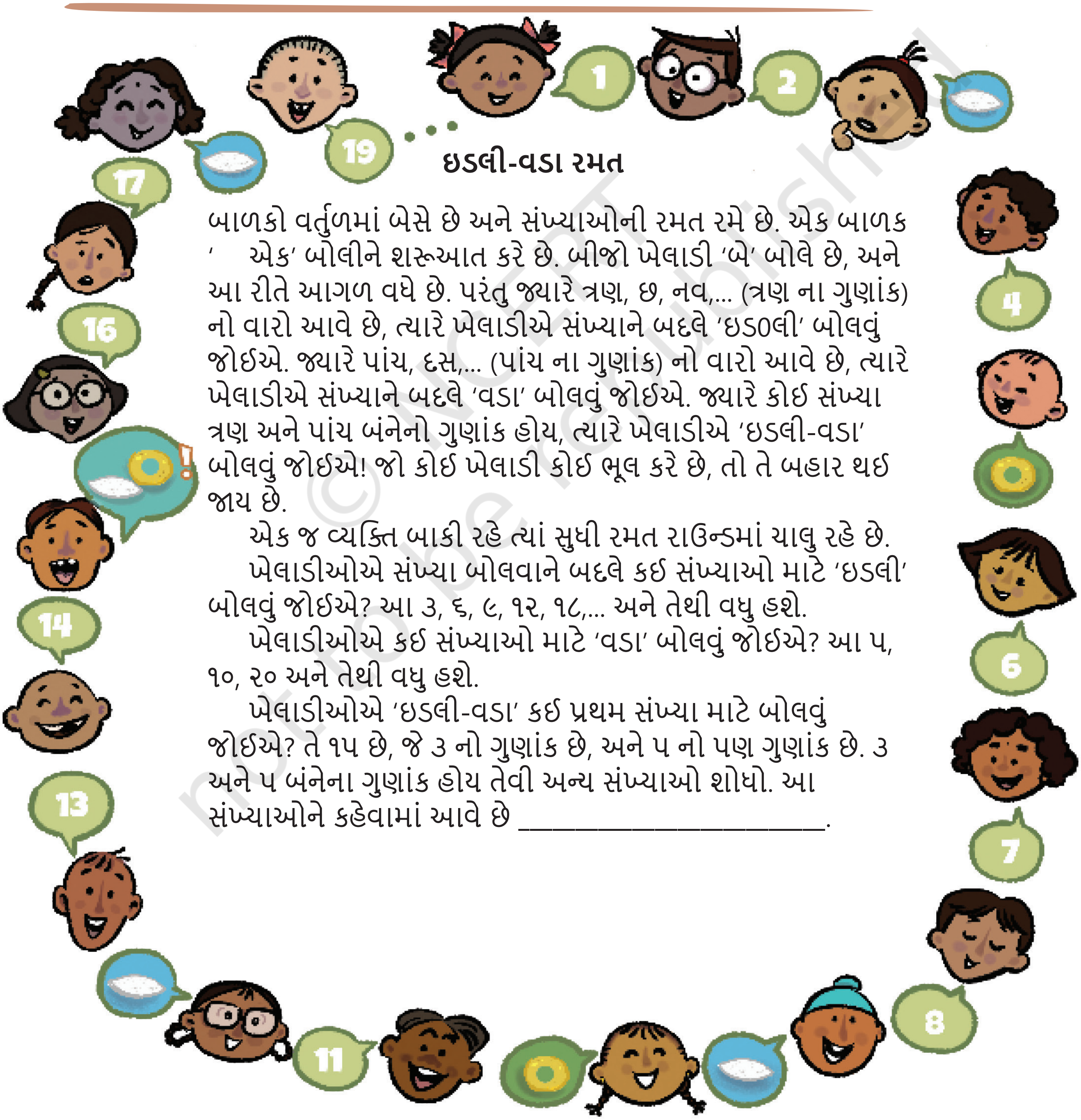
# ૫ અભાજ્ય સમય

0674CH05

## ૫ .૧ સામાન્ય ગુણાંક અને સામાન્ય પરિબળો




### ઇડલી-વડા રમત

બાળકો વર્તુળમાં બેસે છે અને સંખ્યાઓની રમત રમે છે. એક બાળક ‘એક’ બોલીને શરૂઆત કરે છે. બીજો ખેલાડી ‘બે’ બોલે છે, અને આ રીતે આગળ વધે છે. પરંતુ જ્યારે ત્રણ, છ, નવ,... (ત્રણ ના ગુણાંક) નો વારો આવે છે, ત્યારે ખેલાડીએ સંખ્યાને બદલે ‘ઇડ૦લી’ બોલવું જોઈએ. જ્યારે પાંચ, દસ,... (પાંચ ના ગુણાંક) નો વારો આવે છે, ત્યારે ખેલાડીએ સંખ્યાને બદલે ‘વડા’ બોલવું જોઈએ. જ્યારે કોઈ સંખ્યા ત્રણ અને પાંચ બંનેનો ગુણાંક હોય, ત્યારે ખેલાડીએ ‘ઇડલી-વડા’ બોલવું જોઈએ! જો કોઈ ખેલાડી કોઈ ભૂલ કરે છે, તો તે બહાર થઈ જાય છે.

એક જ વ્યક્તિ બાકી રહે ત્યાં સુધી રમત રાઉન્ડમાં ચાલુ રહે છે.

ખેલાડીઓએ સંખ્યા બોલવાને બદલે કઈ સંખ્યાઓ માટે ‘ઇડલી’ બોલવું જોઈએ? આ ૩, ૬, ૯, ૧૨, ૧૮,... અને તેથી વધુ હશે.

ખેલાડીઓએ કઇ સંખ્યાઓ માટે ‘વડા’ બોલવું જોઈએ? આ ૫, ૧૦, ૨૦ અને તેથી વધુ હશે.

ખેલાડીઓએ ‘ઇડલી-વડા’ કઈ પ્રથમ સંખ્યા માટે બોલવું જોઈએ? તે ૧૫ છે, જે ૩ નો ગુણાંક છે, અને ૫ નો પણ ગુણાંક છે. ૩ અને ૫ બંનેના ગુણાંક હોય તેવી અન્ય સંખ્યાઓ શોધો. આ સંખ્યાઓને કહેવામાં આવે છે ____________________.

## ચાલો શોધીએ

૧ . ૧૦ મી વખત 'ઈડલી-વડા' કયા નંબર પર કહેવામાં આવે છે?

૨ . જો આ રમત ૧ થી ૯૦ નંબર માટે રમવામાં આવી હોય, તો જાણો:

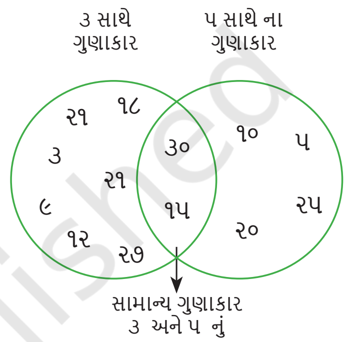
અ. બાળકો કેટલી વાર 'ઈડલી' કહેશે (જેમાં તેઓ 'ઈડલી-વડા' બોલે છે તે સમયનો પણ સમાવેશ થાય છે)?

બ. બાળકો કેટલી વાર 'વડા' કહેશે (જેમાં તેઓ 'ઈડલી-વડા' બોલે છે તે સમયનો પણ સમાવેશ થાય છે)?

ક. બાળકો કેટલી વાર 'ઈડલી-વડા' બોલે?

૩ . ૯૦૦ સુધી રમત રમાતી હોય તો? તમારા જવાબો કેવી રીતે બદલાશે?

૪ . શું આ આંકડો કોઈક રીતે 'ઈડલી-વડા' રમત સાથે સંબંધિત છે?




આકૃતિ ૫.૧

ચાલો હવે 'ઈડલી-વડા' રમત સંખ્યાઓની જુદી જુદી જોડી સાથે રમીએ:

અ. ૨ અને ૫,
બ. ૩ અને ૭,
ક. ૪ અને ૬.

આપણે નાની સંખ્યાના ગુણાકાર માટે 'ઈડલી' કહીશું, મોટી સંખ્યાના ગુણાકાર માટે 'વડા' અને સામાન્ય ગુણાંક માટે 'ઈડલી-વડા' કહીશું. જો આ રમત ૬૦ સુધી રમાતી હોય તો આકૃતિ ૫.૧ જેવી જ આકૃતિ દોરો.

- નીચેનામાંથી કયો અન્ય નંબર હોઈ શકે છે:

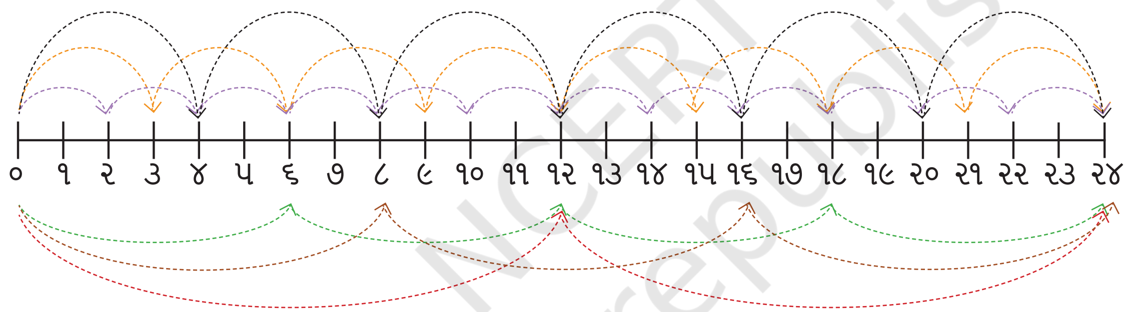
  ૨ , ૩ , ૫ , ૮ , ૧૦ ?

