

फ्रैक्शन



0674CH07

याद करात की जेन्ना कांय होल नंबर कांय लोकां मदीं सारको वांटून घेतात, तेन्ना दर एक वांटो कितलो आसा तो फ्रैक्शन आमकां सांगतात..

शबनम: याद आसा, एक चपाती दोन भुरग्यां मदीं सारकी वांटली जाल्यार दर एका भुरग्याक

कितली चपाती मेळटली?

मुक्ता: दर एका भुरग्याक अर्दी चपाती मेळटली.

शबनम: एक अर्द' हो फ्रैक्शन अशें बरयल्लें आसा $\frac{1}{2}$ आमी लेगीत केन्ना केन्नाय हें एक अपोन दोन अशे वाचतात.'

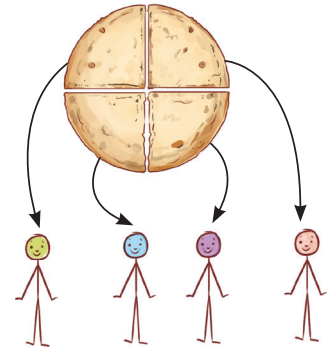
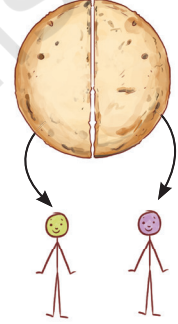
मुक्ता: एक रोटी 4 भुरग्यां मदीं तितलीच वांटून घेतल्यार एका भुरग्याक

कितली चपाती मेळटली?

शबनम: दर एका भुरग्याचो $\frac{1}{4}$ वांटो चपाती आसता.

मुक्ता: आनी खंयची चपाती चड $\frac{1}{2}$ वा $\frac{1}{4}$ चपाती चड आसा?

शबनम: जेन्ना 2 भुरगीं 1 रोटी समान वांटून घेतात तेन्ना दर एका भुरग्याक $\frac{1}{2}$ चपाती मेळटा. जेन्ना 4 भुरगीं 1 चपाती समान वांटून घेतात तेन्ना दर एका भुरग्याक $\frac{1}{4}$ चपाती मेळटा. दुसऱ्या गटांत चड भुरगीं एकूच चपाती वांटून



घेतात म्हूण दर एका भुरग्याक उणो वांटो मेळटा. म्हणटकच, $\frac{1}{2}$ चपाती परस चड $\frac{1}{4}$ चपाती चड आसता.

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

7.1 फ्रैक्शनल युनिट्स आनी समान शॅर

बिनी: खंयचो फ्रैक्शन चड – $\frac{1}{5}$ वा $\frac{1}{9}$?

अर्विन: 5 परस 9 व्हड आसता. म्हणटकच $\frac{1}{9}$ हो $\frac{1}{5}$ परस व्हड आसा असो म्हाका अदमास आयलो. हांव बरोबर आसा काय ?

बिनी: ना! ती एक सामान्य चूक आसा. ह्या अंशांक शेअर्स समजात.

अर्विन: एक चपाती 5 भुरग्यां मदीं वांटल्यार दरेकल्याक 1/5 चपातीचो वांटो मेळटलो. एक चपाती 9 भुरग्यां मदीं वांटल्यार, दरेकल्याक 1/9 चपातीचो वांटो मेळटा ?

बिनी: नेमकें! आतां परत विचार करात – खंयचो वांटो चड आसा ?

अर्विन: चड लोकां कडेन वांटणी केल्यार म्हाका उणें मेळटलें. म्हणटकच $1/9 < 1/5$.

बिनी - तुमकां समजले!

अरे, अशें $\frac{1}{100}$ परस $\frac{1}{200}$ व्हड आसा !

जेन्ना एका युनिटाचे कितलेशेच समान वांटे जातात तेन्ना दर एका भागाक अपूर्णाक युनिट अशें म्हण्टात. हीं सगळीं अपूर्णाक युनिट आसात:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{10}, \dots, \frac{1}{50}, \dots, \frac{1}{100}$, आदी.

आमी केन्ना केन्नाय अपूर्णाक एककांक 'एकक अपूर्णाक' अशेंय म्हणटात.'

☀ सोदून काडप

रिकाम्यो सुवाती अपूर्णाकांनी भरात.

- एकठांय तीन पेरांचे वजन 1 किग्रॅ. तीं सुमार एकाच आकाराचीं आसल्यार दर एका पेराचे वजन सुमार -----किग्रॅ आसतले.
- एका होल्सेल वेपाऱ्यान समान वजनाच्या चार पाकिटांनी 1 किलो तांदूळ पॅक केलो. दरेक पाकिटाचें वजन _ किग्रॅ.
- चार इश्टांनी 3 ग्लास ऊंसाचो रोस मागयलो आनी तो आपापसांत तितलोच वांटून घेतलो. दरेकल्यान ऊंसाचो रोस ___ ग्लास पियेलो.

गणतिची गजाल

4. व्हडल्या नुस्त्याचे वजन $\frac{1}{2}$ किग्रॅ. ल्हान नुस्त्याचें वजन $\frac{1}{4}$ किग्रॅ. एकठांय तांचें वजन _____ किग्रॅ. आसा.



भूतकाळांतलें ज्ञान !

भारतांत पुर्विल्ल्या काळासावन अंशांचो उपेग आनी उल्लेख जाता. ऋग्वेदांत अंशांक त्रिपद म्हळां, जाका बोलचाल हिंदींत 'तीन पाव' आनी तमीळ भाशेंत 'मुक्कल' ह्या सारक्या जायत्या समकालीन भारतीय भाशांनी वापरिल्ल्या उतरांसारको अर्थ आसा. खरें म्हणल्यार आयज वेगवेगळ्या भारतीय भाशांनी वापरिल्ल्या अंशांची परिभाशा पुर्विल्ल्या काळासावन ताची उत्पत्ती सोदून काडटा.

तुमच्या घरांत, शारांत वा राज्यांत उलयतात त्या वेगवेगळ्या भाशांनी वापरतात त्या फ्रैक्शनाखातीर शब्द सोदून काडात आनी ताचेर चर्चा करात. देड, तीन चतुर्थाश, एक, अर्द अर्द चतुर्थाश, , अडेज अश्या वेगवेगळ्या फ्रैक्शना खातीर ते खंयचे शब्द वापरतात तें तुमच्या आजी-आजोबांक, आवय-बापायक, शिक्षकांक आनी वर्गमितांक विचारात आनी तीं हांगा बरयतात:

5. सकयल दिल्ल्या रिकाम्या बॉक्सांत ह्या फ्रैक्शन शब्दांची सगळ्यांत ल्हान ते व्हडल्या मेरेनच्या आकाराच्या क्रमान मांडणी करात: देड, तीन चतुर्थाश, देड चतुर्थाश, अर्द, चतुर्थाश, अडेज अशे तरेचे.

तुमची जाप हांगा बरयात.

7.2 पुराय भाग म्हण फ्रैक्शन युनिट

चित्रांत एक पुराय चिक्की दिसता.

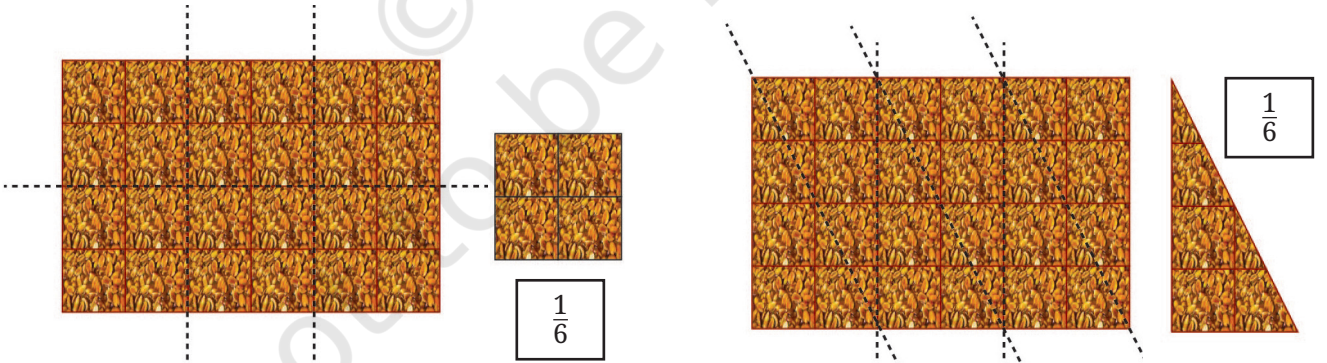


पुराय चिक्की

चिक्कीचे 2 कुडके केल्लें चित्र सकयल दाखयलां. मूळ चिक्कीचो दर एक तुरो कितलो?



व्हडल्या तुकड्यांत चिक्कीचे 3 कुडके $\frac{1}{4}$ आसतात अशें आमकां दिसता. म्हणटकच अपूर्णाक युनिट वापरून आमी व्हडलो $\frac{1}{4}$ तुकडो शकतात. आमकां दिसता की व्हडलो तुकडो म्हळ्यार $\frac{3}{4}$ चिक्की.



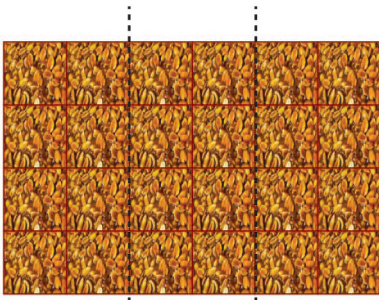
एक पुराय चिक्कीचे 6 समान कुडके करतात.

एक पुराय चिक्कीचे वेगळे पद्दतीन 6 समान कुडके करतात.

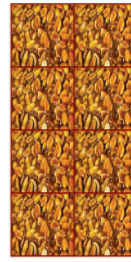
☀ पुराय चिक्कीचे वेगवेगळ्या तरांनी 6 समान वांटे केल्यार आमकां वेगवेगळ्या आकाराचे $\frac{1}{6}$ चिक्कीचे कुडके मेळटात. तीं एकाच आकाराचीं आसतात?



सकयल दाखयल्लें चिक्कीचें अपूर्णाक युनिट कितें ?



एक पुराय चिक्की



$\frac{1}{3}$

चिक्कीचे 3 समान कुडके करून आमकां हो कुडको मेळटा. तर ही $\frac{1}{3}$ चिक्की.

सोदून काडप

सकयल दिल्ले आकृतींत एका पुराय चिक्कीचे वेगवेगळे अपूर्णाक युनिट दाखयतात. दरेक कुडको कितलो पुराय चिक्की आसता ?

क.



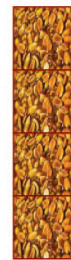
ख.



