरण का उपयोग करें।

यदि जोड़ी जानी वाली संख्याएँ 25.936 और 8.202 हैं तो उसका कथन है कि इनका योग 25 + 8 (पूर्ण संख्याओं वाला भाग) से बड़ा होगा तथा 25 + 1 + 8 + 1 से छोटा होगा।

? उपरोक्त कथन के बारे में आप क्या सोचते हैं? जाँच कीजिए कि क्या यह इन संख्याओं के लिए सत्य है। क्या यह किन्हीं भी 2 दशमलव संख्याओं के लिए सही होगा? गणित चर्चा

? 25.93603259 और 8.202 के योग के बारे में क्या कह सकते हैं?

? इस प्रकार पूर्ण संख्याओं की उस सीमा को कम करने की एक विधि विकसित कीजिए जिसमें दोनों दशमलव संख्याओं का अंतर स्थित होगा। प्रयास करें

शिक्षक हेतु टिप्पणी — गणना से पूर्व परिणाम के आकलन से यह पहचान करने में सहायता मिल सकती है कि गणना में कोई त्रुटि तो नहीं हुई है।

3.8 दशमलव पद्धति पर और अधिक

दशमलव और मापन आपदाएँ

दशमलव बिंदु और इकाई परिवर्तन की त्रुटियाँ कभी-कभी छोटी प्रतीत हो सकती हैं, परंतु इनसे गंभीर समस्याएँ उत्पन्न हो सकती हैं। यहाँ कुछ वास्तविक घटनाएँ दी जा रही हैं जिनमें ऐसी त्रुटियों से बड़ी समस्याएँ प्रकट हुई हैं।

- 2013 में एम्सटर्डम नगर परिषद् (नीदरलैंड) के वित्त कार्यालय ने आवास लाभों में €1.8 मिलियन के स्थान पर एक प्रोग्रामन त्रुटि के कारण €188 मिलियन भेज दिए, जिसमें भुगतान यूरोज (Euros) के स्थान पर यूरो सेंटों (Euro Cents) में कर दिया गया था। (1 यूरो सेंट = $\frac{1}{100}$ यूरो)
- वर्ष 1983 में एक दशमलव त्रुटि ने एक एयर कनाडा बोईंग 767 के लिए लगभग एक आपदा उत्पन्न कर दी। कर्मचारियों ने ईंधन भरने का परिकलन गलती से किलोग्रामों के स्थान पर 22,300 पाउंड (Pounds) कर दिया, जितना आवश्यक था उससे लगभग आधा (1 पाउंड ~0.453 kg)। बीच हवा में उस वायुयान में जब ईंधन समाप्त होने लगा तब पायलटों को एक परित्यक्त एयरफील्ड में आपातकालीन लैंडिग करनी पड़ी। सौभाग्यवश सभी यात्री जीवित बच गए।

औषधि प्रदान करते समय दशमलव संख्याओं को त्रुटिपूर्वक पढ़ने से अनेक घटनाएँ हुई हैं। उदाहरणार्थ, 0.05 मि.ग्रा. (mg) को 0.5 मि.ग्रा. पढ़ने से किसी औषधि का उपयोग निर्धारित मात्रा

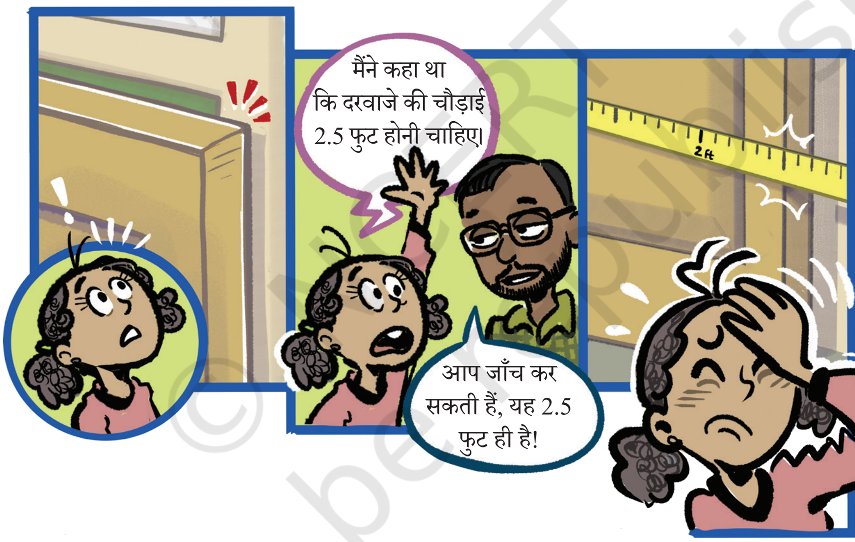
से 10 गुना अधिक हो सकता है। इसीलिए यह महत्वपूर्ण है कि इकाइयों तथा दशमलव बिंदु के स्थान की ओर विशेष रूप से ध्यान दिया जाए।

भ्रामक दशमलव संकेतन

सरयू को एक संदेश प्राप्त होता है, "बस स्टेशन पर अपराह्न के 4.5 घंटे बाद पहुँचेगी।" वह बस स्टेशन पर कब पहुँचेगी — 4:05 अपराह्न (p.m.), 4:50 अपराह्न, 4:25 अपराह्न?