**જમ્પ જેકપોટ**

જમ્પી અને ગ્રમ્પી એક રમત રમે છે.

- ગ્રમ્પી કોઈ સંખ્યા પર ખજાનો મૂકે છે. ઉદાહરણ તરીકે, તે ૨૪ પર મૂકી શકે છે.
- જમ્પી કૂદકાનું કદ પસંદ કરે છે. જો તે ૪ પસંદ કરે છે, તો તેણે ૦ થી શરૂ કરીને માત્ર ૪ ના ગુણાંક પર જ કૂદકો મારવો પડે છે.
- જમ્પીને ખજાનો ત્યારે મળે છે જ્યારે તે ગ્રમ્પીએ જ્યાં મૂક્યો હોય તે સંખ્યા પર પહોંચે છે.

જમ્પીને ૨૪ પર પહોંચાડવા માટે કયા કૂદકાના કદ કામ લાગશે?
જો તે ૪ પસંદ કરે છે: જમ્પી ૪ → ૮ →૧૨→ ૧૬ → ૨૦ → ૨૪ → ૨૮ → ... પર કૂદકો મારે છે.
અન્ય સફળ કૂદકાના કદ ૨, ૩, ૬, ૮ અને ૧૨ છે.




૧ અને ૨૪ ના કૂદકાના કદ વિશે શું? હા, તેઓ પણ ૨૪ પર પહોંચશે.

સંખ્યાઓ ૧, ૨, ૩, ૪, ૬, ૮, ૧૨, ૨૪ એ બધી ૨૪ ને ચોક્કસ રીતે ભાગે છે. યાદ કરો કે આવી સંખ્યાઓને ૨૪ ના **અવયવો અથવા ભાજકો કહેવામાં આવે છે**.

ગ્રમ્પી રમતનું સ્તર વધારે છે. બે ખજાના બે જુદી જુદી સંખ્યાઓ પર રાખવામાં આવે છે. જમ્પીએ કૂદકાનું એક કદ પસંદ કરવાનું હોય છે અને તેના પર જ રહેવાનું હોય છે. જમ્પીને ખજાનો ત્યારે જ મળે છે જો તે પસંદ કરેલા કૂદકાના કદથી બંને સંખ્યાઓ પર પહોંચે. પહેલાની જેમ, જમ્પી ૦ થી શરૂ કરે છે.

ગ્રમ્પીએ ખજાના ૧૪ અને ૩૬ પર રાખ્યા છે. અને, જમ્પી ૭ ના કૂદકાનું કદ પસંદ કરે છે. શું જમ્પી બંને ખજાના પર પહોંચશે? ૦ થી શરૂ કરીને, તે ૭ → ૧૪→ ૨૧ → ૨૮ → ૩૫ → ૪૨ ... પર કૂદકો મારે છે. આપણે જોઈએ છીએ કે તે ૧૪ પર પહોંચ્યો પરંતુ

૩૬ પર ઉતર્યો નથી, તેથી તેને ખજાનો મળતો નથી. તેણે કૂદકાનું કયું કદ પસંદ કરવું જોઈએ?

૧૪ ના અવયવો આ પ્રમાણે છે: ૧, ૨, ૭, ૧૪. તેથી, આ કૂદકાના કદ ૧૪ પર ઉતરશે.

૩૬ ના અવયવો આ પ્રમાણે છે: ૧, ૨, ૩, ૪, ૬, ૯, ૧૨, ૧૮ અને ૩૬. આ કૂદકાના કદ ૩૬ પર ઉતરશે.

તેથી, ૧ અથવા ૨ ના કૂદકાના કદ ૧૪ અને ૩૬ બંને પર ઉતરશે. નોંધ કરો કે ૧ અને ૨ એ ૧૪ અને ૩૬ ના સામાન્ય અવયવો છે.

જે કૂદકાના કદનો ઉપયોગ કરીને બંને ખજાના સુધી પહોંચી શકાય છે તે બે સંખ્યાઓના **સામાન્ય અવયવો** છે જ્યાં ખજાના મૂકવામાં આવ્યા છે..

- કયા કૂદકાના કદ 15 અને 30 બંને સુધી પહોંચી શકે છે? ઘણા શક્ય કૂદકાના કદ છે. તે બધાને શોધવાનો પ્રયાસ કરો..

- નીચેનું કોષ્ટક જુઓ. તમને શું દેખાય છે?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ૩૧ | ૩૨ | ૩૩ | ૩૪ | ૩૫ | ૩૬ | ૩૭ | ૩૮ | ૩૯ | ૪૦ |
| ૪૧ | ૪૨ | ૪૩ | ૪૪ | ૪૫ | ૪૬ | ૪૭ | ૪૮ | ૪૯ | ૫૦ |
| ૫૧ | ૫૨ | ૫૩ | ૫૪ | ૫૫ | ૫૬ | ૫૭ | ૫૮ | ૫૯ | ૬૦ |
| ૬૧ | ૬૨ | ૬૩ | ૬૪ | ૬૫ | ૬૬ | ૬૭ | ૬૮ | ૬૯ | ૭૦ |

કોષ્ટકમાં,

૧. છાયાંકિત કરેલા નંબરોમાં કંઈ સામ્યતા છે ખરી?

૨ ગોળ કરેલા નંબરોમાં કંઈ સામ્યતા છે ખરી?

૩ કયા નંબરો છાયાંકિત અને ગોળ બંને કરેલા છે? આ નંબરોને શું કહેવાય છે?

ગણિત વાત કરો

## ચાલો શોધીએ

૧. ૪૦ ના એ તમામ ગુણકો શોધો જે ૩૧૦ અને ૪૧૦ ની વચ્ચે આવતા હોય.

૨ . હું કોણ છું?

a. હું ૪૦ કરતાં નાની સંખ્યા છું. મારો એક અવયવ ૭ છે. મારા અંકોનો સરવાળો ૮ છે..

b. હું ૧૦૦ કરતાં નાની સંખ્યા છું. મારા બે અવયવો ૩ અને ૫ છે. મારો એક અંક બીજા અંક કરતાં ૧ વધારે છે.

૩ . જે સંખ્યા માટે તેના તમામ અવયવોનો સરવાળો તે સંખ્યાના બમણા જેટલો હોય તેને સંપૂર્ણ સંખ્યા કહેવાય છે. સંખ્યા ૨૮ એક સંપૂર્ણ સંખ્યા છે. તેના અવયવો ૧ , ૨ , ૪, ૭, ૧૪ અને ૨૮ છે. તેમનો સરવાળો ૫૬ છે જે ૨૮ ના બમણા છે. ૧ અને ૧૦ ની વચ્ચે એક સંપૂર્ણ સંખ્યા શોધો

૪ . સામાન્ય અવયવો શોધો::

a. ૨ ૦ અને ૨ ૮ b. ૩૫ અને ૫૦

c. ૪, ૮ અને ૧૨ d. ૫,૧૫ અને ૨૫

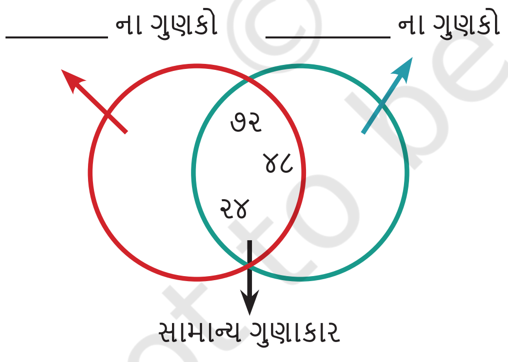
૫ . કોઈપણ ત્રણ સંખ્યાઓ શોધો જે ૨૫ ના ગુણક હોય પરંતુ ૫૦ ના ગુણક ન હોય...

૬ . અંશુ અને તેના મિત્રો બે સંખ્યાઓ સાથે 'ઇડલી-વડા' ની રમત રમે છે, જે બંને 10 થી નાની છે. પહેલીવાર કોઈ 'ઇડલી વડા' ૫૦ નંબર પછી બોલે છે. 'ઇડલી' અને 'વડા' માટે કઈ બે સંખ્યાઓ નક્કી કરવામાં આવી હશે?

૭ . ખજાનાની શોધની રમતમાં, ગ્રમ્પીએ ૨૮ અને ૭૦ પર ખજાના રાખ્યા છે. કૂદકાના કયા કદ બંને સંખ્યાઓ પર ઉતરશે?

૮ . નીચેના આકૃતિમાં, ગુનાએ સામાન્ય ગુણકો સિવાયના તમામ નંબરો ભૂંસી નાખ્યા છે. તે નંબરો કયા હોઈ શકે છે તે શોધો અને ખાલી જગ્યાઓમાં ખૂટતા નંબરો ભરો..

ગણિત વાત કરો




૯ . ૭ સિવાય ૧ થી ૧૦ સુધીની બધી સંખ્યાઓનો ગુણક હોય તેવી સૌથી નાની સંખ્યા શોધો..

આ પ્રયત્ન કરો

૧૦ . ૧ થી ૧૦ સુધીની બધી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર હોય તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

## ૫.૨ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ

ગુના અને અંશુ અંજીર પેક કરવા માગે છે (anjeer)ના જે તેમના ખેતરમાં ઉગે છે. ગુના દરેક બોક્સમાં ૧૨ અંજીર મૂકવા માંગે છે અને અંશુ દરેક બોક્સમાં ૭ અંજીર મૂકવા માંગે છે.