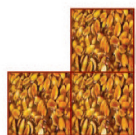
ग.



घ.



ड.



च.



छ.

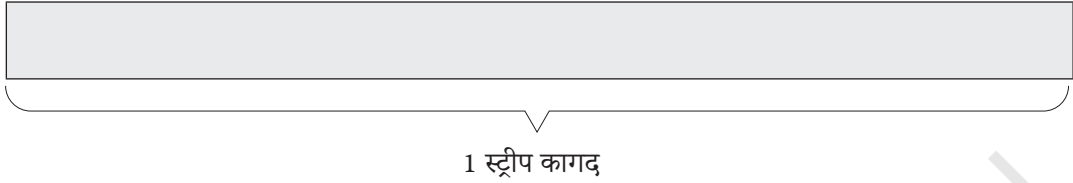


ज.

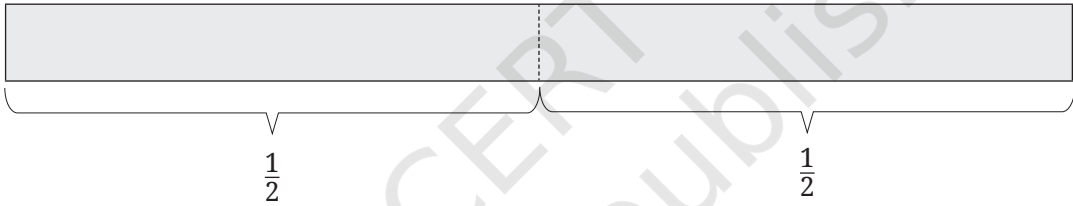


7.3 फ्रैक्शन युनिटाचो उपेग करून मेजप

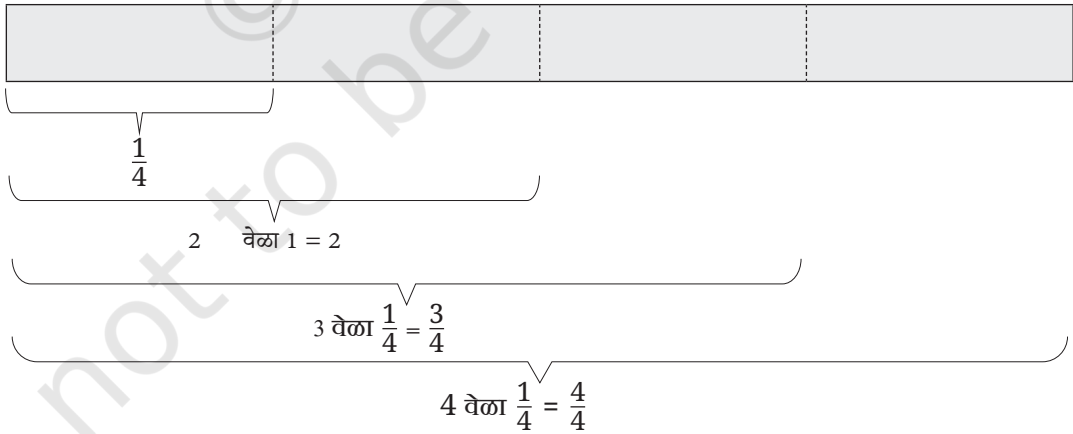
कागदाची स्ट्रीप घेयात. ही कागदाची स्ट्रीप आमी एक युनिट लांब मानतात.



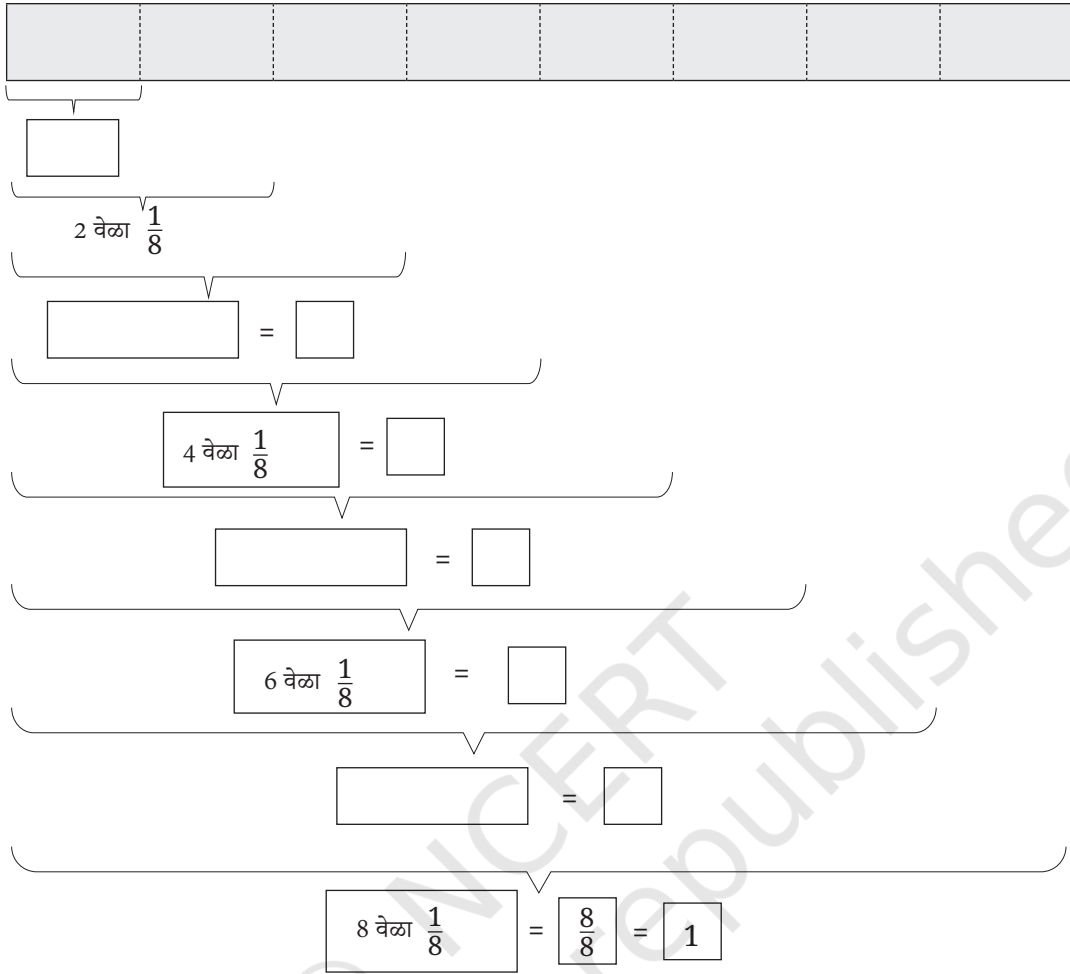
स्ट्रीपचे दोन समान वांटे करून उपरांत परत स्ट्रीप उगडची. स्ट्रीप लांबाय एक युनिट अशें मानल्यार क्रीजाक लागून तयार जाल्ल्या स्ट्रीपचाच्या दोन नव्या भागांची लांबाय कितली?



पयलीं फोल्डेड स्ट्रीप परत दोन समान भागांनी मोडल्यार तुमकां कितें मेळटलें? आतां तुमकां चार समान भाग मेळटले.









आनीक एक फावट करात ! कोऱ्या बाँक्सांत भरात.



अपूर्णाक युनिटाचो उपेग करून अपूर्णाक मात्रा मेजू येतात.

आनीक एक उदाहरण पळोवया,

 पुराय चपाती
(पुराय) दाखयता

				
$\frac{1}{2}$ = 1 वेळा अर्द	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 2 वेळा अर्द	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 3 वेळा अर्द	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 4 वेळा अर्द	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = 5 वेळा अर्द

अपूर्णाक युनिट एकठांय करून मात्रा कितली आसा हाचें वर्णन आमी करूं येता.

सोदून काडप

1. आनीक 2 पावलां खातीर $\frac{1}{2}$ चें हें कोश्टक चालू दवरचें.
2. $\frac{1}{4}$ खातीर अशेच तरेचें टेबल तयार करूं शकता ?
3. कागदाची स्ट्रीप वापरून $\frac{1}{3}$ करप. हाचोय उपेग तुमी $\frac{1}{6}$ करूंक शकता ?
4. चित्र काडप आनी दाखोवपा खातीर वयर दिल्ल्या प्रमाण जोड विधान बरोवप:
अ. 5 वेळा $\frac{1}{4}$ चपाती ब. 9 वेळा $\frac{1}{4}$ चपाती

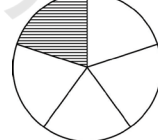
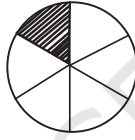
5. दरेक अपूर्णाक युनिट योग्य चित्रा कडेन जुळोवप:

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{6}$$



वाचन फ्रेक्शन

आमी सादारणपणान अपूर्णाक $\frac{3}{4}$ हें 'तीन चतुर्थांश' वा 'तीन ते चार' अशें वाचतात, पूण '3 गुणिल्ले $\frac{1}{4}$ ' अशें वाचल्यार अपूर्णाक युनिट ($\frac{1}{4}$) अशें कितें आनी अशीं कितलीं अपूर्णाक युनिटां (3) आसात हें स्पश्टपणान दिसून येता.

वयलो आंकडो आनी सकयल्या अपूर्णाकांक आमी कितें म्हणटात तें याद करात. $\frac{5}{6}$ अपूर्णाकांत , 5 हो फ्रेक्शन आनी 6 हो भाजक आसा.

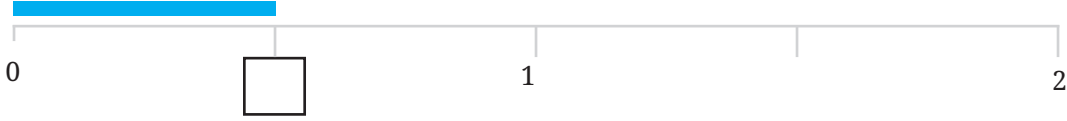
शिक्षकाक टिपणी

वर्तुळां, चौकोन, आयत, त्रिकोण आदी वेगवेगळ्या आकाराच्या अपूर्णाक युनिटांचो विचार काडपाक भुरग्यांक जायत्यो संदी दिवप.

7.4 संख्या रेशेचेर चिन्हांकित अपूर्णांक लांबाय

आमी 1, 2, 3, ... इतली लांबाय खुणायल्या. संख्या रेशेवयलीं युनिटा, आतां आमी संख्या रेशेचेर फ्रेक्शना इतली लांबाय दाखोवपाचो यत्न करूया.