इनमें से कोई नहीं। यहाँ 0.5 घंटे का अर्थ एक घंटे को 10 समान भागों में विभक्त करके उनमें से 5 भाग लेना है। प्रत्येक भाग 6 मिनट (60 मिनट/10) लंबा होगा। ऐसे 5 भागों से 30 मिनट बनते हैं। अतः वह बस स्टेशन पर 4:30 अपराह्न पर पहुँचेगी।

यहाँ एक दशमलव दुर्घटना की एक संक्षिप्त कहानी दी जा रही है। एक लड़की ने एक खुले स्थान की चौड़ाई को 2 फुट 5 इंच मापा तथा बढ़ई से एक 2.5 फुट चौड़ा दरवाजा बनाने के लिए कहा। बढ़ई 2 फुट 6 इंच चौड़ा दरवाजा बनाता है (क्योंकि 1 फुट = 12 इंच इसलिए 0.5 फुट = 6 इंच) और यह पूरी तरह बंद नहीं होता है।



यदि आप क्रिकेट मैच देखते हैं तो आपने 'शेष ओवर: 5.5' जैसी दशमलव दिखने वाली संख्याओं पर ध्यान दिया होगा। इसका क्या अर्थ है — 5 ओवर और 5 गेंदें? या 5 ओवर और 3 गेंदें? यहाँ, 5.5 ओवर का अर्थ $5\frac{5}{6}$ ओवर (क्योंकि 1 ओवर = 6 गेंदें) अर्थात 5 ओवर 5 गेंदें है।

? अन्य किन स्थानों पर हमें दशमलव जैसे संकेतन के साथ ऐसे अदशमलव दिखाई दे सकते हैं। गणित चर्चा

इतिहास की एक झलक – समय के साथ दशमलव संकेतन

अनेक भारतीय खगोलशास्त्रियों और गणितज्ञों के ग्रंथों में दशमलव भिन्न अर्थात $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ इत्यादि जैसे हरों वाली भिन्न पाए जाते हैं, जिनमें अंकगणित और बीजगणित पर श्रीधराचार्य का आठवीं शताब्दी का महत्वपूर्ण कार्य भी सम्मिलित है। आवश्यक रूप से दशमलव संकेतन के

आधुनिक रूप का विस्तृत रूप से वर्णन लगभग 950 सामान्य संवत् में एक अरब गणितज्ञ अबुल हसन अल-उक्लिदिसी की पुस्तक अल-फुसुल फी अल-हिसाब अल-हिन्दी (भारतीय अंकगणित पर अध्यायों की पुस्तक) में किया गया है। उसने संख्या 0.059375 को $\acute{0}059375$ के रूप में निरूपित किया।

पंद्रहवीं शताब्दी में पूर्ण संख्याओं को भिन्नात्मक भागों से पृथक करने के लिए भिन्न-भिन्न संकेतनों का उपयोग किया गया—

- पूर्ण संख्या भाग के अंतिम अंक के ऊपर एक ऊर्ध्वाधर चिह्न (जैसा ऊपर दर्शाया गया है)
- भिन्न-भिन्न रंगों का उपयोग
- दशमलव स्थानों की संख्या दर्शाने के लिए अंकीय सुपरस्क्रिप्ट का उपयोग (0.36 को $\overset{2}{36}$ लिखा जाएगा)

सोलहवीं शताब्दी में स्कॉटलैंड के एक गणितज्ञ जॉन नेपियर तथा एक जर्मन गणितज्ञ क्रिस्टोफर क्लैवियस ने पूर्ण संख्या और भिन्नात्मक भागों को पृथक करने के लिए बिंदु / अवधि ('.') का उपयोग किया, जबकि एक फ्राँसीसी गणितज्ञ फ्रेन्कोइस विएटे ने इसके स्थान पर अल्पविराम चिह्न (',') का उपयोग किया।

वर्तमान में अनेक देश पूर्णांकीय भाग और भिन्नात्मक भाग को पृथक करने के लिए अल्पविराम चिह्न का उपयोग करते हैं। इन देशों में 1,000.5 को 1000,5 लिखा जाता है (एक हजार पृथककर्ता के रूप में रिक्त स्थान है)। परंतु भारतीय स्थानीय मान पद्धति में भिन्नात्मक भागों वाली संख्याओं को लिखने के लिए दशमलव बिंदु को एक सबसे अधिक लोकप्रिय संकेतन के रूप में मान्यता दी गई है।

? पता लगाइए

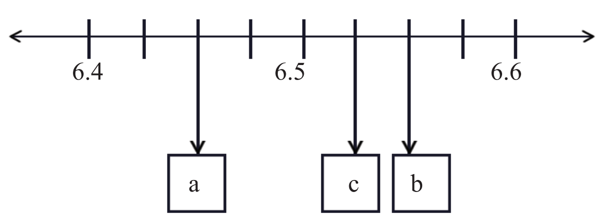
1. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलवों में परिवर्तित कीजिए—

   (a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

2. निम्नलिखित दशमलवों को दशांशों, शतांशों और सहस्त्रांशों के एक योग के रूप में परिवर्तित कीजिए—

   (a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

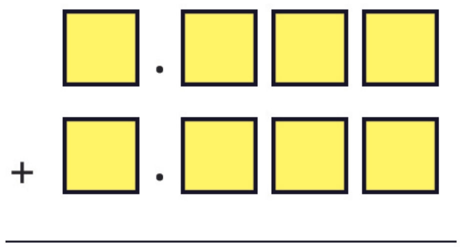
3. नीचे दी गई संख्या रेखा में प्रत्येक अक्षर कौन-सी दशमलव संख्या को निरूपित करता है?