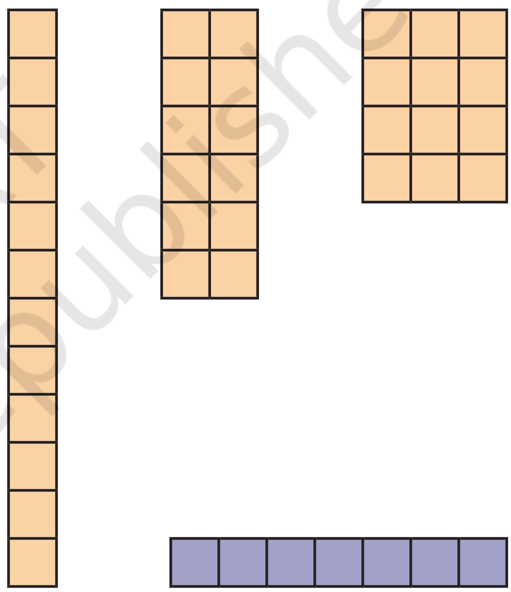
કેટલી વ્યવસ્થા શક્ય છે?

વિચારો અને જુદી જુદી રીતો શોધો કે કેવી રીતે —

૧ . ગુણા ૧૨ અંજીરને લંબચોરસ રીતે ગોઠવી શકે છે.

૨ . અંશુ ૭ અંજીરને લંબચોરસ રીતે ગોઠવી શકે છે.

અંશુ ૭ અંજીરને લંબચોરસ રીતે ગોઠવી શકે છે. ગુનાએ આ શક્યતાઓ નીચે પ્રમાણે દર્શાવી છે. દરેક ગોઠવણીમાં હરોળ અને સ્તંભની સંખ્યાનું અવલોકન કરો. તેઓ ૧૨ સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે.?



બીજી ગોઠવણીમાં, ઉદાહરણ તરીકે, ૧૨ અંજીરને ૬ ના બે સ્તંભોમાં ગોઠવવામાં આવ્યા છે અથવા ૧૨ = ૨ × ૬.

અંશુ ફક્ત એક જ ગોઠવણી કરી શક્યો: ૭ × ૧ અથવા ૧ × ૭. બીજી કોઈ લંબચોરસ ગોઠવણી શક્ય નથી.

ગુનાની દરેક ગોઠવણીમાં, હરોળની સંખ્યાને સ્તંભોની સંખ્યા સાથે ગુણાકાર કરવાથી સંખ્યા ૧૨ મળે છે. તેથી, હરોળ અથવા સ્તંભોની સંખ્યા ૧૨ ના અવયવો છે.

આપણે જોયું કે સંખ્યા ૧૨ ને એક કરતાં વધુ રીતે લંબચોરસમાં ગોઠવી શકાય છે કારણ કે ૧૨ ને બે કરતાં વધુ અવયવો છે. સંખ્યા ૭ ને ફક્ત એક જ રીતે ગોઠવી શકાય છે, કારણ કે તેના ફક્ત બે જ અવયવો છે — ૧ અને ૭.

જે સંખ્યાઓને ફક્ત બે જ અવયવો હોય છે તેમને **અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ** અથવા અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. અહીં પ્રથમ કેટલીક અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે — ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧, ૧૩ , ૧૭, ૧૯. નોંધ કરો કે અવિભાજ્ય સંખ્યાના અવયવો ૧ અને તે સંખ્યા પોતે જ હોય છે. જે સંખ્યાઓને બે કરતાં વધુ અવયવો હોય તેનું શું? તેમને **સંયુક્ત સંખ્યાઓ** કહેવામાં આવે છે. પ્રથમ કેટલીક સંયુક્ત સંખ્યાઓ આ પ્રમાણે છે — ૪, ૬, ૮, ૯, ૧૦, ૧૨, ૧૪, ૧૫, ૧૬, ૧૮, ૨૦. .

૧ વિશે શું, જેમાં ફક્ત એક જ પરિબળ છે? નંબર ૧ એ ન તો અવિભાજ્ય છે કે ન તો સંમિશ્રિત સંખ્યા.

૨૧ થી ૩૦ સુધીમાં કેટલી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે? ૨૧ થી ૩૦ સુધીમાં કેટલી સંયુક્ત સંખ્યાઓ છે?

**શું આપણે ૧ થી ૧૦૦ સુધીની તમામ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી બનાવી શકીએ?**

અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધવાની એક રસપ્રદ રીત અહીં છે. ફક્ત નીચે આપેલા પગલાં અનુસરો અને જુઓ શું થાય છે.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ૧ | ૨ | ૩ | ૪ | ૫ | ૬ | ૭ | ૮ | ૯ | ૧૦ |
| ૧૧ | ૧૨ | ૧૩ | ૧૪ | ૧૫ | ૧૬ | ૧૭ | ૧૮ | ૧૯ | ૨૦ |
| ૨૧ | ૨૨ | ૨૩ | ૨૪ | ૨૫ | ૨૬ | ૨૭ | ૨૮ | ૨૯ | ૩૦ |
| ૩૧ | ૩૨ | ૩૩ | ૩૪ | ૩૫ | ૩૬ | ૩૭ | ૩૮ | ૩૯ | ૪૦ |
| ૪૧ | ૪૨ | ૪૩ | ૪૪ | ૪૫ | ૪૬ | ૪૭ | ૪૮ | ૪૯ | ૫૦ |
| ૫૧ | ૫૨ | ૫૩ | ૫૪ | ૫૫ | ૫૬ | ૫૭ | ૫૮ | ૫૯ | ૬૦ |
| ૬૧ | ૬૨ | ૬૩ | ૬૪ | ૬૫ | ૬૬ | ૬૭ | ૬૮ | ૬૯ | ૭૦ |
| ૭૧ | ૭૨ | ૭૩ | ૭૪ | ૭૫ | ૭૬ | ૭૭ | ૭૮ | ૭૯ | ૮૦ |
| ૮૧ | ૮૨ | ૮૩ | ૮૪ | ૮૫ | ૮૬ | ૮૭ | ૮૮ | ૮૯ | ૯૦ |
| ૯૧ | ૯૨ | ૯૩ | ૯૪ | ૯૫ | ૯૬ | ૯૭ | ૯૮ | ૯૯ | ૧૦૦ |

**પગલું ૧ :** ૧ ને કાઢી નાખો કારણ કે તે ન તો અવિભાજ્ય છે કે ન તો સંયુક્ત.

**પગલું ૨** : ૨ પર વર્તુળ કરો, અને પછી તેના પછી ૨ ના તમામ ગુણકોને કાઢી નાખો, એટલે કે, ૪, ૬, ૮, અને આગળ.

**પગલું ૩**: તમને જણાશે કે આગલી ન કાપેલી સંખ્યા ૩ છે. ૩ પર વર્તુળ કરો અને પછી તેના પછી ૩ ના તમામ ગુણકોને કાઢી નાખો, એટલે કે, ૬, ૯, ૧૨, અને આગળ.

**પગલું ૪**: આગલી ન કાપેલી સંખ્યા ૫ છે.

૫ પર વર્તુળ કરો અને પછી તેના પછી ૫ ના તમામ ગુણકોને કાઢી નાખો, એટલે કે, ૧૦, ૧૫, ૨૦, અને આગળ.

**પગલું ૫**: જ્યાં સુધી યાદીની બધી સંખ્યાઓ કાં તો વર્તુળ કરેલી હોય અથવા કાઢી નાખેલી હોય ત્યાં સુધી આ પ્રક્રિયા ચાલુ રાખો .

વર્તુળ કરેલી બધી સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. ૧ સિવાયની કાઢી નાખેલી બધી સંખ્યાઓ સંયુક્ત સંખ્યાઓ છે. આ પદ્ધતિને એરાટોસ્થેનિસની ચાળણી કહેવામાં આવે છે.

આ પ્રક્રિયા ૧૦૦ થી મોટી સંખ્યાઓ માટે પણ ચાલુ રાખી શકાય છે. એરાટોસ્થેનિસ એક ગ્રીક ગણિતશાસ્ત્રી હતા જે લગભગ ૨૨૦૦ વર્ષ પહેલાં જીવ્યા હતા અને તેમણે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી બનાવવાની આ પદ્ધતિ વિકસાવી હતી.

ગુણા અને અંશુ આશ્ચર્યચકિત થયા કે આ સરળ રીત અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ કેવી રીતે શોધી શકે છે! વિચાર કરો કે આ પદ્ધતિ કેવી રીતે કાર્ય કરે છે. ઉપર આપેલા પગલાં ફરી વાંચો અને વિચાર કરો કે દરેક પગલાં પછી શું થાય છે.

## ચાલો શોધીએ

૧. આપણે જોઈએ છીએ કે ૨ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે અને એક સમાન સંખ્યા પણ છે. શું કોઈ અન્ય બેકી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે?
૨. ૧૦૦ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી જુઓ. બે ક્રમિક અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ વચ્ચે સૌથી નાનો તફાવત શું છે? સૌથી મોટો તફાવત શું છે?
૩. શું અગાઉના પૃષ્ઠ પરના કોષ્ટકમાં દરેક હરોળ અને સમાન સંખ્યામાં અવિભાજ્ય થાય છે? કયા દાયકાઓમાં સૌથી ઓછા અવિભાજ્ય હોય છે? જેમાં સૌથી વધુ અવિભાજ્ય હોય છે?

### યુગો યુગોથી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ

અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ બધી જ પૂર્ણ સંખ્યાઓ માટે પાયાના પથ્થર સમાન છે. ગ્રીક સંસ્કૃતિના સમય (૨૦૦૦ વર્ષથી પણ પહેલાં) થી લઈને આજ સુધી, ગણિતશાસ્ત્રીઓ તેમના રહસ્યોને ઉજાગર કરવા માટે સંઘર્ષ કરી રહ્યા છે!