निळ्या रेशेची लांबाय कितली आसा? बॉक्सांत निळ्या रेशेची लांबाय दिवपी अपूर्णांक बरयात.



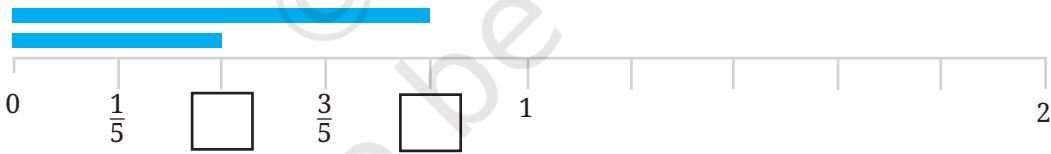
0 ते 1 हांचे मदलें अंतर एक युनिट लांब आसा. ताची विभागणी केल्ली आसा दोन समान भाग. म्हणटकच दर एका भागाची लांबाय 1

☀ आतां सकयल दाखयल्ल्या वेगवेगळ्या निळ्या रेखांच्यो लांबाय मेळटल्यो? तशेंच बॉक्सां भरून काडात.

1. हांगा अपूर्णांक युनिट 1 युनिटच्या लांबायेचे तीन समान वांटे करता. निळ्या रेशेची लांबाय दिवपी फ्रेक्शन बॉक्सांत वा तुमच्या नोटबुकांत बरयात.



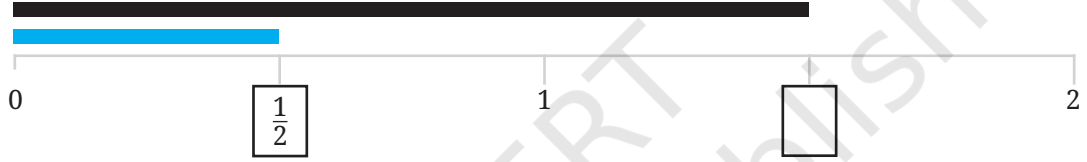
2. हांगा एका युनिटाचे 5 समान वांटे करतात. निळ्या ओळींची लांबाय दिवपी अपूर्णांक संबंदीत बॉक्सांत वा तुमच्या नोटबुकांत बरयात.



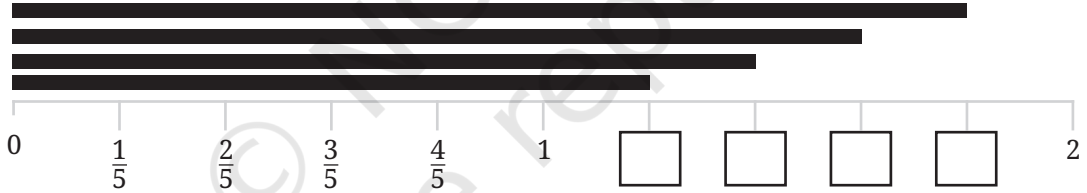
3. आतां एका युनिटाचे 8 समान वांटे करात. तुमच्या नोटबुकांत योग्य अंश बरोवप.

सोदून काडप

1. संख्या रेशेचेर $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$ आनी 4 लांबायेच्यो रेशा काडप.
2. तुमच्या आवडीचे आनीक पांच फ्रेक्शन बरोवन तांकां संख्या रेशेचेर चिन्न करात.
3. 0 ते 1 हांचे मदीं कितले फ्रेक्शन पडटात? विचार करात, आपल्या वर्गमित्रां कडेन चर्चा करात आनी तुमची जाप बरयात.
4. सकयल दाखयल्ल्या निळ्या रेशेची आनी काळ्या रेशेची लांबाय कितली? 0 आनी 1 हांचे मदलें अंतर 1 एकक लांब आसून ताचे दोन समान वांटे जातात. दर एका भागाची लांबाय $\frac{1}{2}$ आसात. तर निळी रेशा $\frac{1}{2}$ युनिट लांब आसात. बॉक्सांत काळ्या रेशेची लांबाय दिवपी अपूर्णाक बरयात.



5. काळ्या ओळींची लांबाय दिवपी अपूर्णाक संबंदीत बॉक्सांत बरयात.



शिक्षकाक टिपणी

फळ्याचेर ह्यो ओळी काडात आनी विद्यार्थ्यांक जापो तांच्या नोटबुकांत बरोवपाक सांगतात.

7.5 मिक्स फ्रेक्शन

एकापरस व्हड फ्रेक्सन

तुमी पयलीं नंबर लायनीचेर कांय फ्रेक्शन खुणायल्यात. सगळ्या निळ्या रेखांच्यो लांबाय एका परस उण्या आनी सगळ्या काळ्या रेखांच्यो लांबाय 1 परस चड आशिल्ल्याचें तुमच्या लक्षांत आयलां काय?

तुमी पयलीं नंबर लायनीचेर चिन्न केल्ले सगळे फ्रेक्शन बरोवन दवरात.

आतां हाचें दोन गटांत वर्गीकरण करूया:

लांबाय 1 युनिटा परस उणी	लांबाय 1 युनिटा परस चड

☀ 1 परस चड आशिल्ल्या फ्रेक्शनामदीं कितें तरी सारकेंपण दिसून आयलां काय?

1 एकापरस उण्या आशिल्ल्या सगळ्या फ्रेक्शन भाजकापरस अंक ल्हान आसता, जाल्यार 1 एकापरस चड आशिल्ल्या फ्रेक्शन भाजकापरस अंक व्हड आसता.

$\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ आनी $\frac{7}{2}$ हे सगळे 1 युनिटा परस व्हड आसात हें आमकां खबर आसा. पूण तातूंत कितलीं पुराय युनिट आसात तें आमी पळोवंक शकतात?

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ हें म्हाका खबर आसा. आनीक एक $\frac{1}{3}$ जोडल्यार म्हाका 1 परस चड युनिट मेळटलें! म्हणटकच $\frac{4}{3} > 1$.



सोदून काडप

1. $\frac{7}{2}$ त कितलीं पुराय युनिट आसात?
2. $\frac{4}{3}$ आनी $\frac{7}{3}$ त कितलीं पुराय युनिट आसात?



मिक्स संख्या म्हूण एकापरस चड फ्रेक्शन बरोवप

आमकां दिसलें की: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.

हेर फ्रेक्शन आमी अशेच तरेन बरोवंक शकतात. देखीक

$$\frac{4}{3} = \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}_{3 \times \frac{1}{3} = 1} + \frac{1}{3}$$

सोदून काडप

1. सकयल दिल्ल्या दरेक अपूर्णाकांत पुराय युनिटाचो आंकडो सोदून काडात:

क. $\frac{8}{3}$

ख. $\frac{11}{5}$

ग. $\frac{9}{4}$

आमकां दिसलें की

$$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

फ्रेक्श मिक्स नंबर

अशे तरेन ह्या आंकड्याक 'दोन आनी दोन तृतीयांश' अशेंय म्हणटात. तशेंच आमी $2\frac{2}{3}$ अशेंय बरयतात.

2. 1 परस चड आशिल्ल्या सगळ्या फ्रेक्शन अशे मिक्स आंकडे म्हूण बरोवंक शकता?

मिक्स संख्या वा मिक्स अपूर्णाक हातूंत पुराय संख्या (पुराय भाग म्हणटात) आनी 1 परस उणो अपूर्णाक (अपूर्णाक भाग म्हणटात) आसता.

3. सकयल दिल्ले फ्रेक्शन मिक्स फ्रेक्शन म्हूण बरयात (देखीक- : $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$):

क. $\frac{9}{2}$

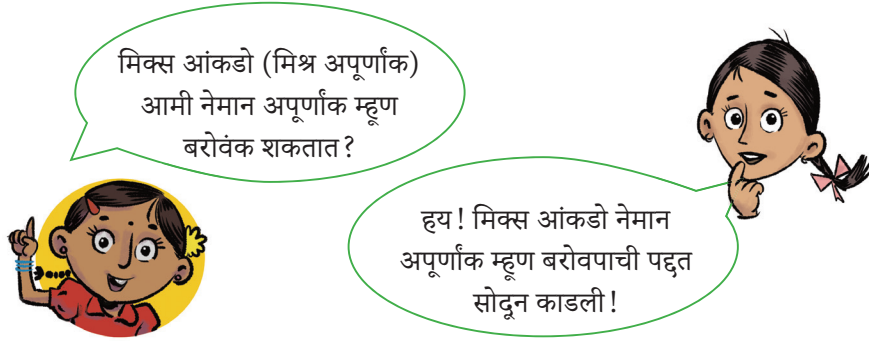
ख. $\frac{9}{5}$

ग. $\frac{21}{19}$

घ. $\frac{47}{9}$

ड. $\frac{12}{11}$

च. $\frac{19}{6}$



जया: म्हजे कडेन $3 + \frac{3}{4}$ आसल्यार हाचो अर्थ $1 + 1 + 1 + \frac{3}{4}$ असो जाता. हांव जाणां

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}.$$

म्हूण म्हाका मेळटा

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{4}$$

$$\text{ताका लागून } (4 \times 1) + (4 \times 1) + (4 \times 1) + (3 \times 1) = \frac{15}{4}.$$

☀ सोदून काडप

सकयल दिल्ल्या मिक्स आंकड्यांक अपूर्णांक म्हूण बरोवप:

क. $3 \frac{1}{4}$

ख. $7 \frac{2}{3}$

ग. $9 \frac{4}{9}$

घ. $3 \frac{1}{6}$

ड. $2 \frac{3}{11}$

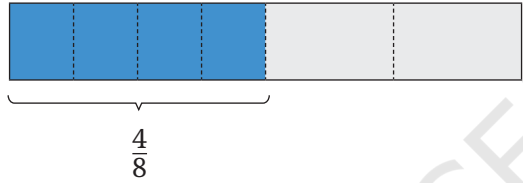
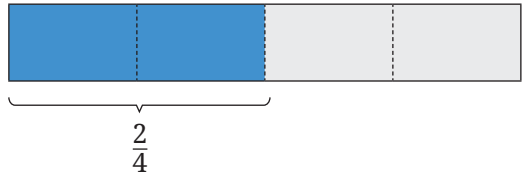
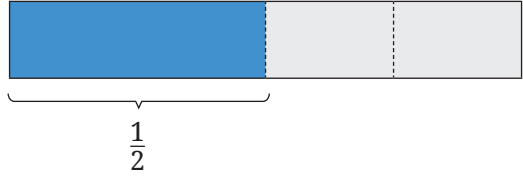
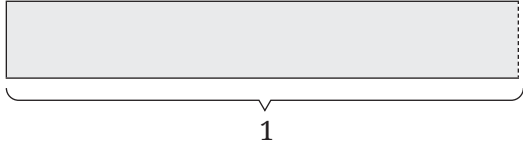
च. $3 \frac{9}{10}$



7.6 समतुल्य फ्रेक्शन

समान अपूर्णांक लांबाय सोदून काडपाक अपूर्णांक वल वापरप !