4. निम्नलिखित राशियों को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए—
   (a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01
   (b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698
   (c) 4.678 ग्राम, 4.595 g, 4.600 ग्राम, 4.656 ग्राम, 4.666 ग्राम
   (d) 33.13 मीटर, 33.31 मीटर, 33.133 मीटर, 33.331 मीटर, 33.313 मीटर
5. अंकों 1, 4, 0, 8 और 6 के उपयोग से निम्नलिखित संख्याएँ बनाइए—
   (a) 30 के निकटतम दशमलव संख्या
   (b) 100 और 1000 के बीच संभव न्यूनतम दशमलव संख्या।
6. क्या अधिक अंकों वाली एक दशमलव संख्या, एक कम अंकों वाली दशमलव संख्या से सदैव बड़ी होगी?
7. माही ने 0.25 कि.ग्रा. फलियाँ, 0.3 कि.ग्रा. गाजर, 0.5 कि.ग्रा. आलू, 0.2 कि.ग्रा. शिमला मिर्च और 0.05 कि.ग्रा. अदरक खरीदा। उसके द्वारा खरीदी गई वस्तुओं का कुल भार ज्ञात कीजिए।
8. पिंटो प्रथम 3 दिनों में एक दूध की डेयरी को 3.79 लीटर, 4.22 लीटर और 4.25 लीटर दूध की आपूर्ति करता है। 6 दिनों में वह 25 लीटर दूध की आपूर्ति करता है। उसके द्वारा डेयरी को अंतिम 3 दिनों में की गई दूध की आपूर्ति की मात्रा ज्ञात कीजिए।
9. टिंकू का भार जनवरी में 35.75 कि.ग्रा. तथा फरवरी में 34.50 कि.ग्रा. था। उसके भार में वृद्धि हुई या कमी हुई? कितना परिवर्तन हुआ है?
10. पैटर्न 5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, _____, ______ का आगे विस्तार कीजिए।
11. कितने मिलीमीटर से एक किलोमीटर बनता है?
12. भारतीय रेल ई-टिकट बुक करने वाले यात्रियों को वैकल्पिक यात्रा बीमा की सुविधा का विकल्प प्रदान करती है। इसकी लागत 45 पैसे प्रति यात्री है। यदि 1 लाख व्यक्ति इस सुविधा बीमा योजना को चुनते हैं तो एक दिन में कितने बीमा शुल्क का भुगतान किया गया?
13. कौन-सी संख्या बड़ी है?
    (a) $\frac{10}{1000}$ या $\frac{1}{10}$?
    (b) एक शतांश या 90 सहस्त्रांश?
    (c) एक सहस्त्रांश या 90 शतांश?
14. दी गई राशियों को दशमलव के रूप में लिखिए (एक उदाहरण दिया गया है)—
    (a) 87 इकाई, 5 दशांश और 60 शतांश = 88.10
    (b) 12 दहाई और 12 दशांश
    (c) 10 दहाई, 10 इकाई, 10 दशांश, 10 शतांश
    (d) 25 दहाई, 25 इकाई, 25 दशांश और 25 शतांश

15. प्रत्येक अंक 0 – 9 का एक से अधिक बार उपयोग न करते हुए नीचे दिए बक्सों को इस प्रकार भरिए कि योग 10.5 के निकटतम हो।

प्रयास करें



16. निम्नलिखित भिन्नों को दशमलव रूप में लिखिए—

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

सारांश

- हम अधिक सटीक माप प्राप्त करने के लिए एक इकाई को छोटे भागों में विभक्त कर सकते हैं।
- हमने भारतीय स्थानीय मान पद्धति को विस्तृत करके देखा कि
  - » 1 इकाई = 10 दशांश
  - » 1 दशांश = 10 शतांश
  - » 1 शतांश = 10 सहस्त्रांश
  - » 10 शतांश = 1 दशांश
  - » 100 शतांश = 1 इकाई
- संख्या के पूर्ण संख्या भाग को भिन्नात्मक भाग से पृथक करने के लिए भारतीय स्थानीय मान पद्धति में दशमलव बिंदु ('.') का उपयोग किया जाता है।
- हमने यह भी सीखा कि दशमलव संख्याओं की तुलना किस प्रकार की जाती है तथा उनकी स्थिति को संख्या रेखा पर किस प्रकार निर्धारित किया जाता है एवं उन पर जोड़ने और घटाने की संक्रियाएँ किस प्रकार की जाती हैं।