**વિચારવા જેવી વાત:** શું સૌથી મોટી અવિભાજ્ય સંખ્યા અસ્તિત્વ ધરાવે છે? કે પછી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી ક્યારેય પૂરી ન થાય તેવી અનંત છે? યુક્લિડ નામના ગણિતશાસ્ત્રીએ આનો જવાબ શોધ્યો હતો અને તમે પણ પાછળના વર્ગમાં તે જાણશો!

**રહસ્યમય વાત:** અત્યાર સુધીમાં કોઈએ 'લખેલી' સૌથી મોટી અવિભાજ્ય સંખ્યા એટલી મોટી છે કે તેને લખવામાં લગભગ ૬૫૦૦ પાનાં ભરાઈ જાય! તેથી તેઓ તેને ફક્ત કમ્પ્યુટર પર જ લખવી શક્ય છે.



૪. નીચેનામાંથી કઇ સંખ્યા અવિભાજ્ય છે: ૨૩, ૫૧, ૩૭, ૨૬?
૫. ૨૦ થી નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની એવી ત્રણ જોડીઓ લખો જેમનો સરવાળો ૫ નો ગુણક હોય..
૬. ૧૩ અને ૩૧ ની સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. આ બન્ને સંખ્યાઓના ૧ અને ૩ અંક સમાન છે. ૧૦૦ સુધીની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની આવી જોડીઓ શોધો.
૭. ૧ અને ૧૦૦ ની વચ્ચે સાત સળંગ સંમિશ્રિત સંખ્યાઓ શોધો.
૮. જોડિયા અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ એવી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની જોડીઓ છે જેમનો તફાવત 2 હોય. ઉદાહરણ તરીકે, 3 અને 5 જોડિયા અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. તેવી જ રીતે ૧૭ અને ૧૯ પણ જોડિયા અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. ૧ અને ૧૦૦ ની વચ્ચેની અન્ય જોડિયા અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધો.

૯ . ઓળખો કે દરેક વિધાન સાચું છે કે ખોટું. સમજાવો..
a. એવી કોઈ અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી કે જેનો એકમ અંક ૪ હોય.
b. અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર પણ અવિભાજ્ય હોઈ શકે.
c. અવિભાજ્ય સંખ્યાઓમાં કોઈ અવયવ હોતા નથી.
d. બધી સમ સંખ્યાઓ સંયુક્ત સંખ્યાઓ છે.
e. ૨ એક અવિભાજ્ય સંખ્યા છે અને તેથી આગળની સંખ્યા, ૩. દરેક બીજા અવિભાજ્ય સંખ્યા માટે, આગામી સંખ્યા સંયુક્ત છે.

૧૦ . નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા ત્રણ અલગ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર છે: ૪૫, ૬૦, ૯૧, ૧૦૫, ૩૩૦?

૧૧ . ૨, ૪ અને ૫ માંથી પ્રત્યેકનો એક વખત ઉપયોગ કરીને તમે કેટલી ત્રણ અંકની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ બનાવી શકો?

૧૨ . અવલોકન કરો કે ૩ એ એક અવિભાજ્ય સંખ્યા છે, અને ૨ × ૩ + ૧ = ૭ પણ એક અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. શું બીજા કોઈ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે જેના માટે બમણી કરવાથી અને ૧ ઉમેરવાથી બીજો અવિભાજ્ય મળે છે? આવા ઓછામાં ઓછા પાંચ ઉદાહરણો શોધો

## ૫ .૩ ખજાનાની સલામતી માટે સહ-અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ

### કઇ જોડીઓ સલામત છે?

ચાલો આપણે ખજાનો શોધવાની રમતમાં પાછા જઈએ. આ વખતે, ખજાના બે સંખ્યાઓ પર રાખવામાં આવ્યા છે. જમ્પીને ખજાનો ત્યારે જ મળે છે જો તે સમાન કૂદકાના કદથી બંને સંખ્યાઓ સુધી પહોંચી શકે. એક નવો નિયમ પણ છે - ૧ ના કૂદકાના કદની મંજૂરી નથી.

ગ્રમ્પીએ ખજાના ક્યાં મૂકવા જોઈએ જેથી જમ્પી બંને ખજાના સુધી પહોંચી ન શકે?

શું ૧૨ અને ૨૬ પર ખજાનો મૂકવાથી કામ થશે? ના! જો કૂદકાનું કદ ૨ પસંદ કરવામાં આવે, તો જમ્પી ૧૨ અને ૨૬ બંને સુધી પહોંચી જશે.

૪ અને ૯ વિશે શું? જમ્પી ૧ સિવાયના કોઈપણ કૂદકાના કદનો ઉપયોગ કરીને બંને સુધી પહોંચી શકતો નથી. તેથી, ગ્રમ્પી જાણે છે કે ૪ અને ૯ ની જોડી સલામત છે.

આ જોડીઓ સલામત છે કે નહીં તે ચકાસો:

a. ૧૫ અને ૩૯ b. ૪ અને ૧૫
c. ૧૮ અને ૨૯ d. ૨૦ અને ૫૫

સલામત જોડીઓમાં શું ખાસ છે? તેમને ૧ સિવાય કોઇ સામાન્ય અવયવ નથી હોતો. બે સંખ્યાઓ એકબીજા સાથે **સહ-અવિભાજ્ય** કહેવાય છે જો તેમને ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય.

**ઉદાહરણ:** જેમ કે ૧૫ અને ૩૯ માં ૩ સામાન્ય અવયવ છે, તેથી તે સહ-અવિભાજ્ય નથી. પરંતુ ૪ અને ૯ સહ-અવિભાજ્ય છે..

- નીચેનામાંથી કઇ સંખ્યાની જોડી સહ-અવિભાજ્ય છે?

  a. ૧૮ અને ૩૫ b. ૧૫ અને ૩૭ c. ૩૦ અને ૪૧૫

  d. ૧૭ અને ૬૯ e. ૮૧ અને ૧૮

- અલગ અલગ સંખ્યા જોડીઓ સાથે 'ઈડલી-વડા' રમત રમતી વખતે, અંશુએ કંઈક રસપ્રદ જોયું!

ગણિત ચર્ચા કરો

૧. કેટલીકવાર પ્રથમ સામાન્ય ગુણાંક બે સંખ્યાઓના ગુણાકાર જેવું જ હતું.

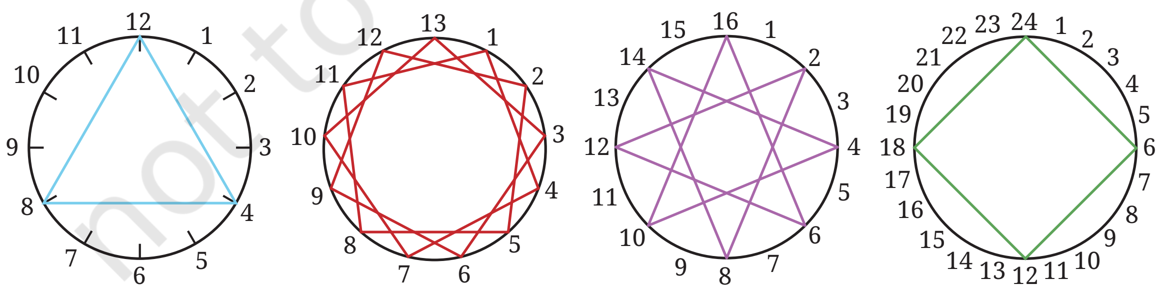
૨. અન્ય સમયે પ્રથમ સામાન્ય ગુણાંક બે સંખ્યાઓના ઉત્પાદન કરતા ઓછું હતું.

ઉપરના દરેકના ઉદાહરણ શોધો. તે નંબર જોડીને સહ-અવિભાજ્યહોવા સાથે કેવી રીતે સંબંધિત છે?

## સહ-અવિભાજ્ય કળા

- નીચેની દોરાની કળાનું અવલોકન કરો. પ્રથમ આકૃતિમાં ૧૨ ખીંટીઓ છે અને દોરો દરેક ચોથી ખીંટી સાથે બાંધેલો છે (આપણે કહીએ છીએ કે દોરાનું અંતર ૪ છે). બીજી આકૃતિમાં ૧૩ ખીંટીઓ છે અને દોરાનું અંતર ૩ છે. અન્ય આકૃતિઓ વિશે શું? આ ચિત્રોનું અવલોકન કરો, તમારા તારણો વર્ગમાં શેર કરો અને ચર્ચા કરો.

ગણિત ચર્ચા કરો




કેટલાક આકૃતિઓમાં, દોરો દરેક ખીંટી સાથે બાંધેલો છે. કેટલાકમાં, તે નથી. શું તે બે સંખ્યાઓ (ખીંટીઓની સંખ્યા અને દોરાનું અંતર) સહ-અવિભાજ્ય હોવા સાથે સંબંધિત છે?

નીચેના માટે આવા ચિત્રો બનાવો:

a. ૧૫ ખીંટીઓ, દોરાનું અંતર ૧૦
b. ૧૦ ખીંટીઓ, દોરાનું અંતર ૭
c. ૧૪ ખીંટીઓ, દોરાનું અંતર ૬
d. ૮ ખીંટીઓ, દોરાનું અંતર ૩

## ૫.૪ અવિભાજ્ય અવયવીકરણ

### બે નંબરો સહ-અવિભાજ્ય છે કે નહિ તે ચકાસવું

શિક્ષક: શું ૫૬ અને ૬૩ સહ-અવિભાજ્ય છે?