फाटल्या भागांत तुमी अपूर्णांक युनिटाचो वापर करून वेगवेगळे फ्रेक्शन दाखोवपा खातीर कागदी फोल्डींग वापरताले. ह्याच कागदाच्या पट्ट्यां वांगडा आनीक कांय कृती करूया .



तुमी कितें निरिक्षण करतात ?

- $\frac{1}{2}$ आनी $\frac{2}{4}$ लांबायेची सारकी आसात?
- $\frac{2}{4}$ आनी $\frac{4}{8}$ लांबायेची सारकी आसात?

अशें आमी म्हणूं येता $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

हीं 'समतुल्य अपूर्णांक' आसून तीं एकूच लांबाय दाखयतात, पूण तीं वेगवेगळ्या अपूर्णांक युनिटा प्रमाण व्यक्त जातात. आतां कागदाच्यो पट्ट्यो वापरून $\frac{1}{3}$ आनी $\frac{2}{6}$ हे समतुल्य फ्रॅक्शन आसात काय ना तें तपासून पळयात.

सकयल दिल्ल्या चित्रांत दिल्ल्या अशे पट्टे वापरून तुमची स्वताची अपूर्णांक वल तयार करात !

☀ अपूर्णांक वल पळयल्या उपरांत सकयल दिल्ल्या प्रस्नांची जाप दियात:

1. लांबायेचीं $\frac{1}{2}$ आनी $\frac{3}{6}$ सारकीं आसतात ?
2. $\frac{2}{3}$ आनी $\frac{4}{6}$ समतुल्य अपूर्णांक ? कित्याक ?
3. $\frac{1}{6}$ लांबायेचे कितले कुडके $\frac{1}{2}$ लांबाय करतले ?
4. $\frac{1}{6}$ लांबायेचे कितले कुडके $\frac{1}{3}$ लांबाय करतले ?

1 युनिट					
$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{2}$			
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{3}$		
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$		
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

अपूर्णाक युनिट $\frac{1}{10}$ मेरेन अपूर्णाक वल तयार करपाखातीर आमी ही कल्पना वाडोवंक शकतात. (ही अपूर्णाक वल पुस्तकाच्या शेवटाक दिल्या.)

1 युनिट									
$\frac{1}{2}$					$\frac{2}{2}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{2}{3}$			$\frac{3}{3}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{4}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{4}$			
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$				
$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{7}$			
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$		
$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{9}$	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{10}$

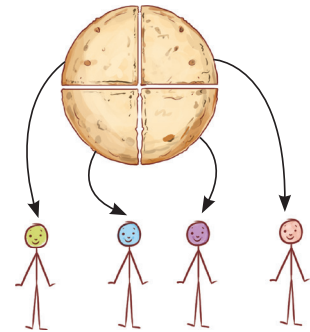
सोदून काडप

- $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ समतुल्य अपूर्णाक आसात? कित्याक?
- $\frac{2}{6}$ खातीर दोन समतुल्य फ्रेक्शन बरयात.
- $\frac{4}{6} = \square = \square = \square = \dots\dots\dots$ (जाय तितले बरयात)

समान शॅर वापरून समतुल्य फ्रेक्शन समजून घेवप

एक चपाती चार भुरग्यांनी सारकीच वांटून घेतली. पुराय, दर एका भुरग्याक कितलो फ्रेक्शन मेळ्ळो?

ह्या चित्रांतल्यान चार भुरग्यां मदीं एक चपाती कशी वांटून घेतात तें स्पश्ट जाता.



चारूय शॅर एकामेकां बराबर आसूंक जाय!

दर एका भुरग्याक मेळिल्ल्या चपातीचो फ्रॅक्शन $\frac{1}{4}$ आसात.

तशेंच भागाकार वस्तुस्थिती, अदीक तथ्य आनी गुणाकार वस्तुस्थिती हांचेवरवीं तुमी ही घडणूक व्यक्त करूंक शकतात.

भागाकार तथ्य म्हळ्यार $1 \div 4 = \frac{1}{4}$.

अदीक तथ्य म्हळ्यार $1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$.

गुणाकार तथ्य म्हळ्यार $1 = 4 \times \frac{1}{4}$.

☀ सोदून काडप

- तीन चपाती चार भुरगीं सारकीच वांटून घेतात. चित्रांत विभागणी दाखयात आनी दर एका भुरग्याक कितलें मेळटा हाचो फ्रॅक्शन बरयात. तशेंच संबंदीत भागाकार तथ्यां, अदीक तथ्यां आनी, गुणाकार तथ्यां बरयात.

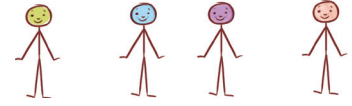
दर एका भुरग्याक मेळपी चपातीचो फ्रॅक्शन _____ आसात.



भागाकार तथ्यां

अदीक तथ्यां:

गुणाकार तथ्यां:



तुमच्या चित्राची आनी उतरांची तुळा तुमच्या वर्गमितां कडेन करात !

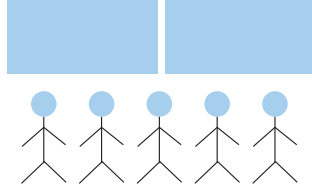
- 4 भुरग्यांनी 2 चपाती सारक्यो वांटल्यार दर एका भुरग्याक कितलें मेळटा तें दाखोवपा खातीर चित्र काडचें. तशेंच संबंदीत भागाकार तथ्य, जोड तथ्य आनी गुणाकार तथ्यां बरयात.
- अनिल एका गटांत आशिल्लो जंय 2 केक 5 भुरग्यां मदीं सारकेच वांटले. अनिलाक कितलो केक मेळटलो ?

आतां म्हज्या गटांत 10 भुरगीं आसल्यार, म्हाका कितले केक जाय जेणे करून अनिल इतलोच केक सगळ्यांक मेळचो ?

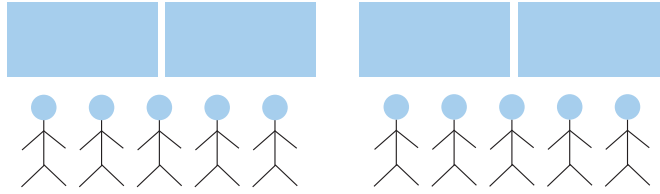
अशे दोन गट एकठांय केल्यार कितें जातलें ? एका गटांत 5 भुरग्यां मदीं 2 केक समान वांटून आनी दुसऱ्या गटांत 10 भुरग्यां मदीं वांटून घेतिल्ले 4 केक आसतात



गट 1



गट 2



म्हणटकच ह्या दोनूय परिस्थितींत दरेक भुरग्याचो वांटो सारको आसता!



म्हणटकच, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$!

सकयल दिल्ल्या परिस्थितींत दरेक भुरग्याचे वाटो तपासून पळोवया.

- 1 चपाती 2 भुरग्यां मदीं सारकीच वांटून दिला
- 2 चपाती 4 भुरग्यां मदीं सारकीच वांटून दिला.
- 3 चपाती 6 भुरग्यां मदीं सारक्यो वांटून दिला.

आमी रेखाटन करूया आनी सांगूया!

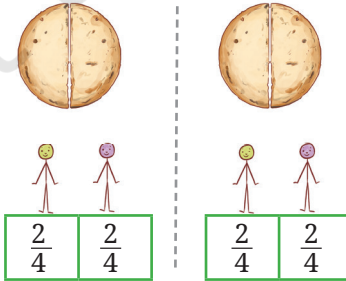
दरेक परिस्थितींत दर एका भुरग्याचो वांटो सारको आसता हें तुमच्या लक्षांत आयलां?

म्हणटकच आमी अशें म्हणूं येता = $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.

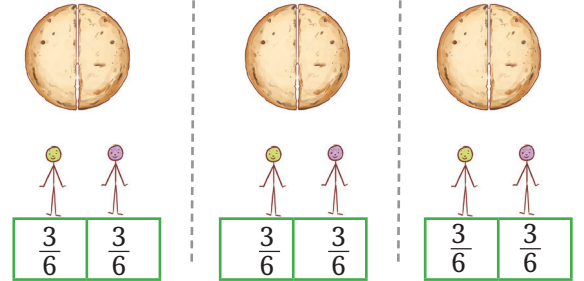
1 चपाती 2 मदीं सारकीच वाटिल्ली आसात



2 चपाती 4 मदीं सारक्यो वाटल्यात



3 चपाती 6 मदीं सारक्यो वाटल्यात



ज्या फ्रेक्शनाक शेअर्स समान आसतात तांकां 'समतुल्य अपूर्णाक' अशें म्हण्टात.

तर, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, आनी $\frac{3}{6}$ हे सगळे समतुल्य अपूर्णाक आसात.

$\frac{1}{2}$ च्या समतुल्य आनीक कांय फ्रॅक्शन सोदून काडात. तें हांगा

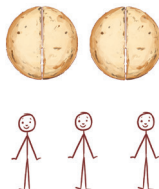
बॉक्सांत बरयात.:

सकयल दाखयल्ल्या परिस्थितींत रोटी सारकीच वांटून दरेक भुरग्याचो वांटो बरोवन दवरचो. ह्या दरेक प्रकरणांतले वाटें सारकेच आसात? कित्याक?


2 चपाती 3 भुरग्यां
मदीं समान वांटून
घेतल्यो.


6 भुरग्यां मदीं 4 चपाती
सारक्यो वांटल्यो.


6 चपाती 9 भुरग्यां मदीं
सारक्यो वांटल्यो





$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$











$\frac{2}{3}$ ही सोपी आवृत्ती अशेंय $\frac{4}{6}$ म्हण्टात. तशेंच ही सगळ्यांत $\frac{6}{9}$ सोपी आवृत्ती.

ह्या दरेक अपूर्णाकांत अंक आनी भाजक हांचे मदल्या संबंदावशीं तुमी कतिय पळयतात?



सादून काडप

शेणिल्ले आंकडे सोदून काडात:

क. 4 इश्टां मदीं समान वांटून घेतिल्लो 5 ग्लास रोस 8 इश्टां मदीं समान वांटून घेतिल्ल्या _____ ग्लासाच्या रोसा इतलोच आसतात.

तर, $\frac{5}{4} = \frac{\square}{8}$.