અંશુ અને ગુણા: જો તેમને ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ હોય, તો તેઓ સહ-અવિભાજ્ય નથી. ચાલો તપાસીએ.

અંશુ: હું ૫૬ = ૧૪ × ૪ અને ૬૩ = ૨૧ × ૩ લખી શકું છું. તેથી, ૧૪ અને ૪ એ ૫૬ ના અવયવો છે. વધુમાં, ૨૧ અને ૩ એ ૬૩ ના અવયવો છે. તેથી, કોઈ સામાન્ય અવયવો નથી. સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય છે.

ગુણા: થોભો. હું ૫૬ = ૭ × ૮ અને ૬૩ = ૯ × ૭ પણ લખી શકું છું. આપણે જોઈએ છીએ કે ૭ બંને સંખ્યાઓનો અવયવ છે, તેથી, તેઓ સહ-અવિભાજ્ય નથી..

સ્પષ્ટ છે કે ગુના સાચા છે, કારણ કે ૭ એક સામાન્ય પરિબળ છે.

પરંતુ અંશુ ક્યાં ખોટો પડ્યો?

૫૬ = ૧૪ × ૪ લખવાથી આપણને ખબર પડે છે કે ૧૪ અને ૪ બંને ૫૬ ના અવયવો છે, પરંતુ તે ૫૬ ના બધા જ અવયવો જણાવતું નથી. ૬૩ ના અવયવો માટે પણ એવું જ છે.

બીજું ઉદાહરણ અજમાવો: ૮૦ અને ૬૩. બંને સંખ્યાઓના અવયવો પાડવાની ઘણી રીતો છે.

૮૦ = ૪૦ × ૨ = ૨૦ × ૪ = ૧૦ × ૮ = ૧૬ × ૫ = ???

૬૩ = ૯ × ૭ = ૩ × ૨૧ = ???

આપણે '???' એટલા માટે લખ્યું છે કે આ સંખ્યાઓના અવયવો પાડવાની બીજી પણ રીતો હોઈ શકે છે. પરંતુ જો આપણે આપેલા કોઈપણ અવયવીકરણને લઈએ, ઉદાહરણ તરીકે, ૮૦ = ૧૬ × ૫ અને ૬૩ = ૯ × ૭, તો કોઈ સામાન્ય અવયવો નથી. શું આપણે એવું તારણ કાઢી શકીએ કે ૮૦ અને ૬૩ સહ-અવિભાજ્ય છે? અંશુની ઉપરની ભૂલ દર્શાવે છે તેમ, આપણે એવું તારણ કાઢી શકતા નથી કારણ કે સંખ્યાઓના અવયવો પાડવાની બીજી પણ રીતો હોઈ શકે છે.

આનો અર્થ એ છે કે બે સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય છે કે નહીં તે તપાસવા માટે આપણને વધુ વ્યવસ્થિત અભિગમની જરૂર છે.

## અવિભાજ્ય અવયવીકરણ

૫૬ જેવી સંખ્યા લો. તે સંયુક્ત છે, કારણ કે આપણે જોયું કે તેને ૫૬ = ૪ × ૧૪ તરીકે લખી શકાય છે. તેથી, ૪ અને ૧૪ બંને ૫૬ ના અવયવો છે. હવે આમાંથી એક લો, ધારો કે ૧૪. તે પણ સંયુક્ત છે અને તેને ૧૪ = ૨ × ૭ તરીકે લખી શકાય છે. તેથી, ૫૬ = ૪ × ૨ × ૭. હવે, ૪ સંયુક્ત છે અને તેને ૪ = ૨ × ૨ તરીકે લખી શકાય છે. તેથી, ૫૬ = ૨ × ૨ × ૨ × ૭. અહીં દેખાતા બધા જ અવયવો, ૨ અને ૭, અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે. તેથી, આપણે તેમને વધુ વિભાજિત કરી શકતા નથી

નિષ્કર્ષમાં, આપણે ૫૬ ને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગુણાકાર તરીકે લખ્યું છે. આને ૫૬ નું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ કહેવામાં આવે છે. વ્યક્તિગત અવયવોને અવિભાજ્ય અવયવો કહેવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ૫૬ ના અવિભાજ્ય અવયવો ૨ અને ૭ છે.

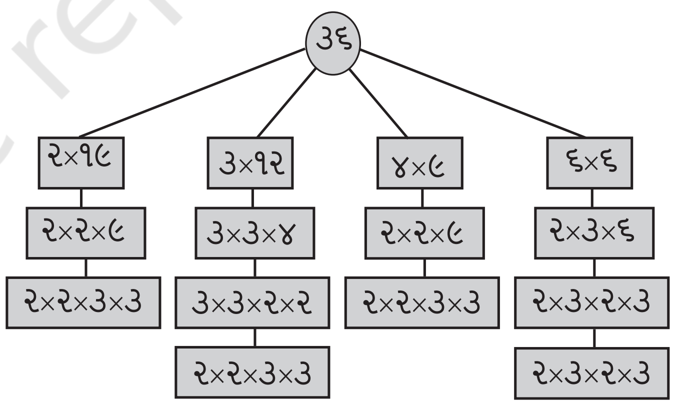
૧ થી મોટી દરેક સંખ્યાને અવિભાજ્ય અવયવીકરણ હોય છે. વિચાર એ જ છે: જ્યાં સુધી ફક્ત અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ બાકી ન રહે ત્યાં સુધી સંયુક્ત સંખ્યાઓને અવયવોમાં તોડતા રહો.

નંબર ૧ માં કોઈ અવિભાજ્ય અવયવીકરણ નથી. તે કોઈ અવિભાજ્ય સંખ્યાથી વિભાજ્ય નથી.

૭ જેવી અવિભાજ્ય સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શું છે? તે ફક્ત ૭ છે (આપણે તેને વધુ તોડી શકતા નથી).

ચાલો થોડા વધુ ઉદાહરણો જોઈએ.

સંખ્યાને તોડવાની જુદી જુદી રીતો દ્વારા, આપણે ૬૩ ને ૩ × ૩ × ૭ અને ૩ × ૭ × ૩ તરીકે લખ્યું. શું તે અલગ છે? ખરેખર નહીં! બંને કિસ્સાઓમાં સમાન અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ ૩ અને ૭ આવે છે. વધુમાં, બંનેમાં ૩ બે વાર આવે છે અને ૭ એક વાર આવે છે. અહીં, તમે ૩૬ ના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ મેળવવાની ચાર જુદી જુદી રીતો જુઓ છો. અવલોકન કરો કે ચારેય કિસ્સાઓમાં, આપણને બે ૨ અને બે ૩ મળે છે.

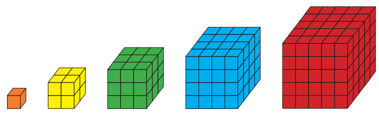



તપાસવા માટે ફરીથી ગુણાકાર કરો કે તમને ચારેય કિસ્સાઓમાં ૩૬ મળે છે.

કોઈપણ સંખ્યા માટે, તે એક નોંધપાત્ર હકીકત છે કે ફક્ત એક જ અવિભાજ્ય અવયવીકરણ હોય છે, સિવાય કે અવિભાજ્ય અવયવો જુદા જુદા ક્રમમાં આવી શકે છે.

ક્રમ મહત્વનો નથી. જેમ આપણે નીચે સમજાવીએ છીએ, ક્રમ મહત્વનો નથી. જો કે, જેમ આપણે આ ઉદાહરણોમાં જોયું, અવિભાજ્ય અવયવીકરણ સુધી પહોંચવાની ઘણી રીતો છે!

### શું ક્રમ મહત્વનો છે?



આ આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને,

શું તમે સમજાવી શકો છો કે **૩૦ = ૨ × ૩ × ૫** શા માટે થાય છે, પછી ભલે તમે ૨, ૩ અને ૫ નો ગુણાકાર કોઈપણ રીતે કરો?

સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરતી વખતે, આપણે કોઈપણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકીએ છીએ. અંતિમ પરિણામ સમાન રહે છે. તેથી જ, જ્યારે બે 2 અને બે 3 નો ગુણાકાર કોઈપણ ક્રમમાં કરવામાં આવે છે, ત્યારે આપણને 36 મળે છે. પાછળના વર્ગમાં, **આપણે ગુણાકારના ક્રમચય અને જૂથના નિયમો હેઠળ આનો અભ્યાસ કરીશું.**

આમ, ક્રમ મહત્વનો નથી. સામાન્ય રીતે આપણે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓને ચડતા ક્રમમાં લખીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, 225 = 3 × 3 × 5 × 5 અથવા 30 = 2 × 3 × 5.

### બે સંખ્યાઓના ગુણાકારનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ

જ્યારે આપણે કોઈ સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શોધીએ છીએ, ત્યારે આપણે તેને પ્રથમ બે અવયવોના ગુણાકાર તરીકે લખીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, 72 = 12 × 6. પછી, આપણે દરેક અવયવનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શોધીએ છીએ. ઉપરના ઉદાહરણમાં, 12 = 2 × 2 × 3 અને 6 = 2 × 3. હવે, શું તમે કહી શકો છો કે 72 નું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શું છે?

મૂળ સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ આ બધાને એકસાથે મૂકીને મેળવવામાં આવે છે.

72 = 2 × 2 × 3 × 2 × 3

આપણે આને ૨ × ૨ × ૨ × ૩ × ૩ તરીકે પણ લખી શકીએ છીએ. ગુણાકાર કરીને તપાસો કે તમને પાછા ૭૨ મળે છે!

અવલોકન કરો કે ૭૨ ના અવયવીકરણમાં દરેક અવિભાજ્ય અવયવ કેટલી વાર આવે છે.

તેની સરખામણી કરો કે ૧૨ અને ૬ ના અવયવીકરણને એકસાથે મૂકવામાં આવે તો તે કેટલી વાર આવે છે.

### ચાલો શોધીએ

૧ નીચેની સંખ્યાઓનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ કરો: ૬૪, ૧૦૪, ૧૦૫, ૨૪૩, ૩૨૦, ૧૪૧, ૧૭૨૮, ૭૨૯, ૧૦૨૪, ૧૩૩૧, ૧૦૦૦.

૨ એક સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં એક ૨, બે ૩ અને એક ૧૧ છે. તે સંખ્યા કઈ છે?

૩ ૩૦ થી નાની ત્રણ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધો જેમનો ગુણાકાર ૧૯૫૫ થાય.

૪ પ્રથમ ગુણાકાર કર્યા વિના આ સંખ્યાઓનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ કરો:

a. ૫૬ × ૨૫ b. ૧૦૮ × ૭૫ c. ૧૦૦૦ × ૮૧

૫ સૌથી નાની સંખ્યા કઈ છે જેના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં:

a. ત્રણ જુદી જુદી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હોય?

b. ચાર જુદી જુદી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હોય?

સંખ્યાઓના અભ્યાસમાં અવિભાજ્ય અવયવીકરણનું મૂળભૂત મહત્વ છે. ચાલો આપણે બે રીતોની ચર્ચા કરીએ જેમાં તે ઉપયોગી થઈ શકે છે.

## બે સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય છે કે નહીં તે તપાસવા માટે અવિભાજ્ય અવયવીકરણનો ઉપયોગ કરવો

ચાલો ફરીથી ૫૬ અને ૬૩ સંખ્યાઓ લઈએ. આપણે કેવી રીતે તપાસી શકીએ કે તેઓ સહ-અવિભાજ્ય છે? આપણે બંને સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવીકરણનો ઉપયોગ કરી શકીએ છીએ —

૫૬ = ૨ × ૨ × ૨ × ૭ અને ૬૩ = ૩ × ૩ × ૭

હવે, આપણે જોઈએ છીએ કે ૭ એ ૫૬ તેમજ ૬૩ નો અવિભાજ્ય અવયવ છે. તેથી, ૫૬ અને ૬૩ સહ-અવિભાજ્ય નથી.

૮૦ અને ૬૩ વિશે શું? તેમના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ નીચે મુજબ છે:

૮૦ = ૨ × ૨ × ૨ × ૨ × ૫ અને ૬૩ = ૩ × ૩ × ૭

કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવો નથી. શું આપણે એવું તારણ કાઢી શકીએ કે તેઓ સહ-અવિભાજ્ય છે? ધારો કે તેમનો કોઈ સામાન્ય અવયવ છે જે સંયુક્ત છે. શું આ સંયુક્ત સામાન્ય અવયવના અવિભાજ્ય અવયવો ૮૦ અને ૬૩ ના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં દેખાશે?

તેથી, આપણે કહી શકીએ કે જો કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવો ન હોય, તો બે સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય હોય છે.

ચાલો કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ.

**ઉદાહરણ:** ૪૦ અને ૨૩૧ નો વિચાર કરો. તેમના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ નીચે મુજબ છે:

૪૦= ૨ × ૨ × ૨ × ૫ અને ૨૩૧= ૩ × ૭ × ૧૧

આપણે જોઈએ છીએ કે કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ નથી જે ૪૦ અને ૨૩૧ બંનેને ભાગે છે. ખરેખર, ૪૦ ના અવિભાજ્ય અવયવો ૨ અને ૫ છે જ્યારે ૨૩૧ ના અવિભાજ્ય અવયવો ૩, ૭ અને ૧૧ છે. તેથી, ૪૦ અને ૨૩૧ સહ-અવિભાજ્ય છે!

**ઉદાહરણ:** ૨૪૨ અને ૧૯૫ નો વિચાર કરો. તેમના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ નીચે મુજબ છે:

૨૪૨ = ૨ × ૧૧ × ૧૧ અને ૧૯૫ = ૩ × ૫ × ૧૩

૨૪૨ ના અવિભાજ્ય અવયવો ૨ અને ૧૧ છે. ૧૯૫ ના અવિભાજ્ય અવયવો ૩, ૫ અને ૧૩ છે. કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવો નથી. તેથી, ૨૪૨ અને ૧૯૫ સહ-અવિભાજ્ય છે.

## એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે કે નહીં તે તપાસવા માટે અવિભાજ્ય અવયવીકરણનો ઉપયોગ કરવો

આપણે કહી શકીએ કે જો એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો બીજી સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પ્રથમ સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં સમાવિષ્ટ હોય છે.

આપણે કહીએ છીએ કે ૪૮ એ ૧૨ થી વિભાજ્ય છે કારણ કે જ્યારે આપણે ૪૮ ને ૧૨ વડે ભાગીએ છીએ, ત્યારે શેષ શૂન્ય આવે છે. લાંબી ભાગાકાર કર્યા વિના આપણે કેવી રીતે તપાસી શકીએ કે એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે કે નહીં?

**ઉદાહરણ:** શું ૧૬૮ એ ૧૨ થી વિભાજ્ય છે? બંનેના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શોધો:

૧૬૮ = ૨ × ૨ × ૨ × ૩ × ૭ અને ૧૨ = ૨ × ૨ × ૩

કારણ કે આપણે કોઈપણ ક્રમમાં ગુણાકાર કરી શકીએ છીએ, હવે તે સ્પષ્ટ છે કે,

૧૬૮ = ૨ × ૨ × ૩ × ૨ × ૭ = ૧૨ × ૧૪

તેથી, ૧૬૮ એ ૧૨થી વિભાજ્ય છે.

**ઉદાહરણ:** શું ૭૫ એ ૨૧ થી વિભાજ્ય છે? બંનેના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શોધો:

૭૫ = ૩ × ૫ × ૫ અને ૨૧ = ૩ × ૭

જેમ આપણે ઉપરની ચર્ચામાં જોયું, જો ૭૫ એ ૨૧ નો ગુણક હોત, તો ૨૧ ના બધા જ અવિભાજ્ય અવયવો ૭૫ ના પણ અવિભાજ્ય અવયવો હોત. જો કે, ૭ એ ૨૧ નો અવિભાજ્ય અવયવ છે પરંતુ ૭૫નો અવિભાજ્ય અવયવ નથી. તેથી, ૭૫ એ ૨૧ થી વિભાજ્ય નથી.

**ઉદાહરણ:** શું ૪૨ એ ૧૨ થી વિભાજ્ય છે? બંનેના અવિભાજ્ય અવયવીકરણ શોધો:

૪૨ = ૨ × ૩ × ૭ અને ૧૨ = ૨ × ૨ × ૩

૧૨ ના બધા જ અવિભાજ્ય અવયવો ૪૨ ના પણ અવિભાજ્ય અવયવો છે. પરંતુ ૧૨ નું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ ૪૨ના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં સમાવિષ્ટ નથી. આ એટલા માટે છે કારણ કે ૨ એ ૧૨ ના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં બે વાર આવે છે પરંતુ ૪૨ ના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં ફક્ત એક જ વાર આવે છે. આનો અર્થ એ છે કે ૪૨ એ ૧૨ થી વિભાજ્ય નથી.

આપણે કહી શકીએ કે જો એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય હોય, તો બીજી સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ પ્રથમ સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં સમાવિષ્ટ હોય છે.

### ચાલો શોધીએ

૧. શું નીચેની સંખ્યાઓની જોડીઓ સહ-અવિભાજ્ય છે? પ્રથમ અનુમાન કરો અને પછી તમારા જવાબને ચકાસવા માટે અવિભાજ્ય અવયવીકરણનો ઉપયોગ કરો.
   a. ૩૦ અને ૪૫  b. ૫૭ અને ૮૫
   c. ૧૨૧ અને ૧૩૩૧  d. ૩૪૩ અને ૨૧૬

૨. શું પ્રથમ સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી વિભાજ્ય છે? અવિભાજ્ય અવયવીકરણનો ઉપયોગ કરો.
   a. ૨૨૫ અને ૨૭  b. ૯૬ અને ૨૪
   c. ૩૪૩ અને ૧૭  d. ૯૯૯ અને ૯૯

૩. પ્રથમ નંબરમાં અવિભાજ્ય અવયવ છે ૨ × ૩ × ૭ છે અને બીજા નંબરમાં અવિભાજ્ય અવયવીકરણ ૩ છે × ૭ × ૧૧. શું તેઓ સહ-અવિભાજ્ય છે? શું તેમાંથી એક બીજાને વિભાજિત કરે છે?

૪. ગુણા કહે છે, "કોઈપણ બે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય હોય છે?". શું તે સાચો છે?

## ૫.૫ વિભાજ્યતાની કસોટીઓ

અત્યાર સુધી, આપણે વિવિધ સંદર્ભોમાં સંખ્યાઓના અવયવો શોધી રહ્યા છીએ, જેમાં સંખ્યા અવિભાજ્ય છે કે નહીં તે નક્કી કરવાનો સમાવેશ થાય છે, અથવા આપેલ જોડી સંખ્યાઓનો સહ-અવિભાજ્ય છે કે નહીં તે નક્કી કરવાનો સમાવેશ થાય છે..

નાની સંખ્યાઓના અવયવો શોધવા સહેલા છે. મોટી સંખ્યાઓના અવયવો આપણે કેવી રીતે શોધી શકીએ?

ચાલો ૮૫૬૦ લઈએ. શું તેને ૨ થી ૧૦ (૨, ૩, ૪, ૫, ..., ૯, ૧૦) વચ્ચે કોઈ અવયવો છે?