ख. 3 पोतयांत समान वांटून घेतिल्ले 4 किलो बटाटे 12 किलो बटाटे _ पोतयेंत सारकेच वांटिल्ले आसतात.

तर, $\frac{4}{3} = \frac{12}{\square}$

गणतिची
गजाल

ग. 5 भुरग्यां मदीं वांटिल्ल्या 7 चपाती _____ भुरग्यां मदीं वांटिल्ल्या ___ चपाती सारक्योच आसतात.

$$\text{तर, } \frac{7}{5} = \frac{\square}{\square}.$$

☀ दर एका भुरग्याक खंयच्या गटांत चड चिक्की मेळटली?

1 चिक्की 2 भुरग्यां मदीं वांटली वा 5 चिक्की 8 भुरग्यां मदीं वांटली.

मुक्ता: म्हणटकच आमी तुळा करपाक जाय $\frac{1}{2}$ आनी $\frac{5}{8}$ खंयचें चड आसा?

शबनम: बरें, आमी तें पळयलां $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$; आनी स्पश्टपणान $\frac{4}{8} < \frac{5}{8}$ म्हणटकच, ज्या भुरग्यां खातीर 5

चिक्की 8 मदीं समान वांटल्यात तांकां त्या भुरग्यां परस चड मेळटलें जाचे खातीर 1 चिक्की 2 मदीं समान वांटल्या. दुसऱ्या गटांतल्या भुरग्यांक दरेकी चड चिक्की मेळटली.

☀ सकयल दिल्ल्या गटांचें कितें? दर एका भुरग्याक खंयच्या गटांत चड मेळटलें?

1 चिक्की 2 भुरग्यां मदीं वांटली वा 4 चिक्की 7 भुरग्यां मदीं वांटली.

शबनम: ह्या वेळार खंयच्या गटांतल्या भुरग्यांक चड चिक्की मेळटली?

मुक्ता: आमी $\frac{1}{7}$ आनी $\frac{4}{7}$ हांची तुळा करपाक जाय

आता

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \text{ so, } \frac{1}{2} = \frac{4}{8}.$$

शबनम: पूण अंक आनी भाजक हांकां परत 4 न गुणाकार कित्याक केलो ?

मुक्ता: तुमकां दिसतलें!

>

जेन्ना 7 भुरग्यां मदीं 4 चिक्की सारक्यो वांटून घेतल्यो तेन्ना दर एका भुरग्याक चिक्की मेळ्यो. जेन्ना $\frac{4}{7}$ भुरग्यां मदीं 8 चिक्की समान वांटून घेतात तेन्ना दर एका भुरग्याक अर्दी चिक्की मेळटा. $\frac{4}{7} < \frac{4}{8}$





ताका लागून, $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$ आनी $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, तर $\frac{4}{7} > \frac{1}{2}$.
आतां तुमी अंक आनी भाजक हांकां 4 कित्याक गुणाकार केलो हें म्हाका समजलें.

वांटून घेतिल्ल्या युनिटाचो आंकडो सारको आसल्यार, पूण ज्या भुरग्यां मदीं युनिट वांटून घेतात तांचो आंकडो चड आसल्यार वांटो उणो आसतात.



☀ समजा भुरग्यांचो आंकडो तसोच दवरला, पूण वांटून घेतिल्ल्या युनिटांचो आंकडो वाडला? आतां दर एका भुरग्याच्या वाट्या विशीं कितें म्हणूं येता? कित्याक? तुमचो तर्क कसो स्पश्ट करता हाचेर चर्चा करात
 $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, $\frac{3}{7} < \frac{4}{7}$, आनी $\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$.

☀ आतां, दरेक भुरग्याक व्हड वांटो खंयच्या गटांत मेळटलो तें थारावचें:

1. गट 1 : 3 ग्लास ऊंसाचो रोस 4 भुरग्यां मदीं सारको वांटलो.

गट 2: 7 ग्लास ऊंसाचो रोस 10 भुरग्यां मदीं सारको वांटलो.

2. गट 1 : 4 ग्लास ऊंसाचो रोस 7 भुरग्यां मदीं सारको वांटलो.

गट 2: 5 ग्लास ऊंसाचो रोस 7 भुरग्यां मदीं सारको वांटलो.

खंयच्या गटांची तुळा करप सोंपें आशिल्लें? कित्याक?

शबनम: पयल्या दोन गटांची तुळा करपाखातीर आमकां

अपूर्णाकांक समतुल्य अंश सोदचे पडटात

$\frac{3}{4}$ आनी $\frac{7}{10}$.

मुक्ता: कशें $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ आनी $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$?

गणतिचा
गजाल

भुरग्यांचो आंकडो सारको आसता तेन्ना तुळा करप सोंपें जाता, न्हय?



शबनम: एक अट आसा. दोनूय फ्रेक्शनाखातीर वापरिल्लें अपूर्णाक एकक एकसारकें आसचें पडटा! जशें $\frac{2}{6}$ आनी $\frac{3}{6}$ दोनूय एकूच अपूर्णाक एकक वापरतात $\frac{1}{6}$ (म्हळ्यार भाजक सारकेच आसतात). पूण $\frac{6}{8}$ आनी $\frac{21}{30}$ एकूच अपूर्णाक युनिट वापरनात (तांकां वेगवेगळे भाजक आसतात).

मुक्ता: बरें आसा, म्हणटकच आमी समतुल्य फ्रेक्शन तयार करपाक सुरवात करूया:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} \dots \text{पूण हांव केन्ना थांबूं?}$$

शबनम: कळ्ळें! आमी $4 \times 10 = 40$ मेरेन कशे चलत रावतले.

मुक्ता: म्हळ्यार दोन भाजकांचे गुणनफल? तशेंच केल्यार बरें दिसता!

आमचे कडेन $\frac{3}{4}$ आनी $\frac{7}{10}$. आसा. दोन भाजकांचें (4 आनी 10) गुणनफल 40 आसता.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \dots = \frac{27}{36} = \frac{30}{40}.$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = \frac{21}{30} = \frac{28}{40}.$$

भाजकां 40 मेरेन
पावतकच जाय.

पूण तें लक्षांत घेयात $\frac{15}{20}$ आनी $\frac{14}{20}$ ताचोय तोच भाजक आशिल्लो!



हय! आमकां फकत दर एका अपूर्णाक खातीर तींच अपूर्णाक युनिट मेळोवपाची गरज आशिल्ली.



शबनम: म्हणटकच $\frac{3}{4}$ आनी $\frac{7}{10}$ हांचे समतुल्य समान अपूर्णाक

एकक (समान भाजक) आशिल्ले युनिट $\frac{30}{40}$ आनी $\frac{28}{40}$, वा $\frac{15}{20}$ आनी $\frac{14}{20}$ आसतात.

स्पश्टपणान $\frac{30}{40} > \frac{28}{40}$ आशिल्ल्यान आमी असो निश्कर्श काडटात की $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.

☀ दिल्ली फ्रेक्शनाच्या जोड्यांखातीर समतुल्य फ्रेक्शन सोदून काडात जशे की अपूर्णाक युनिट सारकीं आसतात.

क. $\frac{7}{2}$ आनी $\frac{3}{5}$

ख. $\frac{8}{3}$ आनी $\frac{5}{6}$

ग. $\frac{3}{4}$ आनी $\frac{3}{5}$

घ. $\frac{6}{7}$ आनी $\frac{8}{5}$

ड. $\frac{9}{4}$ आनी $\frac{5}{2}$

च. $\frac{1}{10}$ आनी $\frac{2}{9}$

छ. $\frac{8}{3}$ आनी $\frac{11}{4}$

ज. $\frac{13}{6}$ आनी $\frac{1}{9}$

अपूर्णाक सगळ्यांत उण्या उतरांनी (वा ताच्या साद्या स्वरूपांत) व्यक्त करप

खंयच्याय अपूर्णाकांत ताच्या अंकांक आनी भाजकाक 1 सोडल्यार खंयचोच समान घटक नासल्यार तो अपूर्णाक सगळ्यांत उण्या उतरांनी वा ताच्या साद्या स्वरूपांत आसा अशें म्हण्टात. दुस-या शब्दांत सांगचें जाल्यार ताचो आंकडो आनी भाजक शक्य तितले ल्हान आसल्यार अपूर्णाक सगळ्यांत उण्या उतरांनी अशें म्हण्टात.

खंयचोय अपूर्णाक समतुल्य अपूर्णाक सोदून सगळ्यांत उण्या उतरांनी व्यक्त करूं येता जाचो आंकडो आनी भाजक शक्य तितले ल्हान आसात.

सगळ्यांत उण्या उतरांनी फ्रेक्शन कशे तरेन व्यक्त करप तें पळोवया.

देखीक: अपूर्णाक $\frac{16}{20}$ सगळ्यांत उण्या उतरांनी आसा काय? क्र. 4 हो 16 आनी 20 हांचो सामान्य घटक.

आमी $\frac{16}{20}$ ते सगळ्यांत उण्या अटी मेरेन उणे करूया.

16 (अंक) आनी 20 (भाजक) हे दोनूय 4 वरवीं विभाज्य आसात हें आमकां खबर आसा.

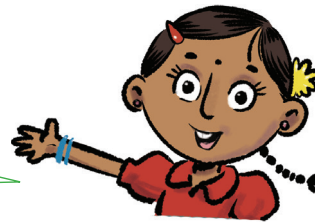
म्हणटकच, $\frac{16 \div 4}{20 \div 4} = \frac{4}{5}$.

आतां 4 आनी 5 हांचे मदीं समान घटक ना. आतां ताका लागून सगळ्यांत उण्या उतरांनी व्यक्त केल्लो $\frac{16}{20}$ हो

$\frac{4}{5}$ आसात. म्हणटकच, $\frac{4}{5}$ हाका $\frac{16}{20}$ हें सगळ्यांत सोंपें रूप म्हणटात, कारण 4 आनी 5 हातूंत 1 सोडून हेर

खंयचोच समान घटक ना.

खंयच्याय अपूर्णाकाचे अंक आनी भाजक ह्या दोनूय घटकांमदीं सगळ्यांत चड समान घटकान वांटून सगळ्यांत उणे रुपांतर करूं येता.



सगळ्यांत उण्या उतरांनी अपूर्णाक व्यक्त करप हेंय स्टेपसांनी करूं येता.

समजा आमी $\frac{36}{60}$ सगळ्यांत उण्या उतरांनी व्यक्त करपाक सोदतात. पयलीं आमकां दिसता की अंक आनी

भाजक हे दोनूय सम आसात. म्हणटकच आमी दोगांयचे 2 वांटे करतात आनी देखून $\frac{36}{60} = \frac{18}{30}$.