લાંબો ભાગાકાર કર્યા વિના પણ આમાંથી કેટલીક સંખ્યાઓ અવયવ છે કે નહીં તે તપાસવું સહેલું છે. શું તમે તે શોધી શકો છો?

## ૧૦ વડે વિભાજ્યતા

ચાલો ૧૦ લઈએ. શું ૮૫૬૦ ને ૧૦ વડે વિભાજીત કરી શકાય છે? આ બીજી રીત છે. પૂછવાની કે શું ૧૦ એ ૮૫૬૦ નો અવયવ છે.

આ માટે, આપણે ૧૦ ના ગુણાંકમાં પધ્ધતિ જોઈ શકીએ છીએ.

૧૦ ના પહેલા થોડા ગુણાંક છે: ૧૦, ૨૦, ૩૦, ૪૦, ... આ ક્રમ ચાલુ રાખો અને પધ્ધતિનું અવલોકન કરો.

શું ૧૨૫ ૧૦ નો ગુણાંક છે? શું આ સંખ્યા પાછલા ક્રમમાં દેખાશે? શા માટે કે કેમ નહીં?

શું તમે હવે જવાબ આપી શકો છો કે ૮૫૬૦ ૧૦ વડે વિભાજીત છે?

આ વિધાનને ધ્યાનમાં લો:
જે સંખ્યાઓના અંતમાં '0' આવે છે તે સંખ્યાઓ 10 વડે ભાગી શકાય છે. શું તમે સહમત છો?

ગણિત વાત કરો

## ૫ વડે વિભાજય

૫ એ બીજી એવી સંખ્યા છે જેની વિભાજ્યતા સરળતાથી ચકાસી શકાય છે. આપણે તે કેવી રીતે કરીએ છીએ?

ગુણાંકની યાદી બનાવીને શોધો: ૫, ૧૦, ૧૫, ૨૦, ૨૫, ... આ સંખ્યાઓ વિશે તમે શું અવલોકન કરો છો? શું તમને છેલ્લા અંકમાં કોઈ રીત દેખાય છે?

૩૯૯ થી નાની સૌથી મોટી સંખ્યા કઈ છે જે ૫ વડે વિભાજ્ય હોય? શું ૮૫૬૦ એ ૫ વડે વિભાજ્ય છે?

આ વિધાનને ધ્યાનમાં લો:
જે સંખ્યાઓ ૫ વડે ભાગી શકાય છે તે એવી સંખ્યાઓ છે જેનો અંત '૦' અથવા '૫' થી થાય છે. શું તમે સહમત છો?

ગણિત વાત કરો

## ૨ વડે વિભાજય

૨ ના પ્રથમ કેટલાક ગુણાંક ૨ , ૪ , ૬ , ૮ , ૧૦ , ૧૨ , ૧૪ , ૧૬ , ૧૮ , ૨૦ , ...
તમે શું નિરીક્ષણ કરો છો? શું તમે છેલ્લા અંકમાં કોઈ રીત જુઓ છો?

શું ૬૮૨ એ ૨ વડે વિભાજ્ય છે? શું આપણે લાંબો ભાગાકાર કર્યા વિના આનો જવાબ આપી શકીએ?

શું ૮૫૬૦ એ ૨ વડે વિભાજ્ય છે? શા માટે અથવા શા માટે નહીં?

* આ વિધાનને ધ્યાનમાં લો:

સંખ્યાઓ કે જે ૨ વડે વિભાજ્ય છે તે '૦', '૨', '૪', '૬' અથવા '૮' સાથે સમાપ્ત થાય છે. શું તમે સંમત છો?

૩૯૯ અને ૪૧૧ ની વચ્ચે ૨ ના બધા ગુણાંક કેટલા છે?

## ૪ વડે વિભાજ્ય

કોઇ સંખ્યા ૪ વડે વિભાજ્ય છે કે નહીં તે તપાસવું પણ સરળતાથી થઈ શકે છે!

તેના ગુણાંક જુઓ: ૪, ૮, ૧૨, ૧૬, ૨૦, ૨૪, ૨૮, ૩૨, ...

શું તમે કોઈ એવી પેટર્ન જોઈ શકો છો જેનો ઉપયોગ કરી શકાય? ૧૦, ૫ અને ૨ ના ગુણાંકમાં તેમના છેલ્લા અંકોમાં એક પેટર્ન હોય છે જેનો ઉપયોગ આપણે વિભાજ્યતા તપાસવા માટે કરી શકીએ છીએ. તેવી જ રીતે, શું આપણે કોઈ સંખ્યાનો છેલ્લો અંક જોઈને તે ૪ વડે વિભાજ્ય છે કે નહીં તે ચકાસી શકીએ?

તે કામ કરતું નથી! ૧૨ અને ૨૨ ને જુઓ. તેમના છેલ્લા અંકો સમાન છે, પરંતુ ૧૨ એ ૪ નો ગુણાંક છે જ્યારે ૨૨ નથી. તેવી જ રીતે ૧૪ અને ૨૪ ના છેલ્લા અંકો સમાન છે, પરંતુ ૧૪ એ ૪ નો ગુણાંક નથી જ્યારે ૨૪ છે. તેવી જ રીતે, ૧૬ અને ૨૬ અથવા ૧૮ અને ૨૮. આનો અર્થ એ છે કે ફક્ત છેલ્લો અંક જોઈને આપણે કહી શકતા નથી કે કોઈ સંખ્યા ૪ નો ગુણાંક છે કે નહીં.

શું આપણે વધુ અંકો જોઈને આ પ્રશ્નનો જવાબ આપી શકીએ? ૧ થી ૨૦૦ વચ્ચે ૪ ના ગુણાંકની યાદી બનાવો અને પેટર્ન શોધો.

* ૩૩૦ અને ૩૪૦ ની વચ્ચેની સંખ્યાઓ શોધો કે જે ૪ વડે ભાગી શકાય તેમ છે. ઉપરાંત, ૧૭૩૦ અને ૧૭૪૦, અને ૨૦૩૦ અને ૨૦૪૦ની વચ્ચેની સંખ્યાઓ શોધો, કે જે ૪ વડે ભાગી શકાય છે. તમે શું નિરીક્ષણ કરો છો?

* શું ૮૫૩૬ ને ૪ વડે વિભાજ્ય બનાવી શકાય છે?

* આ વિધાનોને ધ્યાનમાં લો:

    ૧. આપેલ સંખ્યા ૪ વડે ભાગી શકાય છે કે કેમ તે નક્કી કરતી વખતે ફક્ત છેલ્લા બે અંકો જ મહત્વ ધરાવે છે.
    ૨. જો છેલ્લા બે અંકો વડે રચાતી સંખ્યા ૪ વડે ભાગી શકાય, તો મૂળ સંખ્યા ૪ વડે ભાગી શકાય છે.
    ૩. જો મૂળ સંખ્યા ૪ વડે ભાગી શકાય, તો પછી છેલ્લા બે અંકો વડે રચાતી સંખ્યા ૪ વડે ભાગી શકાય છે.

શું તમે સંમત છો? શા માટે કે કેમ નહીં?

## ૮ વડે વિભાજ્યતા

રસપ્રદ વાત એ છે કે ૮ વડે વિભાજ્યતા તપાસવાનું પણ સરળ બનાવી શકાય છે. શું આ માટે છેલ્લા બે અંકોનો ઉપયોગ કરી શકાય?

- ૧૨૦ અને ૧૪૦ વચ્ચેની એવી સંખ્યાઓ શોધો જે ૮ વડે વિભાજ્ય હોય. તેવી જ રીતે, ૧૧૨૦ અને ૧૧૪૦ ની વચ્ચેની, અને ૩૧૨૦ અને ૩૧૪૦ ની વચ્ચેની ૮ વડે વિભાજ્ય સંખ્યાઓ શોધો. તમે શું અવલોકન કરો છો?
- ૮૫૬૦ ના છેલ્લા બે અંકો બદલો જેથી પરિણામી સંખ્યા 8 નો ગુણાંક હોય.
- આ વિધાનોને ધ્યાનમાં લો:
  1. આપેલી સંખ્યા ૮ વડે વિભાજ્ય છે કે નહીં તે નક્કી કરતી વખતે ફક્ત છેલ્લા ત્રણ અંકો જ મહત્વના છે.
  2. જો છેલ્લા ત્રણ અંકોથી બનેલી સંખ્યા ૮ વડે વિભાજ્ય હોય, તો મૂળ સંખ્યા ૮ વડે વિભાજ્ય છે.
  3. જો મૂળ સંખ્યા ૮ વડે વિભાજ્ય હોય, તો છેલ્લા ત્રણ અંકોથી બનેલી સંખ્યા ૮ વડે વિભાજ્ય છે..

  શું તમે સંમત છો? શા માટે અથવા કેમ નહીં?

ગણિત વાત કરો

આપણે જોયું કે કોઈ સંખ્યા અવયવ છે કે નહીં તે તપાસવા માટે હંમેશા લાંબા ભાગાકારની જરૂર હોતી નથી. આપણે ૧૦, ૫ , ૨, ૪, ૮ માટે સરળ પદ્ધતિઓ શોધવા માટે કેટલીક ચોક્કસ બાબતોનો ઉપયોગ કર્યો છે. શું આપણી પાસે અન્ય સંખ્યાઓ માટે પણ આવી સરળ પદ્ધતિઓ છે? પછીના વર્ગોમાં આપણે ૩, ૬, ૭ અને ૯ વડે વિભાજ્યતા ચકાસવાની સરળ પદ્ધતિઓની ચર્ચા કરીશું!