अंक आनी भाजक हे दोनूय परत आनीकूय आसात, देखून आमी तांकां दरेकल्याक परतून 2 भागाकार केल्यार; आमकां मेळटा $\frac{18}{30} = \frac{9}{15}$.

आतां आमचे नदरेक येता की 9 आनी 15 हे दोनूय 3 चे गुणाकार आसात, देखून आमी दोगांयचे 3 भाग करून

$$\frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{ मेळटात.}$$

आतां 3 आनी 5 हातूंत 1 सोडून हेर खंयचोच समान घटक ना, म्हणटकच सगळ्यांत उण्या उतरांनी $\frac{36}{60}$ म्हळ्यार $\frac{3}{5}$.

पर्यायान, $\frac{36}{60}$ त अंक आनी भाजक हे दोनूय 12 चे गुणाकार आसात हें आमकां लक्षांत आयलां आसतलें : $36 = 3 \times 12$ आनी $60 = 5 \times 12$ अशें आमकां दिसता.

ताका लागून आमी $\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$ सरळ असो निश्कर्श काडूंक शकले आसले. एकतर पद्दत काम करता आनी तीच जाप दितली! पूण केन्ना केन्नाय पावलांनी वचप सोंपें जावं येता.

☀ सोदून काडप

सकयल दिल्ले फ्रेक्शन सगळ्यांत उण्या उतरांनी व्यक्त करात:

क. $\frac{17}{51}$

ख. $\frac{64}{144}$

ग. $\frac{126}{147}$

घ. $\frac{525}{112}$

7.7 फ्रेक्शनाची तुळा

कोण व्हड, $\frac{4}{5}$ वा $\frac{7}{9}$? अशा दोन फ्रेक्शनाची सरळ तुळा करप कठीण जावं येता. पूण एकाच भाजकाच्या दोन फ्रेक्शनाक समतुल्य फ्रेक्शन कशे सोदून काडप हें आमकां खबर आसा. देखून आमी ताचो उपेग कसो करूं येता:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} = \frac{36}{45}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 5}{9 \times 5} = \frac{35}{45}$$

45 हो 5 आनी 9 हांचो एक सामान्य गुणाकार, देखून, आमी 45 हो सामायिक भाजक म्हूण वापरूं येता.



स्पष्टपणान, $\frac{36}{45} > \frac{35}{45}$

म्हणटकच, $\frac{4}{5} > \frac{7}{9}$!

आमी आनीक एका जोडये खातीर हें करून पळोवया: $\frac{7}{9}$ आनी $\frac{17}{21}$.

63 हो 9 आनी 21 हांचो सामान्य गुणाकार आसा. तेन्ना आमी बरोवंक शकतात:

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{49}{63}, \quad \frac{17}{21} = \frac{17 \times 3}{21 \times 3} = \frac{51}{63}$$

स्पष्टपणान, $\frac{49}{63} < \frac{51}{63}$. So, $\frac{7}{9} < \frac{17}{21}$!

सारांश करूया!

दिल्ल्या दोन वा चड अपूर्णाकांच्या आकारांची तुळा करपाची स्टेप्स:

स्टेप्स 1: दिल्ले फ्रेक्शन समतुल्य फ्रेक्शनांत बदलप जाका लागून ते सगळे एकाच भाजकान वा एकाच अपूर्णाक युनिटान व्यक्त जातात.

स्टेप्स 2: आतां फकत फ्रेक्शनची तुळा करून समतुल्य फ्रेक्शनची तुळा करात, म्हळ्यार दरेक आशिल्ल्या अपूर्णाक युनिटाचो आंकडो.

☀ सोदून काडप

1. सकयल दिल्ल्या फ्रेक्शनाची तुळा करात आनी तुमचीं उतरां योग्य थारायात:

क. $\frac{8}{3}, \frac{5}{2}$ ख. $\frac{4}{9}, \frac{3}{7}$ ग. $\frac{7}{10}, \frac{9}{14}$

घ. $\frac{12}{5}, \frac{8}{5}$ ङ. $\frac{9}{4}, \frac{5}{2}$

2. सकयल दिल्ले फ्रेक्शन चढत्या क्रमान बरयात.

क. $\frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{2}{5}$ ख. $\frac{19}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$

3. सकयल दिल्ले फ्रेक्शन उतरत्या क्रमान बरयात.

क. $\frac{25}{16}, \frac{7}{8}, \frac{13}{4}, \frac{17}{32}$ ख. $\frac{3}{4}, \frac{12}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{4}$

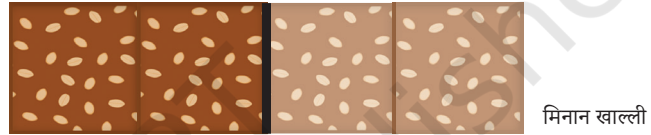
7.8 फ्रेक्शनाचे अदीक आनी वजाबाकी

मीनाच्या बापायन कांय चिक्की तयार केली. मीनान तातूंतलें $\frac{1}{2}$ खाल्लें आनी तिच्या धाकल्या भावान तातूंतलें $\frac{1}{4}$ खाल्लें. मीना आनी ताचो भाव एकठांय वट्ट कितलें चिक्की खातली ?



ताची कल्पना करुन आमी जाप मेळोवंक शकतात. आमी चिक्कीचो एक कुडको घेवन अशे तरेन पयलीं दोन वांटे करुया.

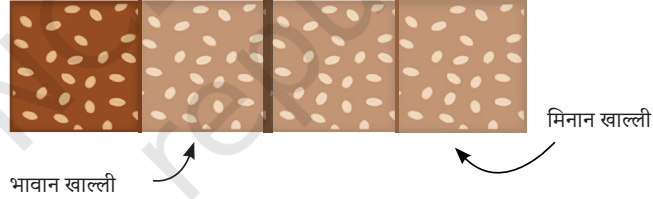
चित्रांत दाखयल्ले प्रमाण मीनान तातूंतलें $\frac{1}{2}$ खाल्लें.



आतां दाखयल्ले प्रमाण उरिल्लो अर्दो आनीक दोन भाग करुया. हातूंतलो दर एक कुडको पुराय चिक्कीचो $\frac{1}{4}$ आसात.

मीनाच्या भावान पुराय चिक्की $\frac{1}{4}$

खाल्ली, अशें चित्रांत दाखयलां



खाल्ली वट्ट चिक्की $\frac{1}{2}$ (मीनान)
आनी $\frac{1}{4}$ (ताच्या भावान)

खाल्ली एकूण चिक्की

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



वट्ट चिक्की कितली उरल्यात ?

एकाच अपूर्णाक युनिट वा भाजक आशिल्ले फ्रेक्शन जोडप

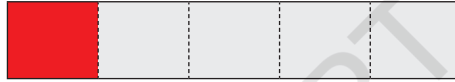
देखीक: $\frac{2}{5}$ आनी $\frac{1}{5}$ हांची बेरीज सोदून काडात.

आयताकृती पट्टे वापरून आमी दोगांयचें प्रतिनिधित्व करूया. दोनूय अपूर्णाकांत अपूर्णाक युनिट एकच $\frac{1}{5}$ आसता, म्हणटकच दरेक पट्टीचे 5 समान वांटे जातले.

तर $\frac{2}{5}$ चें प्रतिनिधित्व अशे तरेन जातलें —



आनी $\frac{1}{5}$ चें प्रतिनिधित्व अशे तरेन जातलें —



दिल्ले दोन फ्रेक्शन जोडप म्हळ्यार शेडेड भागांची वट्ट संख्या सोदून काडपा सारकीच, तातूंतलो दर एक भाग एकूच अपूर्णाक युनिट $\frac{1}{5}$ दाखयता.

ह्या प्रकरणांत शेडेड भागांची वट्ट संख्या 3 आसता. दरेक शेडेड भाग अपूर्णाक युनिट $\frac{1}{5}$, दाखयता, देखून 3 शेडेड भाग एकठांय जावन अपूर्णाक $\frac{3}{5}$ चें प्रतिनिधित्व करतात अशें आमकां दिसता.

ताका लागून, $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$?



देखीक: $\frac{4}{7}$ आनी $\frac{6}{7}$ हांची बेरीज सोदून काडात.

आयताकृती पट्टी मॉडेल वापरून आमी परत दोगांयचें प्रतिनिधित्व करूया. हांगा दोनूय अपूर्णाकांत अपूर्णाक युनिट सारकेंच म्हळ्यार $\frac{1}{7}$, आशिल्ल्यान दरेक पट्टीचे 7 समान वांटे जातले.

तेन्ना $\frac{4}{7}$ चें प्रतिनिधित्व अशे तरेन जातलें —

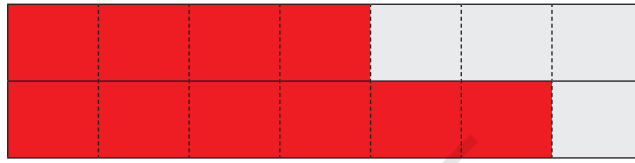


आनी $\frac{6}{7}$ चें प्रतिनिधित्व अशे तरेन जातलें -



हे बाबतींत शेडेड भागांची वट्ट संख्या 10 आसता आनी दर एक शेडेड भाग अपूर्णाक युनिट $\frac{1}{7}$, दाखयता, देखून 10 शेडेड भाग मेळून हांगा दिसता तसो अपूर्णाक $\frac{10}{7}$ दाखयतात.

तेच अपूर्णाक आशिल्ले फ्रेक्शन जोडटना युनिट, फकत दर एका अपूर्णाकांतल्यान अपूर्णाक युनिटाचो आंकडो जोडचो.



$$\text{ताका लागून, } \frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{10}{7}$$

$$= 1 + \frac{3}{7}$$

$$= 1\frac{3}{7}$$



☀ संख्या ओळ वापरून $\frac{4}{7} + \frac{6}{7}$ जोडपाचो यत्न करात. तीच जाप तुमकां मेळटा?

वेगवेगळ्या अपूर्णाक युनिटा वा भाजकां आशिल्ले फ्रेक्शन जोडप

देखीक: $\frac{1}{4}$ आनी $\frac{1}{3}$ हांची बेरीज सोदून काडात.

वेगवेगळ्या अपूर्णाक युनिटां आशिल्ले फ्रेक्शन जोडपाखातीर पयलीं अपूर्णाकांक एकाच भाजक वा अपूर्णाक युनिट आशिल्ल्या समतुल्य फ्रेक्शनांत रुपांतर करचें. हे बाबतींत सामान्य भाजक करूं येता

$3 \times 4 = 12$, म्हळ्यार अपूर्णाक युनिट $\frac{1}{12}$ आशिल्ले समतुल्य फ्रेक्शन आमकां मेळटात.

दरेक दिल्ले अपूर्णाक समतुल्य अपूर्णाक बरयात.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{4}{12}.$$

आता, $\frac{3}{12}$ आनी $\frac{4}{12}$ एकच अपूर्णाक युनिट आसता, म्हळ्यार, $\frac{1}{12}$.

$$\text{ताका लागून, } \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}.$$

कितलेय अपूर्णाक जोडपाचें काम करपी ही जोडपाची पद्दत सगळ्यांत पयलीं ब्रह्मगुप्तान बी.सी 628 वर्सा सादारणपणान स्पश्टपणान सांगली! फ्रेक्शनाच्या विकासाच्या इतिहासाचें आमी फुडें अध्यायांत चड विस्तारान वर्णन करतले. सद्याक आमी फकत अपूर्णाक जोडपा खातीर ब्रह्मगुप्ताचे पद्दतींतलीं पावलां सारांशीत करतात.

ब्रह्मगुप्ताची फ्रेक्शन जोडपाची पद्दत

1. समतुल्य फ्रेक्शन सोदून काडात जाका लागून अपूर्णाक युनिट सगळ्या अपूर्णाकांक सामान्य आसता. भाजकांचो एक सामान्य गुणाकार सोदून काडूं येता (देखीक, भाजकांचें गुणनफल, वा भाजकांचो सगळ्यांत ल्हान सामान्य गुणाकार).
2. ह्याच अपूर्णाक युनिटां वांगडा हे समतुल्य फ्रेक्शन जोडटात. अंक जोडून आनी तोच भाजक दवरून हें करूं येता.
3. गरज पडल्यार सगळ्यांत उण्या उतरांनी निकाल उक्तो करचो.चौ.ब्रह्मगुप्ताचे पद्दतीचें आनीक एक उदाहरण आमी मुखार व्हरूया.

देखीक: $\frac{2}{3}$ आनी $\frac{1}{5}$ हांची बेरीज सोदून काडात.

हांचो सगळ्यांत उणो सामान्य गुणाकार म्हळ्यार 15. तेन्ना आमकां दिसता की

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}, \quad \frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}.$$

ताका लागून, $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{3}{15} = \frac{13}{15}$.

देखीक: $\frac{1}{6}$ आनी $\frac{1}{3}$ हांची बेरीज सोदून काडात.

6 आनी 3 हांचो सगळ्यांत ल्हान सामान्य गुणाकार म्हळ्यार 6.

$\frac{1}{6}$ तशेंच उरतलें $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

ताका लागून, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$.

अपूर्णाक $\frac{3}{6}$ आतां इत्सा आसल्यार सगळ्यांत उण्या उतरांनी परतून व्यक्त करूं येता. अंक आनी

भाजक ह्या दोनूय घटकांक 3 (3 आनी 6 हो सगळ्यांत व्हडलो सामान्य घटक) वांटून हें करूं येता,

$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$.

ताका लागून,, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.

सोडून काडप

1. ब्रह्मगुप्ताची पद्दत वापरून सकयल दिल्ले फ्रेक्शन जोडात:

क. $\frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}$ ख. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$ ग. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ घ. $\frac{2}{3} + \frac{2}{7}$ ङ. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

च. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ छ. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ ज. $\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$ झ. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4}$ ञ. $\frac{8}{3} + \frac{2}{7}$

ट. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ ठ. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7}$ ड. $\frac{9}{2} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6}$

2. रहीम $\frac{2}{3}$ लिटर हळडुवो रंग $\frac{3}{4}$ लिटर निळ्या रंगांत मिसळून हरवो रंग तयार करता. ताणें तयार

केल्ल्या हिरव्या रंगाचें प्रमाण कितलें?

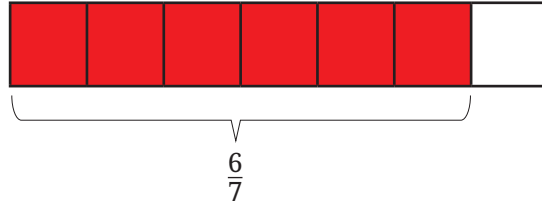
3. गीतान $\frac{2}{5}$ लेस विकत घेतलो आनी शमीमान 1 मीटर लांब आशिल्ल्या टेबल क्लॉथाचेर पुराय बॉर्डर घालपा खातीर त्याच लेसाचें $\frac{3}{4}$ मीटर विकतें घेतलें. दोगांयनी विकत घेतिल्ले लेसाची वट्ट लांबाय सोदून काडात. लेस पुराय शिमेक धांपपाक पुरो जातलो?

समान अपूर्णाक युनिट वा भाजक आशिल्ल्या फ्रेक्शनाची वजा

वजा करतना ब्रह्मगुप्ताची पद्दत लेगीत लागू जाता !

$\frac{4}{7}$ पासून $3\frac{6}{7}$, देखीक वजा करपाच्या समस्येन सुरवात करूया, म्हळ्यार $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$ कितें - ?

ही गणित सोडोवपा खातीर आमी परतून आयताकृती पट्ट्यांचो उपेग करूं येता. दोनूय अपूर्णाकांत अपूर्णाक युनिसारकेंच आसता, म्हळ्यार $\frac{1}{7}$ पयलीं दाखयल्ले प्रमाण आयताकृती पट्टी मॉडेल वापरून व्हडलो अपूर्णाक दाखोवया:



दरेक शेडेड भाग $\frac{1}{7}$ दाखयता. आतां आमी $\frac{4}{7}$ वजा करपाची गरज आसा. हें करपा खातीर आमी सावळेचे 4 भाग काडूया:



अपूर्णाक भाग
काडपाचे.

दोनूय फ्रेक्शनाची अपूर्णाक युनिटां
सारकीं आशिल्ल्यान आमी हांगा सरळ
हें करूंक शकतात.



म्हणटकच आमचे कडेन 2 शेडेड भाग उरल्यात, म्हळ्यार $\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$.

नंबर लायन वापरून ही कृती करपाचो यत्न करात.

सोदुन काडप

1. $\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$

2. $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$

3. $\frac{10}{27} - \frac{1}{27}$

वेगवेगळ्या अपूर्णाक युनिटां वा भाजक आशिल्ल्या फ्रेक्शनाची वजा

देखीक: $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ कितें?

समान अपूर्णाक युनिटां आशिल्ल्या फ्रेक्शनाची वजा करपाची पद्दत आमकां पयलींच खबर आशिल्ल्यान दिल्ल्या दरेक फ्रेक्शनाचे समान अपूर्णाक युनिटा आशिल्ल्या समतुल्य फ्रेक्शनात रुपांतर करूया.

$$\frac{3}{4} = \frac{(3 \times 3)}{(4 \times 3)} = \frac{9}{12}$$

हय! अशें करुन आमी दोन अपूर्णाक सहज वजा करुंक शकतात.

विचार करात! आमी अंक आनी भाजक ह्या दोनूय गुणांक 3 न गुणाकार करपाची निवड कित्याक केली?

$$\text{आनी तशेंच, } \frac{2}{3} = \frac{(2 \times 4)}{(3 \times 4)} = \frac{8}{12}$$

परतून ! आमी हांगा अंक आनी भाजक ह्या दोनूय गुणांक 4 न गुणाकार करपाची निवड कित्याक केली?

$$\text{ताका लागून, } \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

ब्रह्मगुप्ताची दोन फ्रेक्शन वजा करपाची पद्दत -

1. दिल्ल्या फ्रेक्शनाचे समान अपूर्णाक युनिट म्हळ्यार एकूच भाजक आशिल्ल्या समतुल्य फ्रेक्शनात रुपांतर करप.
2. समान अपूर्णाक युनिट आशिल्ल्या फ्रेक्शनाचें वजाबाकी करप. फ्रेक्शनाची वजा करुन तोच भाजक दवरुन हें करुं येता.
3. गरज पडल्यार निकाल सगळ्यांत उण्या उतरांनी सोंपो करचो.

सोदून काडप

1. ब्रह्मगुप्ताची पद्दत वापरून सकयल दिल्ले वजाबाकी करात:

क. $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$

ख. $\frac{2}{5} - \frac{4}{15}$

ग. $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$

घ. $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

2. सांगिल्ले प्रमाण वजा करात:

क. $\frac{13}{4}$ कडल्यान $\frac{10}{3}$

ख. $\frac{18}{5}$ कडल्यान $\frac{23}{3}$

ग. $\frac{29}{7}$ कडल्यान $\frac{45}{7}$

3. सकयल दिल्ल्यो समस्या सोडोवप:

क. आयची शाळा तिच्या घरा सावन $\frac{7}{10}$ किमी. ती दर दिसा आपल्या घरा सावन 2 किमी ऑटो घेता, आनी उपरांत उरिल्लें अंतर चलत आपल्या शाळेंत पावता. शाळेंत पावपा खातीर ती दर दिसा कितली चलता?

ख. जीविका उद्यानाची पुराय फेरी मारपाक $\frac{10}{3}$ मिनटां घेता आनी तिची इश्ट नमीत तशेंच करपाक $\frac{13}{4}$ मिनटां घेता. कोण उणो वेळ घेता आनी कितल्यान?

7.9 इतिहासाचो चिमटो

पुर्विल्ल्या भारतांत एका फ्रेक्शनाक कितें म्हणटाले तें तुमकां खबर आसा? संस्कृतांत ताका भिण्णा म्हणटाले, ताचो अर्थ 'ब्रोकन' असो जातालो. ताका भागा वा फ्रेक्शन म्हळ्यार 'भाग' वा 'तुकडो' अशेंय म्हणटाले.

आमी संवसारभर वापरतात त्या अंशांचें प्रतिनिधित्व करपाची पद्दत भारतांत निर्माण जाली. बक्षाली हस्तलिखित (सी.इ 300 वर्साच्या सुमाराक) सारक्या पुर्विल्ल्या भारतीय गणितीय ग्रंथांत जेन्ना तांकां अपूर्णाक बरोवपाची इत्सा आशिल्ली, तेन्ना तांणी ताचें प्रतिनिधित्व अशे तरेन केलें जें आयज आमी कशें करतात तशेंच आसा! आर्यभट (सी. इ 499), ब्रह्मगुप्त (सी. इ 628), श्रीधराचार्य (सी. इ सुमार 750), महावीराचार्य (सी. इ 850) ह्या सारक्या नामनेच्या गणिततज्ञांनी भारतांत कितल्याशाच शेंकड्यां मेरेन ही पद्दत वापरांत आशिल्ली.