### ચાલો શોધીએ

૧. ૨૦૨૪ એ લીપ વર્ષ છે (કારણ કે ફેબ્રુઆરીમાં ૨૯ દિવસ હોય છે). લીપ વર્ષો એવા વર્ષોમાં આવે છે જે ૪ ના ગુણાંક હોય છે, સિવાય કે તે વર્ષો જે ૧૦૦ વડે સંપૂર્ણપણે વિભાજ્ય હોય પરંતુ ૪૦૦ વડે નહીં..

   a. તમે જે વર્ષે જન્મ્યા ત્યારથી અત્યાર સુધીમાં કયા વર્ષો લીપ વર્ષ હતા?

   b. વર્ષ ૨૦૨૪ થી ૨૦૯૯ સુધીમાં કેટલા લીપ વર્ષો આવશે?

૨ . સૌથી મોટી અને સૌથી નાની ૪-અંકની સંખ્યાઓ શોધો જે ૪ વડે વિભાજ્ય હોય અને આવર્તન પણ હોય.

૩ . તપાસો અને શોધી કાઢો કે દરેક વિધાન હંમેશાં સાચું હોય છે, ક્યારેક સાચું હોય છે કે ક્યારેય સાચું નથી હોતું. તમે તમારા તર્કને સમર્થન આપવા માટે ઉદાહરણો આપી શકો છો.

a. બે બેકી સંખ્યાઓનો સરવાળો ૪ નો ગુણાંક આપે છે.
b. બે એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો ૪ નો ગુણાંક આપે છે.

૪ નીચેની દરેક સંખ્યાને a) ૧૦ , b) ૫ , c) ૨ વડે ભાગવાથી મળતી શેષ શોધો.
૭૮, ૯૯, ૧૭૩, ૫૭૨, ૯૮૦, ૧૧૧૧ , ૨૩૪૫

૫. શિક્ષકે પૂછ્યું કે શું ૧૪૫૬૦ એ ૨, ૪, ૫, ૮ અને ૧૦ બધા વડે વિભાજ્ય છે. ગુણાએ આમાંથી ફક્ત બે સંખ્યાઓ દ્વારા ૧૪૫૬૦ ની વિભાજ્યતા ચકાસી અને પછી જાહેર કર્યું કે તે બધા વડે પણ વિભાજ્ય છે. તે બે સંખ્યાઓ કઈ હોઈ શકે?

૬. નીચેનીમાંથી કઈ સંખ્યાઓ ૨, ૪, ૫, ૮ અને ૧૦ બધા વડે વિભાજ્ય છે: ૫૭૨, ૨૩૫૨, ૫૬૦૦, ૬૦૦૦, ૭૭૬૨૨૧૬૦ .

૭. એવી બે સંખ્યાઓ લખો જેમનો ગુણાકાર ૧૦૦૦૦ થાય. બંને સંખ્યાઓના એકમના અંકમાં ૦ ન હોવો જોઈએ.

## ૫.૬ સંખ્યાઓ સાથે ગમ્મત

### વિશિષ્ટ સંખ્યાઓ

આ બોક્સમાં ચાર સંખ્યાઓ છે. તમને કઈ સંખ્યા વિશેષ લાગે છે? તમે એવું શા માટે કહો છો?

| | |
|---|---|
| ૯ | ૧૬ |
| ૨૫ | ૪૩ |

જુઓ ગુણાના સહપાઠીઓ શું કહે છે:

- કર્ણાવતી કહે છે, "૯ ખાસ છે કારણ કે તે એક અંકની સંખ્યા છે જ્યારે બાકીની બધી સંખ્યાઓ બે અંકની છે"
- ગુરુપ્રીત કહે છે, "૯ ખાસ છે કારણ કે તે એકમાત્ર એવી સંખ્યા છે જે ૩ નો ગુણાંક છે"
- મુરુગન કહે છે, "૧૬ ખાસ છે કારણ કે તે એકમાત્ર બેકી સંખ્યા છે અને ૪ નો ગુણાંક પણ છે"
- ગોપિકા કહે છે, "૨૫ ખાસ છે કારણ કે તે એકમાત્ર ૫ નો ગુણાંક છે".
- યજ્ઞિકી કહે છે, "૪૩ ખાસ છે કારણ કે તે એકમાત્ર અવિભાજ્ય સંખ્યા છે".
- રાધા કહે છે, "૪૩ ખાસ છે કારણ કે તે એકમાત્ર એવી સંખ્યા છે જે પૂર્ણ વર્ગ નથી".

ગણિત વાત કરો

નીચે કેટલાક બોક્સ આપેલા છે અને દરેક બોક્સમાં ચાર સંખ્યાઓ છે. દરેક બોક્સમાં આપેલી અન્ય સંખ્યાઓની સરખામણીમાં દરેક સંખ્યા કેવી રીતે વિશેષ છે તે કહેવાનો પ્રયત્ન કરો. તમારા સહપાઠીઓ સાથે શેર કરો અને જાણો કે તમારા જેવા જ કારણો બીજા કોણે આપ્યા છે. શું કોઈએ એવાં જુદાં કારણો આપ્યાં જે તમને ન સૂઝ્યાં હોય?!

| | |
|---|---|
| ૫ | ૭ |
| ૧૨ | ૩૫ |

| | |
|---|---|
| ૩ | ૮ |
| ૧૧ | ૨૪ |

| | |
|---|---|
| ૨૭ | ૩ |
| ૧૨૩ | ૩૧ |

| | |
|---|---|
| ૧૭ | ૨૭ |
| ૪૪ | ૬૫ |

## અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનું કોયડું

ગણિત વાત કરો

ડાબી બાજુની આકૃતિ કોયડો બતાવે છે. જમણી બાજુની આકૃતિ પઝલનો ઉકેલ દર્શાવે છે. વિચાર કરો કે પઝલનો ઉકેલ કરવા માટે શું નિયમો હોઈ શકે છે.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | ૭૫ |
| | | | ૪૨ |
| | | | ૧૦૨ |
| ૧૭૦ | ૩૦ | ૬૩ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ૫ | ૫ | ૩ | ૭૫ |
| ૨ | ૩ | ૭ | ૪૨ |
| ૧૭ | ૨ | ૩ | ૧૦૨ |
| ૧૭૦ | ૩૦ | ૬૩ | |

### નિયમો

ફક્ત અવિભાજ્ય સંખ્યાઓથી જ ગ્રીડ ભરો જેથી દરેક હરોળનો ગુણાકાર હરોળની જમણી બાજુની સંખ્યા હોય અને દરેક સ્તંભનો ગુણાકાર સ્તંભની નીચેની સંખ્યા હોય.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | ૧૦૫ |
| | | | ૨૦ |
| | | | ૩૦ |
| ૨૮ | ૧૨૫ | ૧૮ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | ૮ |
| | | | ૧૦૫ |
| | | | ૭૦ |
| ૩૦ | ૭૦ | ૨૮ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | ૬૩ |
| | | | ૨૭ |
| | | | ૧૯૦ |
| ૪૫ | ૪૨ | ૧૭૧ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | ૩૪૩ |
| | | | ૬૬૦ |
| | | | ૪૪ |
| ૨૮ | ૧૫૪ | ૨૩૧ | |

## સારાંશ

- જો કોઈ સંખ્યા બીજી સંખ્યા વડે વિભાજ્ય હોય, તો બીજી સંખ્યાને પ્રથમ સંખ્યાનો અવયવ કહેવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ૪ એ ૧૨ નો અવયવ છે કારણ કે ૧૨ એ ૪ વડે વિભાજ્ય છે (૧૨ ÷ ૪ = ૩ ).
- **અવિભાજ્ય સંખ્યા**ઓ જેમ કે ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧ , ... એ એવી સંખ્યાઓ છે જેના માત્ર બે જ અવયવો હોય છે, એટલે કે ૧ અને તે સંખ્યા પોતે.
- **વિભાજ્ય સંખ્યાઓ** જેમ કે ૪ , ૬, ૮, ૯, ... એ એવી સંખ્યાઓ છે જેના ૨ થી વધુ અવયવો હોય છે, એટલે કે, ૧ અને તે સંખ્યા પોતે સિવાય ઓછામાં ઓછો એક અવયવ હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, ૮ નો અવયવ ૪ છે અને ૯ નો અવયવ ૩ છે, તેથી ૮ અને ૯ બંને વિભાજ્ય છે.
- ૧ થી મોટી દરેક સંખ્યાને અવિભાજ્ય સંખ્યાઓના ગુણાંક તરીકે લખી શકાય છે. આને સંખ્યાનું અવિભાજ્ય **અવયવીકરણ કહેવામાં** આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ૮૪ = ૨ x ૨ x ૩ x ૭.
- અવયવોના ક્રમને બાદ કરતાં, અવિભાજ્ય સંખ્યાઓમાં સંખ્યાને અવયવ પાડવાની માત્ર એક જ રીત છે.
- બે સંખ્યાઓ કે જેનો ૧ સિવાય કોઈ સામાન્ય અવયવ ન હોય તેને સહ-અવિભાજ્ય **કહેવામાં આવે** છે.
- બે સંખ્યાઓ સહ-અવિભાજ્ય છે કે કેમ તે તપાસવા માટે, આપણે પહેલા તેમના અવિભાજ્ય અવયવીકરણો શોધી શકીએ છીએ અને તપાસ કરી શકીએ છીએ કે ત્યાં કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવ છે કે નહીં. જો કોઈ સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવ ન હોય, તો તેઓ સહ-અવિભાજ્ય છે, અને અન્યથા તેઓ નથી.
- જો પ્રથમ સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવીકરણ બીજી સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવીકરણમાં સમાવિષ્ટ હોય તો એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાનો અવયવ છે.