" हातूंत दिसता तशें अपूर्णाकांत अंक आनी भाजक हांकां जोडपी रेषा खंड उपरांत बाराव्या शेंकड्यांत मोरोक्कोचो गणितज्ञ अल-हस्सार हाणें सुरू केलो. उपरांतच्या शतमानांत ह्या संकेतनाचो प्रसार युरोपांत आनी संवसारभर जालो.

पुर्विल्ल्या इजिप्शियन आनी बॅबिलोनियन संस्कृतायेसारक्या हेर संस्कृतायेंतूय अंशांचो उपेग जाल्लो, पूण तांणी मुखेलपणान फकत अपूर्णाक एककांचो उपेग केलो, म्हळ्यार अंकांत 1 आशिल्ले अंश. चड सादारण फ्रेक्शन अपूर्णाक युनिटाच्यो राशी म्हूण उक्तायताले, तांकां आतां 'इजिप्शियन अपूर्णाक' अशें म्हणटात. अपूर्णाक एककांचो बेरीज म्हूण संख्या बरोवप, देखीक, $\frac{19}{24} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$, ही बरी कला जावं येता आनी ताका लागून सोबीत कोडे जातात.

अशेच एक कोडे आमी सकयल विचारांत घेतले. सादारण फ्रेक्शन (जंय अंक 1 आसप गरजेचें न्हय) भारतांत पयलीं तांच्या बेरीज, वजाबाकी, गुणाकार आनी अपूर्णाकांची विभागणी ह्या अंकगणितीय क्रियांच्या नेमांवांगडा सुरू जाले. वैदिक काळांत लेगीत भारतीयांनी अपूर्णाक आशिल्ल्या ऑपरेशनाचे नेम सोदून काडले अशें 'सुल्ब-सूत्रां' नांवाच्या पुर्विल्ल्या भारतीय ग्रंथांतल्यान दिसून येता. फ्रेक्शना वांगडा काम करपाचे आनी संगणनाचे सादारण नेम आनी कार्यपद्दती पयलीं ब्रह्मगुप्तान औपचारीक आनी आधुनीक स्वरूपांत संहिताबद्ध केली.

ब्रह्मगुप्ताच्यो फ्रेक्शनावांगडा काम करपाच्यो आनी संगणन करपाच्यो पद्दती आयजूय आमी वापरतात. देखीक- ब्रह्मगुप्तान अंश कशे जोडप आनी वजा करप हाचें वर्णन अशे तरेन केलां:

"हेर भाजकांवरवीं दर एका अंशाचो आंकडो आनी भाजक हांच्या गुणाकाराक लागून अपूर्णाक एका सामान्य भाजकामेरेन घट जातात. उपरांत जोड जाल्यार अंक (वयर दिल्ल्या उणावा उपरांत मेळिल्ले) जोडटात. वजाबाकीच्या बाबतींत तांचो फरक घेतात." (ब्रह्मगुप्त, ब्रह्मस्फुआसिध्दान्त, श्लोक 12.2, इ. स. 628)

फ्रेक्शनाचो आस्पाव आशिल्ल्यो भारतीय संकल्पना आनी पद्दती फुडल्या कांय शेंकड्यांत अरबांच्या माध्यमांतल्यान युरोपांत प्रसारीत जाल्यो आनी सतराव्या शेंकड्याच्या सुमाराक युरोपांत तांचो सर्वसादारण उपेग जालो आनी उपरांत संवसारभर ताचो प्रसार जालो.

☀ कोडे!

1 ची बेरीज मेळोवपा खातीर अपूर्णाक युनिट जोडप सोंपें आसता, जर कोणूय एकूच अपूर्णाक युनिट वापरता जाल्यार, देखीक,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1, \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1, \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1, \text{ आदी.}$$

पूण, 1 मेळोवपा खातीर सगळीं वेगळीं आशिल्लीं फ्रॅक्शनल युनिट जोडपाचो मार्ग तुमी विचार करूंक शकतात?

1 मेळोवपाक दोन वेगवेगळीं अपूर्णाक युनिट जोडप शक्य ना.

हाचें कारण म्हळ्यार 1 हें सगळ्यांत व्हडलें अपूर्णाक युनिट आनी $1 + 1 = 11$?

1 मेरेन जोडपी तीन वेगवेगळीं अपूर्णाक युनिट मेळूं येता ?

ह्या गणिताचेर एकूच उपाय आसा (3 अपूर्णाकांची क्रमवारी बदलपा मेरेन)! मेळूं येता? फुडें वाचचे पयलीं तें सोदपाचो यत्न करचो.

हाचेर उपाय काडपाची पद्दतशीर पद्दत हांगा आसा. आमकां खबर आसा की

वेगवेगळीं फ्रॅक्शनल एककां मेळोवपा खातीर आमकां $\frac{1}{2}$ मदल्या उण्यांत उणें एका घटकाच्या जाग्यार कांय ल्हान अपूर्णाक युनिट घेवचो पडटलो - पूण मागीर बेरीज 1 परस उणी जातली! ताका लागून दोन वेगवेगळ्या अपूर्णाक युनिटाक 1 मेरेन जोडप शक्य ना.

ताचे बदला तीन वेगवेगळ्या अपूर्णाक युनिटाची बेरीज म्हूण 1 बरोवपाचो मार्ग सोदपाचो यत्न करूं येता.

1. 1 मेरेन जोडपी तीन वेगवेगळीं अपूर्णाक युनिट मेळूं येतात काय ह्या गणिताचेर एकूच उपाय आसा (3 अपूर्णाकांची क्रमवारी बदलपा मेरेन)! मेळूं येता?

फुडें वाचचे पयलीं तें सोदपाचो यत्न करचो.

हाचेर उपाय काडपाची पद्दतशीर पद्दत हांगा आसा. आमकां खबर आसा की $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$.

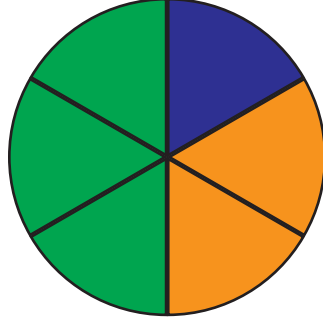
फ्रॅक्शनल युनिट वेगळीं जावपा खातीर आमी $\frac{1}{3}$ मदलो उण्यांत उणो एक तरी वाडोवचो पडटलो, आनी त्या वाडीची भरपाय करपा खातीर हेर $\frac{1}{3}$ मदलो उण्यांत उणो एक उणो करचो पडटलो. $\frac{1}{3}$ दुसरे अपूर्णाक युनिट वाडोवपाचो एकूच मार्ग म्हळ्यार ताचे सुवातेर $\frac{1}{2}$ घेवप. तर $\frac{1}{2}$ हें अपूर्णाक युनिटांतलें एक आसूंक जाय.

आता, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$. फ्रॅक्शनल एककां वेगळीं जावपा खातीर त्या वाडीची भरपाय करपा खातीर आमकां $\frac{1}{4}$ मदलें एक वाडोवचें पडटलें आनी हेर $\frac{1}{4}$ उणें करचें पडटलें. आतां $\frac{1}{4}$ वाडोवन दुसरो अपूर्णाक

करून पळयात

युनिट, जो $\frac{1}{2}$ परस वेगळो आसा, तो म्हळ्यार ताचे सुवातेर $\frac{1}{3}$ करप. म्हणटकच तातूंतले दोन फ्रेक्शन $\frac{1}{2}$ आनी $\frac{1}{3}$ आसूंक जाय! तेन्ना तिसरो अपूर्णाक कितें आसूंक जाय, जाका लागून तीन फ्रेक्शन 1 मेरेन जोडटात?

हाचेवयल्यान वयल्या गणिताचेर एकूच उपाय कित्याक आसा हें स्पश्ट जाता.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

- 1 मेरेन जोडपी चार वेगवेगळीं अपूर्णाक एककां सोदल्यार कितें?
2. हे गणिताचेर स उपाय आसात अशें दिसून येता! तातूंतलो एक तरी मेळू शकता? तीं सगळीं मेळू शकता? तुमी दोन आनी तीन अपूर्णाक युनिटा सारकेच तर्क वापरपाचो यत्न करूंक शकतात – वा तुमची स्वताची पद्दत सोदून काडूंक शकतात!
एकदां तुमकां एक उपाय मेळ्ळ्या उपरांत, वर्तुळाची कल्पना करपा खातीर वयल्या आकृती सारक्या भागांनी वांटून घेवपाचो यत्न करात!



सारांश

- फ्रेकश्राक समान शॅर आस- जेन्ना एक होल नंबर समान भागांनी वांटून आनी भाग समान वांटून घेतात तेन्ना ताचो अपूर्णाक तयार जाता.
- अपूर्णाक युनीट: जेन्ना होल बेजीक युनीट समान विभागांनी विभागिल्लें आसता तेन्ना दर एका विभागाक अपूर्णाक युनीट अशें म्हण्टात.
- अपूर्णाक समजून घेवप: अपूर्णाकांत 5 हाका न्युमिरेटर आनी 6 हाका भाजक अशें म्हळां.
- मिक्स फ्रेकश्र होल नंबर आनी अपूर्णाक घटक अशे आसतात.
- नंबर लायन: संख्या रेशेचेर फ्रेकश्र दाखोवंक मेळटात. दर एक अपूर्णाक संख्या रेशेवयल्या एका विशिश्ट बिंदूकडेन जुळटा
- समतुल्य अपूर्णाक: जेन्ना जायते फ्रेकशेन एकूच मात्रा वा मोल दाखयतात तेन्ना तांकां समतुल्य अपूर्णाक अशें म्हण्टात.
- सगल्यांत उण्या उतरां: 1 सोडल्यार ताचो न्युमिरेटर आनी भाजक खंयचोच समान घटक वांटून घेनात तेन्ना अपूर्णाक सगळ्यांत उण्या उतरांनी वा ताच्या साद्या स्वरुपांत मानतात.
- ब्रह्मगुप्ताची अपूर्णाक जोडपाची पद्दत: अपूर्णाक जोडटना तांचें रुपांतर समान भाजक आशिल्ल्या समतुल्य फ्रेकश्र करचें आनी उपरांत दर एका अपूर्णाकाचे फ्रेकश्र जोडून सम मेळोवचें. तोच भाजक सांबाळटना फ्रेकश्राची भर घालून हें साध्य जाता.
- अपूर्णाक वजा करपाची ब्रह्मगुप्ताची पद्दत: अपूर्णाक वजा करतना तांकां समान भाजक आशिल्ल्या समतुल्य फ्रेकश्रात बदलून उपरांत अपूर्णाक वजा करचे. तेच भाजक सांबाळटना न्युमिरेटर वजा करून हें करतात.